UN MODELO SIMPLE DE EQUILIBRIO GENERAL: ACUMULACION DE FACTORES Y VARIACION DE LOS TERMINOS DE INTERCAMBIO

HÉCTOR L. DIÉGUEZ Y ALBERTO PORTO*

1. *Introducción*

1. El presente trabajo persigue un doble propósito. Por un lado, servir como material pedagógico, al presentar, en forma detallada, un modelo simple de equilibrio general, estudiándose la interdependencia entre la producción, la distribución de ingresos y el consumo —en el caso correspondiente a una economía cerrada—, agregándose el comercio exterior en el caso de economía abierta.

El análisis considera los efectos ocasionados por cambios en las dotaciones de factores y en el precio relativo de los bienes. La posición de equilibrio puede verse afectada también, naturalmente, por cualquier alteración en las funciones de producción y demanda. El caso más importante es el del cambio tecnológico, que modifica las funciones de producción[1].

Como habrá de verse, el modelo es de concepción neoclásica y su sencillez se logra al costo de varios supuestos restrictivos. Al valorar esta circunstancia ha de tomarse en consideración que además de servir como material pedagógico este trabajo es realizado dentro de un propósito de largo plazo que —en la medida en que pueda ser realizado— habrá de concretarse en otros artículos, procurando precisar la relación entre el crecimiento económico, la distribución de ingresos, y las estructuras de la producción, el consumo y el comercio exterior, realizando trabajos en que se modifiquen algunos supuestos restrictivos del modelo que aquí se expone y analizando modelos alternativos existentes.

* Profesores del Departamento de Economía e investigadores del Instituto de Investigaciones Económicas, Universidad Nacional de La Plata. Los autores dejan constancia de su agradecimiento a los miembros del Instituto de Investigaciones Económicas de la Universidad Nacional de La Plata y al profesor ROLF MANTEL por críticas y comentarios a versiones preliminares de este trabajo.

[1] Se ha publicado la versión preliminar de un trabajo que analiza todo lo relativo a cambio tecnológico, utilizando el mismo modelo simple de equilibrio general, en el Cuaderno Nº 13 del Instituto de Investigaciones Económicas de la Universidad Nacional de La Plata, octubre de 1972, con el título de "Un modelo simple de equilibrio general: cambio tecnológico".

2. El comenzar por el modelo neoclásico no implica la opinión de que es el más relevante para el caso argentino, sino la convicción de que es analíticamente el más rigurosamente formalizado, por lo que se constituye en un útil elemento de referencia para la consideración de otros modelos.

Al valorar la relevancia del modelo como concepción del proceso económico ha de tomarse en cuenta (además de los supuestos que se explicitan en la sección II sobre sustituibilidad de factores en la producción y de productos en el consumo, rendimientos constantes a escala, inexistencia de externalidades, etc.) que el modelo que se presenta es de naturaleza Walrasiana, o sea que se concentra en la interdependencia de la economía a través de los mercados de bienes y factores, a diferencia de la concepción alternativa de concentrar el análisis de interdependencia en las relaciones tecnológicas de insumos, como en los tratamientos neo-Ricardianos[2].

Por otro lado, se elude el problema de medición del capital, al trabajar con factores (tierra y trabajo) definibles y mensurables en unidades físicas. Así presentado, el modelo oculta la dificultad de medir el factor capital, en una función agregada para la economía en su conjunto, en forma independiente de la tasa de beneficio de equilibrio.

Debe subrayarse que el modelo conduce a valores de equilibrio[3] determinados por las condiciones tecnológicas de producción y las preferencias de los consumidores, una vez que ha sido fijada la distribución de la propiedad. O sea que el modelo posee un grado de libertad, debiendo especificarse previamente la distribución de propiedad y recién después la operación del modelo proporciona los valores de equilibrio de los precios de productos y factores, correspondiendo un conjunto óptimo a cada distribución de propiedad. En el caso simple que analizamos el grado de libertad es utilizado para suponer que existe una sola clase social.

El cierre del modelo se debe a la introducción explícita de las preferencias de los consumidores.

Ello contrasta con modelos donde la demanda no influye en la determinación de los precios de equilibrio. En modelos neo-Ricardianos contemporáneos, como los de la escuela de Cambridge, existe —aún sin modificaciones de propiedad— un grado de libertad para la fijación exógena de una variable (por ejemplo el salario real) determinante de la distribución de ingresos, cuyo nivel puede así ser decidido 'a priori' como una medida de política o que resulta del enfrentamiento de poderes por la participación en el ingreso.

3. Las expresiones matemáticas a que se arriba como resultado de los distintos análisis que comprende el trabajo son generales, o sea válidas para cualquier valor de los parámetros (excepción hecha de casos en que existe restricción de intervalos de validez). No obstante, los comentarios de que son objeto se formulan sobre la base de ciertos valores, estipulándose, por ejemplo, que bien es más intensivo en el uso de determinado factor de produc-

[2] Ver Nell [7].

[3] En todo el trabajo se supone existencia y unicidad de la solución de equilibrio.

ción, o que bien tiene una mayor elasticidad-ingreso en el consumo. Ello es así por cuanto el propósito es en última instancia el contar con modelos aplicables al caso argentino, y es por eso que aún siendo este primer modelo muy simplificado y resultando difícil pensar puede en su nivel actual de formulación ser directamente aplicable para interpretar la realidad, hemos deseado acentuar desde este primer paso nuestra intención de tener siempre en cuenta el objetivo final de aplicar los modelos al caso argentino. Por eso cuando se presentan varias alternativas, de acuerdo al valor de los parámetros, no realizamos un estudio completo de las distintas posibilidades, sino que nos concentramos exclusivamente en la más relevante para el caso argentino.

4. Este artículo no tiene pretensión de contribución original, excepto, tal vez, en cuanto a haber completado e interconectado algunos importantes trabajos existentes. El modelo simple que se presenta es frecuentemente utilizado en varias áreas de teoría económica: economía internacional, crecimiento, etc. Nuestra presentación sigue el camino sistematizado conceptualmente por Harry G. Johnson [3], procurando formalizarlo, completarlo y detallarlo, por lo que el tratamiento se asemeja al de Murray Kemp [5], [6], utilizando instrumental básico de microeconomía[4].

Otros trabajos que han influenciado nuestro desarrollo son los de A. Amano [2] y R. W. Jones [4].

2. *El modelo*

Se supone que prevalecen condiciones de competencia perfecta en los mercados de bienes y de factores, rendimientos constantes a escala en cada industria o sector, total inelasticidad de las ofertas de los dos factores, e inexistencia de economías y deseconomías externas tanto en el consumo como en la producción.

Se producen dos bienes (X_1 en el sector agrario, X_2 en el sector industrial) con dos factores (L, trabajo; y T, tierra); L_i y T_i ($i = 1,2$) son las cantidades de los respectivos factores asignadas a la producción del bien i. Las funciones de producción son

$$X_1 = g_1(L_1,\ T_1)$$
$$X_2 = g_2(L_2,\ T_2)$$

con productividades marginales positivas y decrecientes para ambos factores. Como dichas funciones de producción están caracterizadas por rendi-

[4] Como habrá de verse, el análisis del modelo constituye una aplicación de la teoría microeconómica, en sus aspectos de producción, mercados y demanda. Es nuestra opinión, sin embargo, que su interés va más allá de la microeconomía, puesto que un modelo simple de dos sectores parece el mejor punto de partida para una consideración del comportamiento macroeconómico del país en su proceso coyuntural. La teoría macroeconómica convencional, al concentrarse en los agregados nacionales, no impresiona como una concepción teórica justificable para una economía en que, por ejemplo, los cambios de precios relativos entre dos sectores (agricultura e industria) desempeñan un papel esencial.

mientos constantes a escala pueden ser reescritas como funciones de las respectivas utilizaciones medias de factores,

$$X_1 = T_1 f_1(\rho_1) \tag{1}$$

$$X_2 = T_2 f_2(\rho_2) \tag{2}$$

donde

$$\rho_i = \frac{L_i}{T_i}$$

Tales funciones describen para cada sector la relación entre el producto por unidad de tierra y la cantidad de trabajo por unidad de tierra. Se supone que el bien agrario es intensivo en tierra y el industrial en trabajo, de modo que para todo precio relativo de los factores se verifica que $\rho_2 > \rho_1$.

Las productividades marginales del trabajo son

$$\frac{\partial X_i}{\partial L_i} = T_i f'_i \frac{\partial \rho_i}{\partial L_i} = f'_i$$

y las de la tierra

$$\frac{\partial X_i}{\partial T_i} = f_i + T_i f'_i \frac{\partial \rho_i}{\partial T_i} = f_i - \rho_i f'_i$$

Siendo π el precio de X_2 en términos de X_1 —bien adoptado como numerario—, las condiciones de equilibrio, de acuerdo con los supuestos del modelo, son

$$w = f'_1 \tag{3}$$

$$w = \pi\, f'_2 \tag{4}$$

$$r = f_1 - \rho_1 f'_1 \tag{5}$$

$$r = \pi\, (f_2 - \rho_2 f'_2) \tag{6}$$

donde w y r son las remuneraciones del trabajo y la tierra, respectivamente, en términos del bien adoptado como numerario.

Las relaciones que se investigan corresponden a puntos sobre la frontera de posibilidades de producción o función de transformación de la economía[5], de modo que los factores están totalmente ocupados:

$$T_1 + T_2 = T \tag{7}$$

$$\rho_1 T_1 + \rho_2 T_2 = L \tag{8}$$

donde T y L son las dotaciones dadas de los factores.

[5] Para un análisis macroeconómico de corto plazo debe introducirse la posibilidad de un equilibrio Keynesiano con desocupación de factores en el sector industrial, cuyo nivel de actividad depende de la demanda interna.

El ingreso agregado de la economía en términos de X_1 viene dado por[6]

$$Y_1 = X_1 + \pi X_2 \tag{9}$$

siendo el ingreso *per capita*

$$y_1 = \frac{Y_1}{L} = \frac{1}{L} (X_1 + \pi X_2) . \tag{10}$$

Se supone una economía sin clases sociales, en la que todas las personas reciben una retribución igual. Como se distinguen dos factores de producción —tierra y trabajo— puede interpretarse que cada individuo percibe dos tipos de ingresos: por una parte, su retribución como trabajador (igual al valor de su productividad marginal); y por otra parte, la alicuota de la renta total de la tierra (también retribuída según el valor de su productividad marginal). Es un modelo ideal de sociedad igualitaria[7].

La demanda individual por cada bien depende del precio relativo y del ingreso *per capita*,

$$d_1 = d_1 (y_1, \pi)$$

$$d_2 = d_2 (y_1, \pi)$$

siendo en consecuencia las respectivas demandas agregadas

$$D_1 = L\, d_1 (y_1, \pi) \tag{11}$$

$$D_2 = L\, d_2 (y_1, \pi) \tag{12}$$

Se supone que las elasticidades-ingreso son positivas para los dos bienes, siendo la correspondiente al bien industrial superior a la unidad[8].

Las condiciones de equilibrio en los mercados de bienes son descriptas, en el caso de economía cerrada, por las expresiones

$$X_1 - D_1 = 0 \tag{13}$$

$$X_2 - D_2 = 0 \tag{14}$$

[6] Con los supuestos adoptados en el modelo de rendimientos constantes a escala, ausencia de externalidades y pago a los factores según productividades marginales, el ingreso pagado a los factores es exactamente igual al producto generado por los mismos. En efecto, siendo el ingreso agregado

$$Y_1 = wL + rT = w\rho_1 T_1 + w\rho_2 T_2 + rT_1 + rT_2$$

reemplazando w y r por las productividades marginales del trabajo y la tierra, respectivamente, se obtiene

$$Y_1 = T_1 f_1 + \pi T_2 f_2 = X_1 + \pi X_2$$

[7] Para su aplicación a una sociedad capitalista el modelo debe tomar en cuenta al menos dos clases sociales —trabajadores y propietarios— con distintos niveles de ingreso.

[8] Como la suma de las elasticidades-ingreso ponderadas por la participación de cada bien en el gasto total es igual a la unidad, los supuestos anteriores implican que la elasticidad-ingreso correspondiente al bien agrario es mayor que cero pero inferior a la unidad.

y en el caso de economía abierta por las expresiones

$$E_1 = X_1 - D_1 \tag{13'}$$

$$E_2 = X_2 - D_2 \tag{14'}$$

$$E_1 + \pi\ E_2 = 0 \tag{15}$$

donde E_i son los excesos de oferta, positivos o negativos[9].

Las condiciones de equilibrio en el comercio de bienes requieren que en economía cerrada las cantidades producidas y consumidas de cada bien sean iguales, mientras que en el contexto de economía abierta, tales cantidades pueden diferir, con la condición que las exportaciones sean suficientes para pagar las importaciones. Cuando se analice el caso de economía abierta, X_1 será considerado el bien del que se produce un exceso que se exporta y X_2 el bien en que la demanda interna se cubre en parte con importaciones.

El modelo formado por las ecuaciones (1) a (14) describe una economía sin relaciones económicas con el resto del mundo. Comprende catorce ecuaciones —de las cuales solo trece son independientes[10]— para determinar los valores de equilibrio de trece variables: X_1, X_2, T_1, T_2, ρ_1, ρ_2, π, w, r, Y_1, y_1, D_1 y D_2.

Las ecuaciones (1) a (12), (13'), (14') y (15) constituyen el modelo que describe una economía que mantiene relaciones económicas con el exterior y que toma como dados por el mercado mundial los precios de los bienes importados y exportados. Comprende quince ecuaciones —de las cuales solo catorce son independientes— para determinar los valores de equilibrio de catorce variables: X_1, X_2, T_1, T_2, ρ_1, ρ_2, w, r, Y_1, y_1, D_1, D_2, E_1 y E_2[11].

Para estudiar la distribución del ingreso entre los factores[12] de la producción se agregan las ecuaciones (16) a (18) que representan, respectiva-

[9] Tales condiciones de equilibrio en los mercados de bienes implican que los consumidores gastan todo su ingreso, como puede comprobarse reemplazándolas en la expresión (9).

[10] El sistema incluye una expresión que no es independiente, o sea que se obtiene de las otras trece expresiones. Como se precisa en la sección 3, punto 3, que los consumidores gasten todo su ingreso implica que si (11) es la función agregada por el primer bien, entonces (12) toma la forma del total de ingresos menos lo que se gasta en el primer bien, y entonces el cumplimiento de (13) hace que la (14) se verifique, no siendo por consiguiente independiente del sistema (1) a (13).

[11] Los niveles de equilibrio de las variables no expresadas en términos de valor son independientes de la elección del numerario (en el modelo, las variables X_1, X_2, T_1, T_2, ρ_1, ρ_2, D_1, D_2, E_1 y E_2). En cambio los correspondientes a variables expresadas en términos de valor dependen de la elección del numerario (w, r, Y_1 e y_1). Respecto a la distribución del ingreso, los ingresos totales (Yw e Yr) dependen de la elección del numerario, pero no la participación relativa (α).

[12] La distribución del ingreso entre los factores de la producción —distribución funcional— está determinada por las características tecnológicas de las funciones de producción y por la naturaleza de las preferencias. La distribución del ingreso entre los individuos —distribución personal— depende además de la propiedad de los factores. La distribución funcional es crucial en modelos en los que existen dos clases sociales pues indica la remuneración de los trabajadores y la de los capitalistas. En nuestra presentación, al suponer inexistencia de clases sociales, la distribución funcional pierde parte de su interés; no obstante se la incluye dado que permite estudiar un cierto número de relaciones entre variables —contenidas en los puntos 5 y 6 de la sección IV— que no se ven alteradas por el supuesto de la distribución personal igualitaria.

mente, el ingreso total correspondiente al trabajo, el correspondiente a la tierra —ambos en términos del numerario—, y la participación relativa de los factores.

$$Y_w = w\,L \tag{16}$$

$$Y_r = r\,T \tag{17}$$

$$\alpha = \frac{Y_w}{Y_r} \tag{18}$$

3. *Algunas relaciones entre las variables*

En esta sección se estudiarán algunas relaciones entre las variables. Existen, por supuesto, otras relaciones interesantes —además de las que aquí se presentan—. Las que a continuación se estudian han sido seleccionadas a modo de ejemplo, tratando de elegir las más significativas para el objetivo del trabajo, como habrá de verse más adelante, por cuanto serán utilizadas al realizar el análisis de estática comparativa en las secciones 4 y 5.

En primer lugar se estudia la relación entre proporciones medias óptimas de utilización de factores, precio relativo de los factores y precio relativo de los bienes. Luego se analiza la elasticidad de sustitución entre bienes en la producción, concepto que sintetiza los efectos sobre la estructura de la producción de cambios en el precio relativo de los bienes. Finalmente se estudia la relación entre las funciones de demanda.

1. De acuerdo a lo indicado, en este primer punto se consideran las relaciones entre proporciones medias óptimas de utilización de factores, precio relativo de los factores y costo relativo (precio relativo) de los bienes.

Estas relaciones surgen de las condiciones marginales de equilibrio del modelo, de modo que el punto de partida es el subsistema representado por las expresiones (3) a (6), que puede reescribirse como

$$f'_1 = \pi\, f'_2 \tag{19}$$

$$(f_1 - \rho_1 f'_1) = \pi\ (f_2 - \rho_2 f'_2) \tag{20}$$

$$\frac{w}{r} = \frac{f'_1}{f_1 - \rho_1 f'_1} \tag{21}$$

reduciéndose así a tres ecuaciones con cuatro incógnitas

$$(\rho_1,\ \rho_2,\ \pi \text{ y } \frac{w}{r})$$

que permiten determinar las relaciones buscadas.

Derivando (19) a (21) con respecto a $\frac{w}{r}$ y resolviendo, se obtienen[13].

[13] Para la obtención de las distintas fórmulas finales presentadas en el texto ,ver el Apéndice.

$$\frac{d\,\rho_1}{d\,(\frac{w}{r})} = \frac{(f_1 - \rho_1 f'_1)^2}{f_1 f''_1} \tag{22}$$

$$\frac{d\,\rho_2}{d\,(\frac{w}{r})} = \frac{(f_2 - \rho_2 f'_2)^2}{f_2 f''_2} \tag{23}$$

$$\frac{d\,\pi}{d\,(\frac{w}{r})} = \frac{(f_1 - \rho_1 f'_1)^2\ (\rho_2 - \rho_1)}{f_1\ f_2} \tag{24}$$

Las expresiones (22) y (23) indican que ante un aumento del precio relativo del trabajo, ambos sectores economizarán el uso de ese factor disminuyendo la proporción óptima trabajo-tierra. La magnitud del efecto depende de la facilidad con que puedan sustituirse los factores, de modo que cuanto mayor sea la elasticidad de sustitución mayor será el efecto de un cambio en el precio relativo de los factores sobre la proporción óptima de su uso[14].

En ambas producciones aumentan los costos como consecuencia del encarecimiento de un factor, pero se encarecerá relativamente más aquel bien que use en forma intensiva ese factor. Consistente con esto, la expresión (24) implica un aumento del precio del segundo bien en términos del primero cuando aumenta el precio relativo del trabajo, dado que $\rho_2 > \rho_1$.

No todos los precios relativos de bienes y factores implícitos en (19) a (21) son factibles para una economía en particular, en un momento dado. En efecto, la asignación de recursos entre los dos sectores debe ser tal que las relaciones medias trabajo-tierra ponderadas por la proporción de tierra usada en cada sector iguale a la dotación media de la economía (ρ). Como casos extremos se tiene que si todos los recursos se destinan al primer sector será $\rho_1 = \rho$, y si todos se usan para producir X_2 será $\rho_2 = \rho$.

[14] La expresión correspondiente a la elasticidad de sustitución entre factores en el sector i, en términos de las derivadas parciales de la función de producción —válida para funciones homogéneas de grado uno— es

$$\sigma_i = -\frac{f'_i(f_i - \rho_i f'_i)}{f_i f''_i \rho_i}$$

de modo que reemplazando en (22) y (23) surge que

$$\frac{d\rho_i}{\rho_i} = \sigma_i \frac{d\,(\frac{w}{r})}{\frac{w}{r}}$$

Esos casos extremos determinan los límites de los intervalos factibles de variación de los precios relativos de los factores y de los bienes. Tales límites surgen de evaluar los precios relativos para $\rho_2 = \rho$ y $\rho_1 = \rho$.

En todo este trabajo se supone que los precios relativos están dentro del intervalo factible, sin coincidir con los límites, lo que implica que en la economía se producen los dos bienes —caso de especialización incompleta.

2. En este punto se analiza la elasticidad de sustitución entre bienes en la producción, medida sobre la función de transformación[15].

Para el análisis de la elasticidad de sustitución entre bienes en la producción se utiliza el subsistema (1) a (8). Se trata de ocho ecuaciones en nueve variables. Considerando a π como parámetro, diferenciando, resolviendo para las producciones y expresándolas como tasas de cambio, se obtienen

$$\frac{d X_1}{X_1} = J \frac{\pi}{X_1} \frac{d \pi}{\pi} \tag{25}$$

$$\frac{d X_2}{X_2} = - \frac{J}{X_2} \frac{d \pi}{\pi} \tag{26}$$

donde

$$J = \frac{1}{(\rho_2 - \rho_1)^2} \left(\frac{\pi \; T_1 f_2^2}{f''_1} + \frac{T_2 f_1^2}{\pi^2 f''_2} \right).$$

La expresión (25) es negativa y la (26) positiva, implicando que ante un aumento de π, aumenta la producción de X_2 y disminuye la de X_1.

La elasticidad de sustitución entre bienes en la producción se define como

$$\sigma_t = - \frac{\dfrac{dX_1}{X_1} - \dfrac{dX_2}{X_2}}{\dfrac{d \pi}{\pi}} . \tag{27}$$

Utilizando (25) y (26), (27) se transforma en

$$\sigma_t = - \frac{1}{(\rho_2 - \rho_1)^2} \left(\frac{\pi^2 f_2^2}{f_1 f''_1 K_2} + \frac{f_1^2}{\pi^2 f_2 f''_2 K_1} \right) \tag{28}$$

donde K_1 y K_2 indican, respectivamente, la participación de los bienes X_1 y X_2 en el ingreso agregado de la economía. La elasticidad de sustitución

[15] Este concepto es utilizado por R. W. JONES en [4].

entre bienes en la producción puede ser expresada en función de las elasticidades de sustitución entre factores correspondientes a cada sector:

$$\sigma_t = \frac{1}{(\rho_2 - \rho_1)^2 f'_1(f_1 - \rho_1 f'_1)} \left(\frac{f_1^2 \rho_2}{K_1} \sigma_2 + \frac{\pi^2 f_2^2 \rho_1}{K_2} \sigma_1 \right).$$

3. Como último punto se consideran relaciones entre las funciones de demanda[16].

Utilizando (11) y (12), considerando a π como parámetro, diferenciando y completando tasas de cambio se obtienen

$$\frac{dD_1}{D_1} = \eta_1 \frac{d\pi}{\pi} \tag{29}$$

$$\frac{dD_2}{D_2} = - \eta_2 \frac{d\pi}{\pi} \tag{30}$$

donde η_1 y η_2 son las elasticidades-precio de las funciones de demanda definidas como

$$\eta_1 = - \frac{\dfrac{dD_1}{D_1}}{\dfrac{d\left(\frac{1}{\pi}\right)}{\frac{1}{\pi}}} = \frac{dD_1}{d\pi} \frac{\pi}{D_1}$$

$$\eta_2 = - \frac{dD_2}{d\pi} \frac{\pi}{D_2}.$$

Dado que las funciones de demanda por cada bien se obtienen de maximizar la función de utilidad del consumidor sujeta a su restricción presupuestaria, no se trata en realidad de dos funciones independientes, sino que una puede ser obtenida a partir de la otra utilizando la restricción presupuestaria. Para el agregado, la restricción es

$$Y_1 = D_1 + \pi D_2$$

de donde, derivando y completando elasticidades, se obtiene

$$\eta_1 = (\eta_2 - 1) \frac{K'_2}{K'_1} + \frac{K_2}{K'_1}$$

[16] De la teoría de la demanda se sabe que en este caso de dos bienes, en que los consumidores gastan todos sus ingresos, el lado de la demanda queda especificado al dar valores a la elasticidad precio compensada y la elasticidad ingreso de una de las funciones de demanda, junto con la participación del bien en la producción y en el consumo. O sea que al dar valores a por ejemplo $\bar{\eta}_2$, ϵ_2, K_2 y K'_2, todos los demás elementos ($\bar{\eta}_1$, η_1, η_2, ϵ_1, K_1 y K'_1) quedan determinados en función de aquellos cuatro.

en la que K'_i es la participación del bien i en el gasto total[17].

Dividiendo el efecto total del cambio del precio sobre las cantidades demandadas en los efectos ingreso y sustitución, las elasticidades no compensadas pueden expresarse en la forma

$$\eta_1 = \bar{\eta}_1 + \epsilon_1 \ (K_2 - K'_2)$$

$$\eta_2 = \bar{\eta}_2 - \epsilon_2 \ (K_2 - K'_2)$$

donde las $\bar{\eta}_i$ son las elasticidades-precio compensadas definidas como

$$\bar{\eta}_1 = \frac{\overline{dD_1}}{d\,\pi} \ \frac{\pi}{D_1}$$

$$\bar{\eta}_2 = -\frac{\overline{dD_2}}{d\,\pi} \ \frac{\pi}{D_2}$$

expresiones en las que las barras indican cambios compensados. Los ϵ_i son las respectivas elasticidades ingreso.

[17] La derivada de la restricción presupuestaria respecto al precio relativo es

$$\frac{dY_1}{d\,\pi} = \frac{dD_1}{d\,\pi} + \pi\ \frac{dD_2}{d\,\pi} + D_2 \ . \qquad \text{(a)}$$

Si el ingreso agregado estuviera medido en unidades independientes del precio relativo, sería $\frac{dY_1}{d\,\pi} = 0$ y la expresión anterior quedaría reducida a

$$-D_2 = \frac{dD_1}{d\,\pi} + \pi\ \frac{dD_2}{d\,\pi}. \qquad \text{(b)}$$

En dicho caso, el efecto del cambio del precio sobre el ingreso real de los consumidores depende de la cantidad consumida del segundo bien.

Si el ingreso agregado está expresado en términos de uno de los bienes —como ocurre en el modelo— cualquier cambio en π afecta la valuación del ingreso agregado disponible para gastar. En este caso, $\frac{dY_1}{d\,\pi} = X_2$ y, en consecuencia, la expresión (a) se transforma en

$$X_2 - D_2 = \frac{dD_1}{d\,\pi} + \pi\ \frac{dD_2}{d\,\pi}. \qquad \text{(c)}$$

De ese modo, el efecto sobre el ingreso real de los consumidores depende de la diferencia entre producción y consumo del segundo bien. Completando elasticidades, la expresión (c) se transforma en

$$K_2 - K'_2 = K'_1\eta_1 - K'_2\eta_2$$

y si se trata del caso de economía cerrada, donde $K'_i = K_i$, se tiene que

$$K'_1\eta_1 - K'_2\eta_2 = 0$$

Teniendo en cuenta las relaciones anteriores, las tasas de cambio de las cantidades demandadas (29) y (30), pueden expresarse como

$$\frac{dD_1}{D_1} = \left((\bar{\eta}_2 - \epsilon_2(K_2 - K'_2) - 1) \frac{K'_2}{1 - K'_2} + \frac{K_2}{1 - K'_2} \right) \frac{d\pi}{\pi} \qquad (31)$$

$$\frac{dD_2}{D_2} = [\epsilon_2(K_2 - K'_2) - \bar{\eta}_2] \frac{d\pi}{\pi} \qquad (32)$$

quedando ambas en función de las elasticidades precio e ingreso de una sola de las funciones de demanda —en este caso, la del segundo bien[18].

Finalmente, la elasticidad de sustitución entre bienes en el consumo se define como

$$\sigma_D = \frac{\overline{\dfrac{dD_1}{D_1}} - \overline{\dfrac{dD_2}{D_2}}}{\dfrac{d\pi}{\pi}} = \bar{\eta}_1 + \bar{\eta}_2. \qquad (33)$$

4. *El modelo en un contexto de economía cerrada*

En esta sección se presenta el análisis de estática comparativa del modelo en el caso correspondiente a una economía cerrada. En primer lugar se estudian los efectos de cambios en las dotaciones de factores sobre las producciones y las cantidades demandadas de los dos bienes. Luego se considera el ajuste necesario en el precio relativo de los bienes, para restablecer el equilibrio del sistema. Una vez conocidos los cambios en las producciones y en el precio relativo, se estudia el efecto de la acumulación de factores sobre el ingreso agregado y el ingreso *per capita*. Posteriormente, se presenta el concepto de elasticidad de sustitución agregada y se concluye con el estudio de los efectos de los cambios en las dotaciones de factores sobre la distribución absoluta y relativa del ingreso entre los factores.

1. *Efectos de la acumulación de factores sobre la producción de bienes.*

Hallando los diferenciales totales de las expresiones (1) a (8), resolviendo para las dos producciones y expresándolas como tasas de cambio se obtienen

$$\frac{dX_1}{X_1} = - \frac{L}{T_1(\rho_2 - \rho_1)} \frac{dL}{L} + \frac{T\,\rho_2}{T_1(\rho_2 - \rho_1)} \frac{dT}{T} - K_2 \sigma_t \frac{d\pi}{\pi} \qquad (34)$$

$$\frac{dX_2}{X_2} = \frac{L}{T_2(\rho_2 - \rho_1)} \frac{dL}{L} - \frac{T\,\rho_1}{T_2(\rho_2 - \rho_1)} \frac{dT}{T} + K_1 \sigma_t \frac{d\pi}{\pi}. \qquad (35)$$

[18] Ello resulta de tener solo dos bienes en el modelo. En un caso más general, de n bienes, las características de una de las funciones de demanda pueden ser expresadas en términos de las otras n-1 funciones.

De lo anterior surge que

$$\frac{dX_1}{X_1} - \frac{dX_2}{X_2} = -R\left(\frac{dL}{L} - \frac{dT}{T}\right) - \sigma_t \frac{d\pi}{\pi} \tag{36}$$

donde

$$R = \frac{LT}{(\rho_2 - \rho_1)\ T_1 T_2}$$

Las expresiones (34) y (35) resumen los efectos de cambios en las dotaciones de factores sobre las producciones de los dos bienes. El efecto total sobre las producciones puede dividirse conceptualmente en dos partes: el efecto acumulación de factores con precio relativo de los bienes constante[19] — y el efecto de la variación del precio relativo con dotación de factores constante[20].

Si el precio relativo de los bienes no varía se sabe por (24) que el precio relativo de los factores permanece constante y por (22) y (23) que permanecen constantes las proporciones medias óptimas de uso de factores. La constancia de las ρ_i implica a su vez la constancia de las productividades medias de los factores. Los cambios en las producciones son provocados, en esas circunstancias, solo por cambios en las cantidades de factores asignados a cada una de ellas.

Debe distinguirse distintos casos. Supóngase, como primer paso y para simplificar, que crece la dotación del factor trabajo manteniéndose constante la tierra, de modo que $\frac{dL}{L} > 0$ y $\frac{dT}{T} = 0$.

La acumulación de trabajo provoca una expansión absoluta de la producción intensiva en ese factor y una contracción absoluta de la otra producción. Tal lo que resulta de los primeros términos de (34) y (35). La explicación conceptual de este efecto puede realizarse con el auxilio de las ecuaciones (7) y (8), representativas de las restricciones de recursos. En efecto, de (8) surge que si $\rho_2 > \rho_1$ y ambas relaciones medias de uso de factores permanecen fijas, la única forma de absorber el crecimiento en la dotación de trabajo es aumentar T_2 y reducir T_1 (en la misma magnitud, dado que debe cumplirse (7)). Al liberarse recursos desde el primer bien, que es inten-

19 Este efecto es conocido en la literatura sobre comercio internacional como el "Teorema de Rybczynski". Ver [8].

20 En lo que sigue se distinguen ambos efectos, en razón de su interés analítico. Debe tenerse en cuenta, sin embargo, que en economía cerrada la variación en la dotación de un factor exige un correspondiente cambio de precio como ajuste del modelo. Sólo en el caso de economía abierta, que se considera en la sección siguiente, tienen sentido variaciones autónomas de las variables.

sivo en tierra, hacia el segundo, que es intensivo en trabajo, la tierra se libera en una cantidad superior a la necesaria para combinarse —en la función de producción correspondiente al otro bien— con el trabajo liberado; la tierra excedente es utilizada para combinar con el nuevo trabajo ofrecido, de modo que los dos factores queden totalmente empleados en el punto final de equilibrio.

La magnitud cuantitativa de este primer efecto depende de la magnitud de la divergencia de las razones óptimas trabajo-tierra, que es la que determina la cuantía del desplazamiento de recursos entre los dos sectores.

Si crece la dotación de tierra permaneciendo fija la de trabajo, resultan una expansión absoluta de X_1 y una contracción absoluta de X_2, según puede apreciarse de los segundos términos de (34) y (35).

Un caso de interés es el de expansión simultánea de los dos factores.

Así, si $\frac{dL}{L} = h \frac{dT}{T}$ las expresiones (34) y (35) se transforman en

$$\frac{dX_1}{X_1} = \frac{L\,(\rho_2 - k)}{k\,T_1(\rho_2 - \rho_1)}\,\frac{dL}{L} - K_2\sigma_t\,\frac{d\pi}{\pi} \tag{34'}$$

$$\frac{dX_2}{X_2} = -\frac{L\,(\rho_1 - k)}{k\,T_2(\rho_2 - \rho_1)}\,\frac{dL}{L} + K_1\sigma_t\,\frac{d\pi}{\pi} \tag{35'}$$

donde

$$k = \frac{dL}{dT} = h\,\rho\,.$$

Si los dos factores se expanden proporcionalmente a la misma tasa, de modo que $h = 1$, surge de los primeros términos de las expresiones anteriores que, como consecuencia del efecto acumulación de factores con precio relativo de los bienes constante, las producciones de los dos bienes se expanden en la misma proporción.

Si la expansión es a tasas distintas —por ejemplo, si L crece proporcionalmente más rápido que T— se expande la producción del bien que usa en forma intensiva el factor que crece más rápido, en este caso X_2, según surge de (35′) considerando que $\rho_1 < k$. La producción del otro bien crece, permanece constante o disminuye según que la relación del aumento de la dotación del factor que más crece, con respecto al aumento de la dotación del factor que menos crece $\left(\dfrac{dL}{dT}\right)$ sea menor, igual o mayor que la razón a la cual esos factores son combinados en la producción del bien que usa en forma intensiva el factor que crece más rápido (ρ_2)[21].

El segundo efecto —representado por los terceros términos de (34) y (35)— está referido a las variaciones de las dos producciones ocasionadas por cambios en el precio relativo de los bienes. La variación de π como consecuencia de la acumulación de factores depende —como se verá más adelante— de la magnitud del desequilibrio producido en los mercados de bienes y aparece siempre, excepto en el muy particular caso en que la demanda por cada bien varíe —debido a la acumulación de factores con precio relativo de los bienes constante— en la misma magnitud que la producción. Es sabido, además, por (25) y (26), que si π aumenta (disminuye) como consecuencia de la acumulación de factores se produce una expansión (contracción) de la producción de X_2 y una contracción (expansión) de la de X_1. La magnitud del efecto es función de la elasticidad de sustitución entre bienes en la producción.

[21] Cfr. AMANO [1].
La explicación conceptual del resultado puede realizarse con el auxilio de la restricción de recursos escrita como

$$\rho_1 \frac{T_1}{T} + \rho_2 \frac{T_2}{T} = \rho$$

de donde surge que para lograr que la igualdad siga verificándose para un nuevo ρ mayor que el inicial, por haber aumentado proporcionalmente más la dotación de trabajo que la de tierra, la proporción de tierra asignada al primer sector debe disminuir.

Si los factores crecen de modo tal que $\dfrac{dL}{dT} = \rho_2$ y se asignan totalmente al segundo sector se logra cumplir con la restricción de recursos dado que T_1 permanece constante al aumentar T. En este caso se expande X_2, permaneciendo constante X_1.

Si $\rho_2 > k$ y se utilizase todo el crecimiento de trabajo en el segundo sector, no alcanzaría a absorberse todo el incremento en la dotación de tierra; es necesario reducir en algo la expansión de X_2 para que libere trabajo en cantidad suficiente para absorber —en el otro sector— tanto la tierra liberada como la anteriormente no utilizada. En este caso, se expanden las dos producciones.

Finalmente, si $k > \rho_2$ y se utilizase todo el crecimiento de la dotación de tierra en el sector productor de X_2, quedaría trabajo sobrante; es necesario reducir X_1 para liberar factores que se utilizarán en X_2 con una relación trabajo-tierra más alta, lo que posibilitará absorber el trabajo anteriormente no utilizado. En este caso, la expansión simultánea de los dos factores origina una expansión de X_2 y una contracción de X_1.

2. *Efectos de la acumulación de factores sobre la demanda de bienes.*

Hallando los diferenciales totales de las expresiones (11) y (12), resolviendo para las demandas de los bienes y expresándolas como tasas de cambio se obtienen[22].

$$\frac{dD_1}{D_1} = \frac{dL}{L} + \epsilon_1 \left[-y_r \left(\frac{dL}{L} - \frac{dT}{T} \right) + (K_2 - K'_2) \frac{d\pi}{\pi} \right] + \bar{\eta}_1 \frac{d\pi}{\pi} \tag{37}$$

$$\frac{dD_2}{D_2} = \frac{dL}{L} + \epsilon_2 \left[-y_r \left(\frac{dL}{L} - \frac{dT}{T} \right) + (K_2 - K'_2) \frac{d\pi}{\pi} \right] - \bar{\eta}_2 \frac{d\pi}{\pi} \tag{38}$$

donde $y_r = \frac{rT}{Y_1}$ es la participación relativa del factor tierra en el ingreso agregado.

De las expresiones anteriores surge que

$$\frac{dD_1}{D_1} - \frac{dD_2}{D_2} = -y_r (\epsilon_1 - \epsilon_2) \left(\frac{dL}{L} - \frac{dT}{T} \right) + (K_2 - K'_2)(\epsilon_1 - \epsilon_2) \frac{d\pi}{\pi} + \sigma_D \frac{d\pi}{\pi}. \tag{39}$$

Dada la simetría de las expresiones (37) y (38) se analizará detalladamente el significado de cada uno de los términos de solo una de ellas, por ejemplo la (37).

El primer término (o sea $\frac{dL}{L}$) indica que ante un incremento en la población en un porcentaje dado, la demanda agregada por el bien se incrementa, *ceteris paribus*, en el mismo porcentaje. Es el efecto del incremento del número de demandantes con todo lo demás constante.

[22] Como se demostró en la sección 3, punto 3, una vez definidas las propiedades de una de las funciones de demanda, quedan determinadas las propiedades de la otra función. Por razones de simplicidad de presentación se mantienen en las fórmulas del texto propiedades de las dos funciones de demanda.

El segundo término, o sea

$$\epsilon_1 \left[-y_r \left(\frac{dL}{L} - \frac{dT}{T}\right) + (K_2 - K'_2) \frac{d\pi}{\pi} \right],$$

representa el efecto ingreso total y está constituído por tres componentes que se estudiarán por separado. El primer componente,

$$\epsilon_1 y_r \frac{dL}{L},$$

con signo negativo, indica que el crecimiento en la dotación del factor trabajo, al deprimir el ingreso *per capita* debido a la ley de los rendimientos decrecientes, tiene un efecto negativo sobre la cantidad demandada. El segundo componente, $\epsilon_1 y_r \frac{dT}{T}$, es el efecto ingreso de la acumulación del otro factor que eleva la cantidad demandada ya que eleva el ingreso *per capita*. El tercer componente de esta segunda parte,

$$\epsilon_1 (K_2 - K'_2) \frac{d\pi}{\pi},$$

es el efecto ingreso del cambio del precio relativo; es distinto de cero en la medida en que la producción y el consumo del segundo bien sean diferentes —o sea, en enconomía abierta. En economía cerrada, al ser iguales la producción y el consumo de cada bien, este tercer componente es igual a cero.

El tercer término, $\bar{\eta}_1 \frac{d\pi}{\pi}$, indica el efecto sustitución en el consumo provocado por cambios en el precio relativo de los bienes.

Resumiendo, las tasas de cambio de las cantidades demandadas de los dos bienes en el caso de economía cerrada se reducen a

$$\frac{dD_1}{D_1} = \frac{dL}{L} + \epsilon_1 \left[-y_r \left(\frac{dL}{L} - \frac{dT}{T}\right) \right] + \bar{\eta}_1 \frac{d\pi}{\pi} \qquad (37')$$

$$\frac{dD_2}{D_2} = \frac{dL}{L} + \epsilon_2 \left[-y_r \left(\frac{dL}{L} - \frac{dT}{T}\right) \right] - \bar{\eta}_2 \frac{d\pi}{\pi} \qquad (38')$$

de donde resulta

$$\frac{dD_1}{D_1} - \frac{dD_2}{D_2} = -y_r (\epsilon_1 - \epsilon_2) \left[\frac{dL}{L} - \frac{dT}{T} \right] + \sigma_D \frac{d\pi}{\pi}. \qquad (39')$$

3. *El ajuste de precios.*

El cambio en el precio relativo de los bienes, ante cambios en las dotaciones de factores, depende de la interacción de las fuerzas de la producción con las de la demanda, por cuanto la acumulación de factores, al modificar en forma en general diferente la producción y la demanda de cada mercancía, destruye el equilibrio preexistente y la restitución del balance de oferta y demanda requiere un reajuste de precio. Una forma de obtener la expresión correspondiente al cambio necesario del precio relativo de los bienes consiste en utilizar (36) y (39′), que en equilibrio deben igualarse, de donde se obtiene[23]

$$\frac{d\pi}{\pi} = \frac{y_r\ (\epsilon_1 - \epsilon_2) - R}{\sigma_D + \sigma_t} \left[\frac{dL}{L} - \frac{dT}{T} \right] \qquad (40)$$

La expresión (40) sugiere los siguientes comentarios. Si los dos factores se expanden a la misma tasa, el precio relativo de los bienes no cambia. Del lado de la producción, los dos bienes crecen a la misma tasa, lo mismo que del lado de la demanda —en éste debido a que solo se modifica el número de trabajadores sin alterarse el ingreso *per capita.*

Si la expansión es no proporcional, el precio del segundo bien —en términos del primero— aumenta o disminuye según que el factor en el cual es intensivo crezca menos o más rápido que el otro factor[24-25].

En lo que sigue se analiza el caso en que $\frac{dL}{L} > \frac{dT}{T}$ de modo que el precio relativo del segundo bien disminuye. La magnitud de tal disminución depende de los siguientes factores:

1) Será tanto mayor cuanto mayor sea el efecto sobre las producciones de la acumulación de factores con precio relativo de los bienes constante. Este efecto está reflejado por el valor de R —el mayor efecto se producirá cuando $\frac{dX_1}{X_1}$ sea negativa y $\frac{dX_2}{X_2}$ positiva.

[23] En el caso particular de este modelo simple de dos sectores, la variación de precios que restituye el equilibrio se obtiene sea igualando (34) y (37′), ó (35) y (38′), ó (36) y (39′).

[24] Con los supuestos adoptados acerca del valor de las intensidades de uso de factores y de las elasticidades ingreso, la expresión (40) es negativa si

$$\frac{dL}{L} > \frac{dT}{T} \quad \text{y positiva si} \frac{dL}{L} < \frac{dT}{T}$$

[25] Reemplazando (40) en (34) a (36), las tasas de cambio de las producciones de los dos bienes y de la proporción media producida quedan expresadas únicamente en función de los cambios en las dotaciones de factores.

Por ejemplo, utilizando (40), (36) se transforma en

$$\frac{dX_1}{X_1} - \frac{dX_2}{X_2} = - \frac{\sigma_t\, y_r\, (\epsilon_1 - \epsilon_2) + R\sigma_D}{\sigma_t + \sigma_D} \left(\frac{dL}{L} - \frac{dT}{T} \right)$$

Lo mismo es válido para las restantes expresiones de esta sección en las que aparece el cambio del precio relativo.

2) Será tanto mayor cuanto mayor sea la diferencia entre las dos elasticidades-ingreso. Esa diferencia influye sobre las cantidades demandadas ante cambios en el ingreso *per capita*. En el caso que se está analizando éste disminuye debido a la ley de los rendimientos decrecientes, lo que está representado en la fórmula por el término $y_r \; (\epsilon_1 - \epsilon_2)$ en el numerador.

3) Será tanto mayor cuanto menores sean las elasticidades de sustitución entre bienes en la producción y en el consumo (σ_t y σ_D, respectivamente).

4. *Variaciones del ingreso.*

Hallando el diferencial total de (9), y completando tasas de cambio, se obtiene la variación del ingreso agregado de la economía[26].

$$\frac{dY_1}{Y_1} = y_w \frac{dL}{L} + y_r \frac{dT}{T} + K_2 \frac{d\pi}{\pi} \tag{41}$$

donde y_w e y_r son las participaciones relativas del trabajo y la tierra en el ingreso.

Si los dos factores se expanden simultáneamente a la misma tasa, el ingreso agregado crece a esa misma tasa (pues, como se ha visto, ningún ajuste de precio es requerido en tal caso).

Si la dotación de trabajo crece proporcionalmente más rápido que la tierra, como $\frac{d\pi}{\pi} < 0$ el efecto sobre el ingreso agregado es ambiguo. Pero si es la tierra el factor que crece proporcionalmente más rápido, el ingreso agregado crece, dado que $\frac{d\pi}{\pi} > 0$.

Diferenciando (10) y completando tasas de cambio se obtiene

$$\frac{dy_1}{y_1} = (y_w - 1) \frac{dL}{L} + y_r \frac{dT}{T} + K_2 \frac{d\pi}{\pi} \tag{42}$$

que indica como varía el ingreso *per capita* ante cambios en las dotaciones de factores.

[26] Al utilizarse como numerario un bien el modelo presenta un conocido problema en los casos que implican variación, exógena o de ajuste, del precio relativo de los bienes. Como se indicó en la nota [11], los niveles de equilibrio de las variables expresadas en términos de valor dependen de la elección del numerario.

Respecto a las variaciones de niveles de equilibrio ante cambios en parámetros, las variables deben clasificarse en tres grupos. Primero, aquellas no expresadas en términos de valor, el signo de cuya variación no depende de la elección del numerario, por cuanto su nivel de equilibrio no depende de dicha elección (Ver nota [11]). Segundo, aquellas expresadas en términos de valor, pero cuyo signo de variación es independiente del numerario (w, r, Yw, Yr). Tercero, aquellas expresadas en términos de valor y cuyo sentido de variación depende del numerario escogido (Y_1, y_1).

El ingreso *per capita* no varía si los dos factores se expanden a la misma tasa; disminuye si el trabajo crece más rápido que la tierra, y aumenta en el caso inverso; o sea cuando la dotación de tierra crece más rápido que la de trabajo.

5. *Elasticidad de sustitución agregada entre factores.*

Utilizando (24) y completando tasas de cambio se obtiene

$$\frac{d\left(\frac{w}{r}\right)}{\frac{w}{r}} = \frac{dw}{w} - \frac{dr}{r} = V\ \frac{d\pi}{\pi} \tag{43}$$

donde

$$V = \frac{f_1 f_2}{f'_2(f_1 - \rho_1 f'_1)\ (\rho_2 - \rho_1)}\ .$$

La expresión (43) indica como cambia al precio relativo de los factores ante cambios en el precio relativo de los bienes y la (40) como cambia el precio relativo de los bienes ante cambios en las dotaciones de factores. Reemplazando y reordenando se obtiene la relación entre cambios en las dotaciones de factores y cambio en el precio relativo de los factores:

$$\sigma = -\frac{\frac{dL}{L} - \frac{dT}{T}}{\frac{dw}{w} - \frac{dr}{r}} = -\frac{\sigma_D + \sigma_t}{V\ (y_r(\epsilon_1 - \epsilon_2) - R)} \tag{44}$$

La expresión anterior es la elasticidad de sustitución agregada entre factores, definida como el porcentaje de aumento de la razón tierra-trabajo requerido para aumentar en uno por ciento la razón entre la remuneración del trabajo y la de la tierra[27].

La elasticidad de sustitución agregada entre factores (σ) depende —además de las elasticidades-ingreso de los bienes en el consumo— de otras dos elasticidades de sustitución previamente introducidas: la elasticidad de sustitución entre bienes en el consumo (σ_D) y la elasticidad de sustitución entre bienes en la producción (σ_t). A su vez, como ya se indicó, esta última, medida sobre la frontera de posibilidades de producción, depende

[27] Este concepto es utilizado por A. AMANO [2] y R. W. JONES [4].

de las elasticidades de sustitución entre factores (σ_1 y σ_2) en ambas funciones de producción[28].

6. *Acumulación de factores y distribución del ingreso.*

Los efectos de la acumulación de factores sobre las participaciones absolutas y relativas de los dos factores en el ingreso se obtienen a partir de las expresiones (16) a (18). Diferenciando totalmente y expresándolas como tasas de cambio se obtienen

$$\frac{dYw}{Yw} = \frac{dw}{w} + \frac{dL}{L} \tag{45}$$

$$\frac{dYr}{Yr} = \frac{dr}{r} + \frac{dT}{T} \tag{46}$$

$$\frac{da}{a} = \frac{dYw}{Yw} - \frac{dYr}{Yr}. \tag{47}$$

Las expresiones correspondientes a las tasas de cambio de las remuneraciones de los factores surgen de (3) y (5), o de (4) y (6), que, utilizando

[28] Si bien la definición de elasticidad de sustitución nada dice sobre el orden causal de los cambios que relaciona, es conveniente, para comprender mejor el significado de la elasticidad de sustitución agregada entre factores, precisar que en la forma que se ha utilizado el modelo en este trabajo se supone que a nivel microeconómico las elasticidades de sustitución entre factores (en la producción) y entre bienes (en el consumo) relacionan la magnitud de una respuesta en cuanto a utilización media de factores o consumo medio de bienes ante cambios en sus precios relativos.

En el caso de la elasticidad de sustitución en la producción entre productos no se supone ninguna relación causal entre cambios en el precio relativo de los bienes y cambios en la estructura de producción. Si el modelo está en equilibrio y se desajusta, por ejemplo por el crecimiento en la dotación de un factor, el equilibrio general se restaura en un ajuste en que no cabe distinguir a este nivel de análisis entre cambios que actuen como causa y cambios que resulten como efecto. Explicitar un comportamiento dinámico de ajuste podría en cambio permitir tal distinción.

Por último, cabe observar que la elasticidad de sustitución agregada entre factores se concibe en nuestra presentación como relacionando cambios en la dotación de factores (causa) con cambios en la retribución de factores (efecto). Tal elasticidad agregada resulta influida por características tecnológicas de la producción y por la naturaleza de las preferencias. La razón por la cual combina complejamente elementos de la producción y la demanda es que los cambios en la dotación de recursos provocan cambios en sus retribuciones en un proceso de ajuste general, cuyos valores de equilibrio dependen tanto de las funciones de producción como de las de demanda. La explicación causal planteada se justifica por el supuesto de ofertas de factores totalmente inelásticas.

(22) y (24), o (23) y (24), pueden escribirse

$$\frac{dw}{w} = \frac{f_2}{f'_2(\rho_2 - \rho_1)} \frac{d\pi}{\pi} \tag{48}$$

$$\frac{dr}{r} = -\rho_1 \frac{f_2}{(\rho_2 - \rho_1)\ (f_2 - \rho_2 f'_2)} \frac{d\pi}{\pi} \tag{49}$$

expresiones que indican que ante un aumento en el precio relativo del bien industrial aumenta la remuneración del factor en el cual es intensivo ese bien y disminuye la remuneración del otro factor[29].

Considerese ahora el efecto de la acumulación de factores sobre las participaciones absolutas de los factores en el ingreso. Si ambos crecen a la misma tasa se sabe que $\frac{d\pi}{\pi} = 0$, por lo que ambas participaciones crecen a la misma tasa que las dotaciones. Pero si el crecimiento es a distintas tasas lo que ocurra con la participación absoluta del factor que crece más rápido no está inequívocamente determinado. Por ejemplo, si

$$\frac{dL}{L} > \frac{dT}{T} \text{ se sabe que } \frac{d\pi}{\pi} < 0$$

y, por consiguiente, que $\frac{dw}{w} < 0$ y $\frac{dr}{r} > 0$. El signo de (46) es positivo, pero el de (45) es ambiguo.

Utilizando (44) a (46), la expresión (47) se transforma en

$$\frac{d\alpha}{\alpha} = \left(\frac{\sigma - 1}{\sigma}\right) \left(\frac{dL}{L} - \frac{dT}{T}\right)$$

que indica que si los dos factores se expanden en la misma proporción la participación relativa permanece constante y si uno se expande más rápidamente que el otro su participación relativa aumenta, queda constante o disminuye dependiendo de que la elasticidad de sustitución agregada de la economía sea mayor, igual o menor que la unidad, respectivamente.

5. *El modelo en un contexto de economía abierta*

El modelo se aplica en esta sección al caso de una economía abierta, que toma como un dato los precios relativos dados en el mercado mundial.

[29] Ver STOLPER y SAMUELSON [9].

Con esa finalidad pueden utilizarse las expresiones halladas en la sección anterior pero teniendo en cuenta que mientras en el modelo cerrado el precio relativo de los bienes es una variable endógena, en el modelo abierto es exógena[30]. Por consiguiente, sus cambios $\left(\frac{d\pi}{\pi}\right)$ deben interpretarse como provocados por cambios en las dotaciones de factores en el primer modelo y debidos a cambios autónomos en el segundo.

Surge claro ahora que el mecanismo de ajuste en una economía cerrada ante cambios en las dotaciones de factores, es una combinación de los mecanismos de ajuste que funcionan en una economía abierta del tipo descripto ante cambios en las dotaciones de factores y en los términos del intercambio.

Adquieren importancia en este caso particular los efectos Rybczynski. En el contexto de economía cerrada tales efectos son una parte del ajuste total pero en el contexto de economía abierta el cambio en la dotación de un factor no induce ajustes de precios y por consiguiente el ajuste de cantidades constituye el efecto total.

Las expresiones matemáticas presentadas en el punto 4 son utilizables igualmente en el contexto de economía abierta.

El cambio proporcional en las producciones es el indicado en (34) y (35), con la diferencia de que ahora las variaciones de L, T y π no están ligadas entre si, pues el precio de los bienes no es mecanismo para restaurar el equilibrio en caso de desequilibrios motivados por cambios en la dotación de factores. Con igual reflexión, los cambios proporcionales en las cantidades demandadas están dados por (37) y (38); los cambios proporcionales en el ingreso agregado y en el ingreso *per capita* por (41) y (42); el cambio proporcional en la remuneración relativa de los factores por (43); los cambios proporcionales en las remuneraciones absolutas por (48) y (49) y los cambios proporcionales en las participaciones absolutas y relativas en el ingreso por (45) a (47).

El tema adicional de mayor interés a analizar en este contexto de economía abierta es si ante cambios en los parámetros considerados —las dos dotaciones de factores y el precio relativo de los bienes— la economía aumenta o disminuye su comercio exterior, tanto en valores absolutos como en relación al ingreso total.

El cambio proporcional en la oferta de exportaciones se halla diferenciando totalmente (13′) y completando tasas de cambio, de donde se obtiene

$$\frac{dE_1}{E_1} = \frac{X_1}{E_1}\,\frac{dX_1}{X_1} - \frac{D_1}{E_1}\,\frac{dD_1}{D_1}$$

[30] En el caso de economía cerrada, el precio relativo entre los bienes es variable de ajuste; en el caso de economía abierta es un parámetro que se supone dado y que puede variar exógenamente. Un tercer caso —no analizado en este trabajo— consiste en una economía abierta, pero en vez de tomarse como datos los precios internacionales se suponen funciones de oferta y demanda del resto del mundo, de modo que el precio relativo resulta del modelo, determinándose su valor de equilibrio junto con el de todas las demás variables, pues es entonces dependiente del nivel de oferta y demanda excedentes internas.

expresión que utilizando (34) y (37) se transforma en

$$\frac{dE_1}{E_1} = \frac{1}{E_1}\left[-\frac{Lf_1}{(\rho_2 - \rho_1)} - D_1 + \epsilon_1 D_1 y_r\right]\frac{dL}{L} + $$
$$+ \frac{1}{E_1}\left[\frac{T\ \rho_2 f_1}{(\rho_2 - \rho_1)} - \epsilon_1 D_1 y_r\right]\frac{dT}{T} + \tag{50}$$
$$+ \frac{1}{E_1}\left[-K_2\sigma_t X_1 - \epsilon_1 D_1\ (K_2 - K'_2) - D_1\bar{\eta}_1\right]\frac{d\pi}{\pi}$$

Se analizarán por separado los efectos de cambios en los tres parámetros.

Si aumenta la cantidad del factor trabajo, existe un triple efecto:

a) baja la producción por el efecto acumulación del factor;

b) aumenta el número de trabajadores y, por consiguiente, la demanda interna por el bien;

c) disminuye el ingreso *per capita* —debido a los rendimientos decrecientes— y, por consiguiente, también disminuye la demanda interna por el bien. Los tres factores corresponden, respectivamente, a los tres términos dentro del paréntesis de $\frac{dL}{L}$. Debido al supuesto de $\epsilon_1 < 1$, el efecto b) domina al c). Por consiguiente, la acumulación del factor trabajo tiende a disminuir el volumen de exportaciones.

Si el factor cuya dotación se expande es la tierra, existe un doble efecto como puede apreciarse en el paréntesis de $\frac{dT}{T}$:

a) aumenta la producción porque se expande el factor en el cual es intensivo el bien;

b) aumenta el ingreso *per capita* y, por consiguiente, la demanda interna por el bien. Los efectos van en sentido opuesto pero predomina el efecto-producción. En efecto, el ingreso se expande menos que la producción de X_1 —debido a que la producción de X_2 decrece— y la demanda por X_1 se expande menos que el ingreso —debido al supuesto de $0 < \epsilon_1 < 1$. En consecuencia, la acumulación de T tiende a aumentar el volumen de exportaciones.

Si aumenta el precio relativo —o sea, se deterioran los términos del intercambio— se producen los tres efectos siguientes:

a) disminuye la producción de X_1 vía efecto sustitución en la producción entre bienes sobre la función de transformación;

b) disminuye la demanda interna por el efecto ingreso, dado que al encarecerse el bien en el cual el consumo excede a la producción, el ingreso real de los consumidores disminuye;

c) aumenta la demanda interna por el efecto sustitución en el consumo. Los tres efectos corresponden, respectivamente, a los tres términos del paréntesis de $\frac{d\pi}{\pi}$. En consecuencia, un deterioro en los términos del intercambio puede aumentar, dejar inalterado o disminuir el volumen de exportaciones[31]. Lo mismo es válido para un mejoramiento en los términos del intercambio.

Se pasa ahora a considerar la variación relativa del comercio exterior, respecto a las variaciones del ingreso de la economía.

Siendo $\gamma = \frac{E_1}{Y_1}$, diferenciando totalmente y completando tasas de cambio se obtiene

$$\frac{d\gamma}{\gamma} = \frac{dE_1}{E_1} - \frac{dY_1}{Y_1} \tag{51}$$

expresión cuyo signo permite analizar si la economía se hace más o menos autárquica[32] a medida que se modifica el ingreso agregado. Se distinguirán cinco resultados posibles de interés económico[33].

1. Si $\frac{d\gamma}{\gamma} = 0$, o sea si la oferta de exportaciones se expande a la misma tasa que el ingreso agregado, el crecimiento es denominado neutral.

2. Si $\frac{d\gamma}{\gamma} > 0$, o sea, si la oferta de exportaciones crece a una tasa

[31] De las relaciones establecidas en la Sección 3, punto 3, se sabe que

$$\bar{\eta}_1 + \epsilon_1(K_2 - K'_2) = \eta_1$$

y que

$$\eta_1 = (\eta_2 - 1)\,\frac{K'_2}{K'_1} + \frac{K_2}{K'_1}$$

de donde surge que si $\eta_2 \geq 1$ es $\eta_1 > 0$. Por consiguiente, una condición suficiente para que se produzca una disminución del volumen de exportaciones es que la demanda por el bien importable sea de elasticidad igual o mayor a la unidad. Una condición necesaria, pero no suficiente, para que se produzca un aumento del volumen de exportaciones es que la elasticidad de la demanda por el bien importable sea inferior a la unidad.

[32] Se define así autarquía según el valor relativo del comercio exterior respecto al ingreso nacional.

[33] Esta clasificación es la dada por H. G. Johnson en [3].

superior a la del ingreso agregado, el crecimiento es sesgado en pro del comercio; se distinguen dos casos:

2.1. Si $dE_1 > dY_1$, el crecimiento es ultra-pro-comercial;

2.2. Si $dE_1 < dY_1$, es denominado pro-comercial.

3. Si $\frac{d\gamma}{\gamma} < 0$, o sea si la oferta de exportaciones crece a una tasa inferior a la del ingreso agregado, el crecimiento es sesgado en contra del comercio; se distinguen dos casos:

3.1. Si $\frac{dE_1}{E_1} < 0$, el crecimiento es ultra-anti-comercial;

3.2. Si $\frac{dE_1}{E_1} > 0$, el crecimiento es denominado anti-comercial.

Si aumenta la dotación del factor trabajo, se sabe por (50) que

$$\frac{dE_1}{E_1} < 0 \ ; \text{ como además } \frac{dY_1}{Y_1} > 0,$$

disminuye el grado de apertura de la economía. Al expandirse el factor que es utilizado más intensivamente en el bien importable, la economía se hace menos dependiente del comercio exterior, tanto en términos absolutos como relativos. El efecto es ultra-anti-comercial.

Si aumenta la dotación del factor T, se expanden tanto el ingreso agregado como la oferta de exportables, de modo que $\frac{d\gamma}{\gamma}$ puede ser una expresión positiva, negativa o nula. El único caso excluído es el considerado en 3.1. En consecuencia, la acumulación del factor en el cual es intensivo el bien de exportación puede dar lugar a cualquiera de los tipos de crecimiento económico descriptos, excepto el ultra-anti-comercial.

Si los dos factores se expanden simultáneamente a la misma tasa, tanto la oferta de exportaciones como el ingreso agregado crecen en proporción a las dotaciones siendo, en consecuencia, $\frac{d\gamma}{\gamma} = 0$. Es el caso de crecimiento económico neutral.

El deterioro en los términos del intercambio puede tener cualquier efecto sobre la variación relativa del comercio exterior, respecto a las variaciones del ingreso agregado de la economía[34]. Lo mismo es válido para un mejoramiento en los términos del intercambio.

[34] Una condición suficiente para que el efecto sea ultra-anti-comercial es que $\eta_2 \geq 1$. Una condición necesaria pero no suficiente para que el efecto sea desde anti-comercial hasta ultra-pro-comercial es que $\eta_2 < 1$.

6. APENDICE

Obtención de las principales expresiones utilizadas en el texto

1. Hallando los diferenciales totales de las expresiones (1) a (8) se obtienen

$$dX_1 = f_1 \frac{\partial T_1}{\partial L} dL + f_1 \frac{\partial T_1}{\partial T} dT + \left(T_1 f'_1 \frac{d\rho_1}{d\pi} + f_1 \frac{\partial T_1}{\partial \pi} \right) d\pi \quad (52)$$

$$dX_2 = f_2 \frac{\partial T_2}{\partial L} dL + f_2 \frac{\partial T_2}{\partial T} dT + \left(T_2 f'_2 \frac{d\rho_2}{d\pi} + f_2 \frac{\partial T_2}{\partial \pi} \right) d\pi \quad (53)$$

$$dw = f''_1 \frac{d\rho_1}{d\pi} d\pi \quad (54)$$

$$dw = \left(f'_2 + \pi f''_2 \frac{d\rho_2}{d\pi} \right) d\pi \quad (55)$$

$$dr = - \rho_1 f''_1 \frac{d\rho_1}{d\pi} d\pi \quad (56)$$

$$dr = \left(f_2 - \rho_2 f'_2 - \pi \rho_2 f''_2 \frac{d\rho_2}{d\pi} \right) d\pi \quad (57)$$

$$dT = \left(\frac{\partial T_1}{\partial L} + \frac{\partial T_2}{\partial L} \right) dL + \left(\frac{\partial T_1}{\partial T} + \frac{\partial T_2}{\partial T} \right) dT + \left(\frac{\partial T_1}{\partial \pi} + \frac{\partial T_2}{\partial \pi} \right) d\pi \quad (58)$$

$$dL = \left(\rho_1 \frac{\partial T_1}{\partial L} + \rho_2 \frac{\partial T_2}{\partial L} \right) dL + \left(\rho_1 \frac{\partial T_1}{\partial T} + \rho_2 \frac{\partial T_2}{\partial T} \right) dT + \left(\rho_1 \frac{\partial T_1}{\partial \pi} + \rho_2 \frac{\partial T_2}{\partial \pi} + T_1 \frac{d\rho_1}{d\pi} + T_2 \frac{d\rho_2}{d\pi} \right) d\pi \quad (59)$$

De (54) a (57), eliminando dw y dr se obtienen, resolviendo,

$$\frac{d\rho_1}{d\pi} = \frac{f_2}{f''_1(\rho_2 - \rho_1)} \tag{60}$$

$$\frac{d\rho_2}{d\pi} = \frac{f_1}{f''_2\pi^2(\rho_2 - \rho_1)} \tag{61}$$

De la expresión (58) surge que

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\dfrac{\partial T_1}{\partial L}\right) = -\dfrac{\partial T_2}{\partial L} \\ \qquad dT = d\pi = 0 \\ \left(\dfrac{\partial T_1}{\partial T}\right) = 1 - \dfrac{\partial T_2}{\partial T} \\ \qquad dL = d\pi = 0 \\ \left(\dfrac{\partial T_1}{\partial \pi}\right) = -\dfrac{\partial T_2}{\partial \pi} \\ \qquad dL = dT = 0 \end{array} \right. \tag{62}$$

Reemplazando (60) a (62) en (59) se obtiene

$$dL = \left(-\rho_1 \frac{\partial T_2}{\partial L} + \rho_2 \frac{\partial T_2}{\partial L}\right) dL + \left(\rho_1 - \rho_1 \frac{\partial T_2}{\partial T} + \rho_2 \frac{\partial T_2}{\partial T}\right) dT +$$

$$+ \left(-\rho_1 \frac{\partial T_2}{\partial \pi} + \rho_2 \frac{\partial T_2}{\partial \pi}\right) d\pi + \left(\frac{f_2 T_1}{f''_1(\rho_2 - \rho_1)} +\right.$$

$$\left. + \frac{f_1 T_2}{f''_2\pi^2(\rho_2 - \rho_1)}\right) d\pi$$

a partir de la cual se comprueba que

$$\left\{\begin{array}{l}
\left(\dfrac{\partial T_2}{\partial L}\right) = \dfrac{1}{(\rho_2 - \rho_1)} \\
\qquad dT = d\pi = 0 \\
\left(\dfrac{\partial T_2}{\partial T}\right) = - \dfrac{\rho_1}{\rho_2 - \rho_1} \\
\qquad dL = d\pi = 0 \\
\left(\dfrac{\partial T_2}{\partial \pi}\right) = - \left(\dfrac{f_2 T_1}{f''_1(\rho_2 - \rho_1)^2} + \dfrac{f_1 T_2}{f''_2 \pi^2 (\rho_2 - \rho_1)^2}\right) \\
\qquad dL = dT = 0
\end{array}\right. \tag{63}$$

Utilizando (60) a (63), (52) y (53) se transforman en

$$dX_1 = - \frac{f_1}{(\rho_2 - \rho_1)} dL + \frac{f_1 \rho_2}{(\rho_2 - \rho_1)} dT + \left(\frac{f_1 f_2 T_1}{f''_1(\rho_2 - \rho_1)^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{f_1^2 T_2}{f''_2 \pi^2 (\rho_2 - \rho_1)^2} + \frac{T_1 f'_1 f_2}{f''_1(\rho_2 - \rho_1)} \right) d\pi$$

$$dX_2 = \frac{f_2}{(\rho_2 - \rho_1)} dL - \frac{\rho_1 f_2}{(\rho_2 - \rho_1)} dT + \left(\frac{T_2 f'_2 f_1}{f''_2 \pi^2 (\rho_2 - \rho_1)} - \right.$$

$$\left. - \frac{f_2^2 T_1}{f''_1(\rho_2 - \rho_1)^2} + \frac{f_1 f_2 T_2}{f'_2 \pi^2 (\rho_2 - \rho_1)^2} \right) d\pi$$

Las expresiones entre corchetes pueden ser transformadas mediante la utilización de las condiciones marginales (3) a (6) del texto de modo que queden iguales a J y $-\dfrac{J}{\pi}$ para dX_1 y dX_2, respectivamente, donde

$$J = \frac{1}{(\rho_2 - \rho_1)^2} \left(\frac{\pi T_1 f_2^2}{f''_1} + \frac{T_2 f_1^2}{f''_2 \pi^2} \right)$$

Los diferenciales de las producciones se transforman en

$$dX_1 = - \frac{f_1}{\rho_2 - \rho_1} dL + \frac{f_1 \rho_2}{\rho_2 - \rho_1} dT + J\, d\pi \tag{64}$$

$$dX_2 = \frac{f_2}{\rho_2 - \rho_1} dL - \frac{\rho_1 f_2}{\rho_2 - \rho_1} dT - J \frac{d\pi}{\pi} \tag{65}$$

Haciendo $dL = dT = 0$, de (64) y (65) se obtiene la elasticidad de sustitución entre bienes en la producción

$$\sigma_t = -\frac{\dfrac{dX_1}{X_1} - \dfrac{dX_2}{X_2}}{\dfrac{d\pi}{\pi}} = -J\left(\frac{Y_1}{X_1X_2}\right)$$

Por consiguiente,

$$J = -\sigma_t \frac{X_1X_2}{Y_1}$$

de modo que reemplazando en (64) y (65) y completando tasas de cambio se obtienen

$$\frac{dX_1}{X_1} = -\frac{L}{T_1(\rho_2 - \rho_1)}\frac{dL}{L} + \frac{T\rho_2}{T_1(\rho_2 - \rho_1)}\frac{dT}{T} -$$

$$- K_2\ \sigma_t \frac{d\pi}{\pi}$$

$$\frac{dX_2}{X_2} = \frac{L}{T_2(\rho_2 - \rho_1)}\frac{dL}{L} - \frac{T.\rho_1}{T_2(\rho_2 - \rho_1)}\frac{dT}{T} +$$

$$+ K_1\ \sigma_t\ \frac{d\pi}{\pi}$$

que son las expresiones (34) y (35) del texto.

2. Diferenciando totalmente (9) se obtiene

$$dY_1 = \left(\frac{\partial X_1}{\partial L} + \pi\ \frac{\partial X_2}{\partial L}\right)dL + \left(\frac{\partial X_1}{\partial T} + \pi\ \frac{\partial X_2}{\partial T}\right)\ dT +$$

$$+ \left(\frac{\partial X_1}{\partial \pi} + \pi\ \frac{\partial X_2}{\partial \pi} + X_2\right) d\pi$$

que utilizando los resultados que surgen de (64) y (65) se transforma en

$$dY_1 = \left(-\ \frac{f_1}{\rho_2 - \rho_1} + \frac{\pi\ f_2}{\rho_2 - \rho_1}\right)dL + \left(\frac{f_1\ \rho_2}{\rho_2 - \rho_1} - \frac{\pi\ f_2\ \rho_1}{\rho_2 - \rho_1}\right)dT + X_2 d\pi$$

Utilizando las condiciones marginales (3) a (6) del texto, la expresión anterior puede ser reescrita

$$dY_1 = f'_1\ dL + (f_1 - \rho_1 f'_1)\ dT + X_2\, d\pi$$

o sea que

$$dY_1 = wdL + rdT + X_2\, d\pi$$

Completando tasas de cambio se obtiene

$$\frac{dY_1}{Y_1} = y_w \frac{dL}{L} + y_r \frac{dT}{T} + K_2 \frac{d\pi}{\pi} \tag{66}$$

que es la expresión (41) del texto.

3. Diferenciando totalmente (10) y completando tasas de cambio se obtiene

$$\frac{dy_1}{y_1} = \frac{dY_1}{Y_1} - \frac{dL}{L}$$

y, utilizando (66),

$$\frac{dy_1}{y_1} = (y_w - 1) \frac{dL}{L} + y_r \frac{dT}{T} + K_2 \frac{d\pi}{\pi} \tag{67}$$

que puede ser reescrita

$$\frac{dy_1}{y_1} = -y_r \left(\frac{dL}{L} - \frac{dT}{T} \right) + K_2 \frac{d\pi}{\pi} \tag{68}$$

4. Hallando los diferenciales totales de (11) y (12) y completando tasas de cambio se obtienen

$$\frac{dD_1}{D_1} = \frac{dd_1}{d_1} + \frac{dL}{L} \tag{69}$$

$$\frac{dD_2}{D_2} = \frac{dd_2}{d_2} + \frac{dL}{L} \tag{70}$$

Las tasas de cambio de las demandas individuales son

$$\frac{dd_1}{d_1} = \epsilon_1 \frac{dy_1}{y_1} + \bar{\eta}_1 \frac{d\pi}{\pi}$$

$$\frac{dd_2}{d_2} = \epsilon_2 \frac{dy_1}{y_1} - \bar{\eta}_2 \frac{d\pi}{\pi}$$

La variación del ingreso *per capita* de la economía está dada por (68), pero debe tenerse en cuenta que el efecto de un cambio en el precio relativo sobre el ingreso real de los consumidores depende de la diferencia entre la producción y el consumo del bien cuyo precio ha cambiado, de modo que (69) y (70) pueden expresarse como

$$\frac{dD_1}{D_1} = \frac{dL}{L} + \epsilon_1 \left[-y_r \left(\frac{dL}{L} - \frac{dT}{T} \right) + (K_2 - K'_2) \frac{d\pi}{\pi} \right] + \bar{\eta}_1 \frac{d\pi}{\pi}$$

$$\frac{dD_2}{D_2} = \frac{dL}{L} + \epsilon_2 \left[-y_r \left(\frac{dL}{L} - \frac{dT}{T} \right) + (K_2 - K'_2) \frac{d\pi}{\pi} \right] - \bar{\eta}_2 \frac{d\pi}{\pi}$$

REFERENCIAS

[1] AMANO, A.,"Factor Endowment and Relative Prices: A Generalization of Rybczynski's Theorem". *Economica*, v. XXX, N.° 120, november 1963.

[2] AMANO, A., "Determinants of Comparative Costs: A Theoretical Approach". *Oxford Economic Papers*, v. 16, N.° 3, november 1964.

[3] JOHNSON, H. G., "Economic Development and International Trade,, en "Money, Trade and Economic Growth", G. Allen & Unwin Ltd., London, 1962. Versión castellana en *Dinero, Comercio internacional y crecimiento económico*, Rialp, Madrid, 1965.

[4] JONES, R. W., "The Structure of Simple General Equilibrium Models", *The Journal of Political Economy*, v. LXIII, N.° 6, december 1965.

[5] KEMP, M.C., "*The Pure Theory of International Trade*", Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, 1964.

[6] KEMP, M.C., "*The Pure Theory of International Trade and Investment*", Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, 1969.

[7] NELL, E. J., "Theories of growth and theories of value", *Economic development and cultural change*, vol. 16, 1967.

[8] RYBCZYNSKI, T. M., "Factor Endowment and Relative Comodity Prices". *Economica*, v. 22, N.° 88, november 1955.

[9] STOLPER, W. F. y SAMUELSON, P. A., "Protection and real wages", *The Review of economic studies*, v. IX, N.° 1, november 1941. Versión castellana en H. S. Ellis y L. A. Metzler, *Ensayos sobre la teoría del comercio internacional*, Fondo de Cultura Económica, México, 1953.

UN MODELO SIMPLE DE EQUILIBRIO GENERAL: ACUMULACION DE FACTORES Y VARIACION DE LOS TERMINOS DE INTERCAMBIO

Resumen

En este trabajo se desarrolla un modelo simple de equilibrio general, con dos factores y dos productos, estudiándose la estática comparativa de los cambios provocados en los valores de equilibrio de las variables por la acumulación de los factores, distinguiéndose el caso de una economía cerrada y el de una economía abierta, agregándose en este último contexto la estática comparativa de ajustes inducidos por variaciones en los términos de intercambio. Los aspectos que se consideran son las estructuras de producción, consumo, comercio exterior y distribución de los ingresos. Se interpretan las fórmulas matemáticas que se obtienen en términos de los distintos efectos provenientes de las condiciones tecnológicas de la producción y de las características de la demanda.

A SIMPLE MODEL OF GENERAL EQUILIBRIUM: FACTOR ACCUMULATION AND CHANGES IN THE TERMS OF TRADE

Summary

A simple model of general equilibrium —two factors and two goods— is analyzed in this paper, studying the comparative statics of changes in the equilibrium positions of the variables due to accumulation of factor. Two contexts are distinguished: a closed economy and an open economy (in this case changes due to variations in the terms of trade are also considered). The issues discussed are the structures of production, consumption, foreing trade and income distribution. The mathematical results are studied in terms of the different effects arising from the technical conditions of production and from the characteristics of demand.