

## **“LA MATRIZ DE ACCESIBILIDAD Y LA OPTIMIZACION EN LOS MODELOS DE LOCALIZACION”**

Luis M. BOGGIA \*

Emilio A. MACHADO \*\*

En los modelos de localización se tropieza generalmente con innumerables inconvenientes provenientes entre otras cosas de los distintos criterios que se pueden seguir para su determinación. Por otra parte en el modelo suelen entrar en juego no sólo los parámetros económicos sino otros parámetros menos mensurables como son los provenientes de causas políticas, sociológicas y hasta psicológicas.

Los modelos existentes en la bibliografía sobre localización espacial requieren funciones de demanda de todos los bienes de la zona en investigación, estructuras completas de los sistemas de transporte, el conjunto de las funciones de producción y de utilidad etc., cosas que generalmente no se conocen ni puede aspirarse a conocer. Por todo en los casos en que no se dispone de información suficiente ni de adecuados datos estadísticos se emplean métodos menos sofisticados pero no por ello despreciables pues, si bien no pueden dar una adecuada “explicación” del porqué de las estructuras representa en forma satisfactoria la estructura macroscópica en localizaciones existentes cuyo comportamiento medio se conocen.

Tal por ejemplo el caso de método secuencial de selección y exclusión propuesto en<sup>1</sup> el que se trata de localizar un parque industrial en la provincia de Tucumán (República Argentina).

La aplicación de este método llega a cierta selección de ordenamiento final, en forma “zonal”, es decir, se concluye que el parque debe estar en cierta zona. En dicha zona hay numerosas localidades, vinculadas entre sí por diversos caminos, rutas y medios de transporte y se desea

\* Profesor e Investigador de la Facultad de Ciencias Fisicomatemáticas y profesor de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de La Plata, respectivamente.

\*\* Profesor de la Facultad de Ciencias Económicas y de la Facultad de Ciencias Fisicomatemáticas de la Universidad Nacional de La Plata, respectivamente. (La Dirección).

<sup>1</sup> Consejo Federal de Inversiones. Estudio para la localización y proyecto de un parque industrial en la Provincia de Tucumán, 1967.

establecer un criterio para encontrar la funcional a optimizar para determinar cual de dichas localidades debe ser elegida para ubicar el parque industrial.

En el presente trabajo se propone el siguiente criterio, que denominaremos de *equipartición*, y que postula que, si el parque ha de usar mano de obra de "toda" la zona de influencia y la disponibilidad de la misma se supone proporcional a la población de las localidades, será óptima aquella localidad en que las probabilidades de acceso de mano de obra de cada localidad vecina sea proporcional a la densidad de población de cada una de las mismas.

Para ello nada mejor que usar la matriz de accesibilidad absoluta de cada localidad con relación a las restantes, definida y usada de la siguiente manera :

Se llama accesibilidad absoluta de cada localidad hacia otra al número de sus habitantes dividido por la distancia entre ambas localidades, este número puede incluir un factor de peso o ponderación en función de la "calidad de la vía de comunicación o del medio de transporte existente" y se usará sólo para localidades que no estén separadas a lo sumo más que por aproximadamente media hora de transporte. Se definirá como accesibilidad de una localidad hacia sí misma a su número de habitantes. En principio pues podría ponerse que la matriz accesibilidad estaría formada por los elementos

$$a_{ij} = \frac{P_i}{d_{ij}}$$

$a_{ij}$  = accesibilidad de la localidad  $i$  hacia la localidad  $j$

$P_i$  = Población de la localidad  $i$

$d_{ij}$  = distancia (ponderada) entre las localidades  $i$  y  $j$

En cada localidad  $j$  hay pues una "accesibilidad total" dada por la suma de todas las accesibilidades de las localidades vecinas más la "propia". Y la probabilidad de acceso puede definirse para cada una de ellas como "accesibilidad relativa"  $b_{ij}$

$$b_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{i=1}^m a_{ij}}$$

Ahora bien, el criterio aquí propuesto de "equipartición" de la mano de obra existente en la zona, equivale a decir que los trabajadores y/o empleados que aporten cada localidad de la zona resulte ser "lo más parecido posible" a la distribución de la población misma, vale decir a las poblaciones relativas  $p_j$  definidas como:

$$p_j = \frac{P_j}{\sum P_j}$$

Obsérvese que tal criterio aparentemente permitiría ubicar población

inactiva (léase desocupada) proporcional a la densidad de población y alteraría la oferta y demanda de mano de obra en igual proporción en todas las localidades de la zona.

Los elementos de la matriz accesibilidad relativa y las componentes del vector población relativa han quedado normalizados, pues evidentemente

$$\sum_j b_{ij} = 1 \qquad \sum_j p_j = 1$$

por lo tanto sólo resta hallar cual es la localidad para la cual el "conjunto" de sus  $b_{ij}$  se "ajusta" mejor al conjunto de los elementos  $p_j$ .

Se propone aquí seguir el criterio de LEGENDRE, o de los mínimos cuadrados, vale decir será óptima aquella localidad para la cual la expresión:

$$\sum_j (b_{ij} - p_j)^2 = \delta$$

sea mínima.

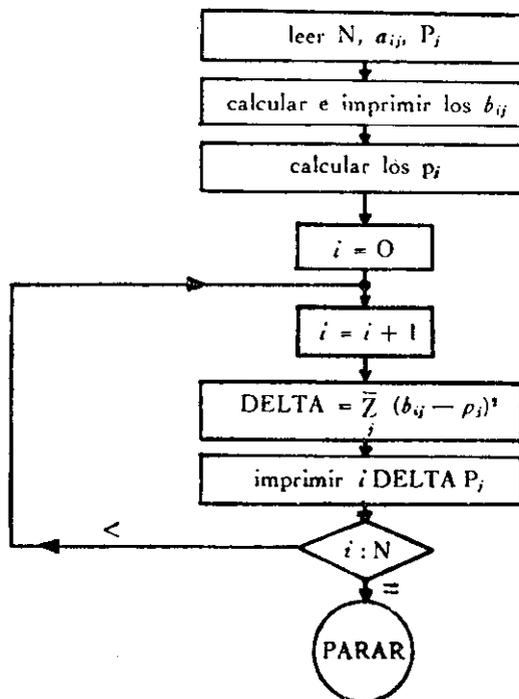


Fig. 1

Para simplificar el procesamiento de este tipo de problemas se confeccionó un programa para la computadora IBM 1620 de la U. N. de L. P. y se aplicó el criterio al último paso del trabajo de C. F. I. ya mencionado.

El diagrama del flujo de instrucciones es el que se detalla en la fig. 1.

El programa en idioma FORTRAN se muestra en la fig. 2. La salida impresa de la computadora incluye: impresión de la matriz accesibilidad absoluta (ingresada como dato), impresión de la matriz accesibilidad relativa e impresión de los *deltas* correspondientes a cada una de las localidades.

\*LIST PRINTER

```

C PROBLEMA DE INVESTIGACION OPERATIVA
C USO DEL CONCEPTO DE ACCESIBILIDAD
C OPTIMIZACION DE LOCALIZACION
C
C
C
DIMENSION A(15,15),P(15),B(15,15),PE(15),SBMP2(15)
READ 101,N
READ 102,((A(I,J),I = 1,N),J = 1,N)
PRINT 104
PRINT 105
PRINT 106,(J,(A(I,J),I = 1,N),J = 1,N)
READ 102,(P(J),J = 1,N)
DO 10 I = 1,N
  SAIJ = 0
  DO 20 J = 1,N
20 SAIJ = SAIJ + A(I,J)
  DO 10 J = 1,N
10 B(I,J) = A(I,J)/SAIJ
  PRINT 107
  PRINT 105
  PRINT 108,(J,(B(I,J),I = 1,N),J = 1,N)
  PRINT 109
  SUMP J = 0
  DO 30 J = 1,N
30 SUMP J = SUMP J + P(J)
  DO 40 J = 1,N
40 PE(J) = P(J)/SUMP J
  DO 50 I = 1,N
  SBMP2(I) = 0
  DO 60 J = 1,N
60 SBMP2(I) = SBMP2(I) + (B(J,I) - PE(J))**2
50 PRINT 103,I,SBMP2(I),P(I)
101 FORMAT(I 10)
102 FORMAT(5F12.2)
103 FORMAT(24 × 13,12 × F7.2,11 × F8.0)
104 FORMAT(//48×33HLOCALIZACION DE PARQUE INDUSTRIAL/47×35H
1-----//41 × 47HZONA SAN MIGUEL DE TUCUMAN - BAND
2A DEL RIO SALI//48 × 33HMATRIZ DE ACCESIBILIDAD ABSOLUTA//)
105 FORMAT(11 × 1H1,9 × 1H2,9 × 1H3,9 × 1H4,9 × 1H5,9 × 1H6,9 × 1H7,
×9 × 1H8,9 × 1H9,8 × 2H110,8 × 2H11,8 × 2H12,8 × 2H13//)
106 FORMAT(2X,I3,13F 10.0/)
107 FORMAT(//48 × 33HMATRIZ DE ACCESIBILIDAD RELATIVA//)
108 FORMAT(2X,I3,13F 10.8/)
109 FORMAT(//20×44HLOCALIDAD INDICE DE AJUSTE POBLACION//)
END

```

MATRIZ DE ACCESIBILIDAD RELATIVA

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	.15158224	.00532214	.060366465	.02308715	.01476201	.05034133	.06433503	.08820467	.04579602	.05675786	.05164075	.04916382	.02094951
2	.77380182	.97820870	.27437194	.34375295	.30902030	.12075817	.16171271	.22460211	.16465987	.24193548	.26165303	.24775472	.08929917
3	.00309977	.00084336	.17148246	.01893758	.01426247	.00784673	.00968966	.01249693	.01908541	.01235198	.01571675	.02214307	.01262245
4	.01618012	.00157905	.02700843	.31164415	.04854247	.01976989	.2306228	.02721999	.01512812	.01863109	.02702036	.01827191	.00828937
5	.00499029	.00071775	.00977450	.02219284	.27524083	.01569346	.02618820	.03272348	.01020124	.01122007	.00975820	.00874883	.00376789
6	.00575671	.00095102	.02006344	.03380866	.05855123	.62162437	.07267251	.04355559	.01842132	.01970191	.01701208	.01571694	.00753579
7	.00330415	.00057031	.01103061	.01832989	.03978481	.03240599	.45829514	.04343209	.01245240	.01276031	.01027633	.00936822	.00418236
8	.00226521	.00039835	.00703078	.01048257	.02276992	.01039437	.02186722	.29748624	.01080580	.01031033	.00768566	.00634871	.00275056
9	.00417276	.00103353	.02049215	.02958740	.02789941	.01467441	.02212010	.03837572	.50427086	.07145773	.03143350	.02167853	.00840241
10	.00478591	.00134578	.02310735	.02360040	.02814063	.01457250	.02108157	.03435966	.06627559	.45937117	.05181347	.03166615	.01058779
11	.00352556	.00123812	.02417902	.01888752	.01976720	.01019053	.01374385	.02052355	.02366985	.04226214	.26770293	.04807990	.01277317
12	.00388323	.00134937	.03900800	.02153177	.02051795	.01090390	.01440356	.01978233	.01883207	.02360391	.05526770	.24775472	.02004521
13	.02265217	.00635212	.30236655	.13315704	.12073063	.07082441	.08956396	.11453220	.03931048	.01357697	.19300518	.27330442	.79879427

LOCALIZACION DE PARQUE INDUSTRIAL  
 ZONA SAN MIGUEL DE TUCUMAN — BANDA DEL RIO SALI  
 MATRIZ DE ACCESIBILIDAD ABSOLUTA

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	8900.	1483.	800.	254.	118.	494.	494.	593.	445.	556.	593.	635.	553.
2	45133.	272390.	3200.	3649.	2170.	1185.	1235.	1510.	1600.	2570.	3030.	3209.	2370.
3	182.	235.	2000.	191.	114.	77.	74.	82.	98.	121.	182.	236.	335.
4	950.	410.	315.	3300.	383.	194.	183.	183.	147.	183.	313.	233.	220.
5	293.	200.	114.	235.	2200.	154.	290.	229.	100.	110.	113.	113.	109.
6	338.	255.	234.	358.	468.	6100.	555.	313.	179.	193.	197.	203.	290.
7	194.	159.	129.	194.	318.	318.	3500.	292.	121.	125.	119.	121.	111.
8	133.	111.	82.	111.	182.	102.	167.	2000.	105.	101.	89.	82.	73.
9	245.	288.	239.	218.	223.	144.	169.	258.	4900.	700.	364.	280.	223.
10	281.	375.	273.	250.	225.	143.	161.	231.	644.	4590.	609.	499.	231.
11	207.	345.	282.	200.	158.	100.	105.	138.	230.	414.	3100.	621.	339.
12	223.	376.	456.	228.	164.	107.	110.	133.	183.	299.	610.	3200.	532.
13	1330.	1770.	3530.	1410.	965.	695.	684.	770.	935.	133.	2235.	3539.	21200.

LOCALIDAD	INDICE DE AJUSTE	POBLACION
1	.63	8900.
2	1.14	272300.
3	.68	2000.
4	.74	3300.
5	.72	2200.
6	1.02	6100.
7	.85	3500.
8	.74	2000.
9	.90	4900.
10	.85	4500.
11	.72	3100.
12	.71	3200.
13	1.43	21200.

En el caso procesado la localidad 1, es precisamente Banda del Río Salí, la localidad 2 es San Miguel de Tucumán y las restantes localidades habían quedado excluidas por el criterio previo de selección y exclusión. Sin embargo obsérvese que el lugar óptimo “resulta” ser la localidad que ya se propusiera en el trabajo (1) con criterio subjetivo y que la siguen en orden de importancia, muchas localidades excluidas por otros criterios, quedando en último lugar las localidades 6, 2 y 13 que son las más densamente pobladas de las 12 restantes (en particular la localidad 2 que es San Miguel de Tucumán).

Téngase en cuenta que en este trabajo la selección se hace en base a un criterio particular, pero en la realidad pesan a veces otros factores, como la disponibilidad de tierras fiscales, posibilidad de expropiaciones o compras, conveniencia de eventual diversificación de ocupación, etc., que pueden volcar la decisión en un sentido no tan óptimo. De todas maneras siempre es aconsejable una determinación como la aquí planteada, para luego pasar a considerar los otros factores no cuantificables.

Es interesante también, al disponer de una computadora, el encare del mismo problema en el sentido de determinar “puntos ficticios” de localización sobre rutas equipadas, que sin ser centros urbanos existentes pudieran satisfacer mucho mejor todos los requerimientos anteriores. Se ha comenzado ya un estudio de tal programación y se publicarán próximamente las conclusiones.

# **DIE ZUGANGLICHKEITSMATRIZE UND DIE OPTIMIERUNG BEI DEN LOKALISIERUNGSMODELLEN**

## **Zusammenfassung**

Es wird eine Methode zur Bestimmung der besten Unterbringung von Industrieparks vorgeschlagen: Die Methode der Mindestquadrate angewendet auf die Unterschiede zwischen den auf die ganze Einflusszone bezüglichen Zugänglichkeiten und Besiedelungen. Unter Anwendung einer Computermaschine erhält man für einen konkreten Fall völlige Übereinstimmung mit bekannten Resultaten.

# **LA MATRICE D'ACCESSIBILITÉ ET L'OPTIMISATION DANS LES MODÈLES DE LOCALISATION**

## **Résumé**

On propose une méthode pour déterminer la situation optimum d'un parc industriel: la méthode des minimum carrés, appliquée aux différences entre accessibilités et populations relatives de toute la zone d'influence.

Appliquée en informatique pour un cas concret, on obtient un accord total avec des résultats connus.

# **THE ACCESSIBILITY MATRIX AND THE OPTIMALIZATION OF LOCATION PATTERNS**

## **Summary**

A method is proposed for determining the optimal location for an industrial park, namely the method of minimal squares applied to the differences in accessibility and population in relation to the entire region of influence. On working out a concrete case through a computer, the total obtained coincides with known results.

# **LA MATRICE D'ACCESSIBILITA' E L'OTTIMAZIONE NEI MODELLI DI LOCALIZZAZIONE**

## **Riassunto**

Si presenta un metodo per determinare l'ubicazione ottima di un parco industriale: il metodo dei minimi quadrati applicato alle differenze fra accessibilità e popolazione relative di tutta la zona d'influenza.

Applicato in informatica per un caso concreto si consegue un totale accordo coi risultati conosciuti.