Económica, La Plata, Vol. XXXI Nro. 2-3, Mayo-Diciembre 1985.

DISTRIBUCION DEL INGRESO Y CRECIMIENTO ECONOMICO: UNA PROPUESTA DE INTEGRACION DE DIFERENTES TRADICIONES

Dr. HORACIO NUÑEZ MIÑANA*

El presente trabajo pretende representar una contribución hacia una reformulación y sistematización de la teoría de la distribución macroeconómica del ingreso, especialmente en el estudio de su relación con el crecimiento económico. Por "teoría" se entiende el enfoque abstracto-deductivo que parte de la construcción de modelos en las condiciones más simples posibles para un estudio de los factores juzgados como más relevantes del problema.

La teoría de la distribución del ingreso, tanto a nivel de Investigación avanzada como de presentación elemental, muestra un estado que cada vez se ha revelado como menos satisfactorio[1]. La larga tradición neoclásica, especialmente la de la teoría de la productividad marginal, nunca llegó a una formulación teórica completa, habiéndose detenido especialmente en un análisis de la demanda (derivada) de factores productivos. Recientemente, la discusión de la escuela de Cambridge respecto a la teoría del capital, si bien ha dejado de manifiesto aspectos débiles del modelo neoclásico (especialmente en su versión "neo-neoclásica"), no ha avanzado suficientemente en la derivación de los resultados de dicha discusión respecto al problema de la distribución. Por otra parte, la otra tradición teórica vinculada al tema, la marxista, nunca ha sido formalizada de

* Universidad Nacional de La Plata

1 Los siguientes comentarios no pretenden constituir una historia de las teorías de la distribución, ni mucho menos una crítica exhaustiva de los principales enfoques mencionados, sino solo una breve referencia de encuadre del objetivo del presente trabajo.

manera de poder ser comparada adecuadamente al modelo neoclásico; las diferencias de enfoque parecieran haber sido tan hondas que, de un lado y del otro, no hubiera valido la pena tratar de volcar los elementos analíticos de un enfoque en términos del otro aunque más no fuera para fines comparativos. Mientras tanto, desde el punto de vista de política, el interés por el tema de la distribución del ingreso sigue teniendo vigencia, avivado ahora por la especial consideración explícita de una "política de ingresos".

En este trabajo se propone un modelo que permita comenzar a efectuar comparaciones sistemáticas de la lógica interna de las distintas tradiciones brevemente reseñadas. Para ello se comienza utilizando como armazón inicial el modelo de SRAFFA y su particular concepción del capital. (Sección 1). Como el objeto del análisis es diferente al de SRAFFA, preocupado fundamentalmente por la teoría del valor, se trabaja con un modelo con un solo bien. Se propone superar el desafío de SRAFFA respecto al carácter indeterminado del modelo en lo que respecta a la distribución del ingreso, durante la introducción explícita de las condiciones de equilibrio estacionario, lo cual permite cerrar el modelo (Sección 2). Dadas ciertas características del modelo resultante, se dedica una sección a la exposición del problema de la estabilidad del equilibrio del modelo (Sección 3), luego de la cual se discute los posibles valores absolutos de equilibrio del modelo (Sección 4). Se encuentra que el modelo permite integrar dos enfoques alternativos extremos, uno que se puede interpretar como reflejando los resultados del enfoque de MARX y el otro que permite explicar los obtenidos por GOODWIN. Luego se estudia, a través del análisis de estática comparativa, los efectos del crecimiento económico sobre la distribución del ingreso, siguiendo la ya ahora clásica distinción entre elementos que incidan a través de la expansión de los factores y elementos que inciden a través del progreso técnico (Secciones 5, 6 y 7). La introducción del caso de los salarios avanzados por los capitalistas (Sección 8) permite analizar un modelo con características más cercanas al modelo de MARX, en tanto que en la Sección 9 se anota la posibilidad de conciliar el modelo con características de los enfoques de economistas post-keynesianos (Joan ROBINSON y KALDOR).

En todo el análisis anterior, se ha seguido utilizando el supuesto de SRAFFA respecto a tecnologías de tipo de LEONTIEF. Al estudiar la incorporación de la posibilidad de sustitución de factores (Sección 10) se puede integrar el enfoque típicamente neoclásico, el de la productividad marginal, en el modelo desarrollado.

Finalmente, y para mostrar las posibilidades de análisis del modelo propuesto, se analiza el caso en que se levanta el supuesto de competencia perfecta macroeconómica en el mercado de factores, con lo que se puede estudiar la relación entre la lucha de clases y la distribución del ingreso (Sección 11). Cierra el presente trabajo (Sección 12) una enumeración de las conclusiones más importantes a que se ha arribado mediante el modelo propuesto.

1. Introducción.

Supóngase una tecnología de Leontief tal que la economía arroje excedente. Si los salarios no son avanzados a los asalariados, y existen dos bienes que tienen uso tanto intermedio como final,[2] el modelo de Sraffa permite escribir:

$$(a_{11} X_1 p_1 + a_{21} X_1 p_2)(1 + r) + a_{01}\, w = X_1\, p_1 \quad (1)$$

$$(a_{12} X_2 p_1 + a_{22} X_2 p_2)(1 + r) + a_{02}\, w = X_2\, p_2 \quad (2)$$

donde $\mathbf{a}_{ij}$ es la cantidad del insumo de bien **i** para producir una unidad del bien **j**, a_{oj} la cantidad de trabajo para producir una unidad del bien **j**, $\mathbf{X}_j$ el nivel de producción del bien **j**, **w** la tasa de salario, **r** la tasa de beneficio[3] y $\mathbf{p}_j$ el precio del bien **j**.

Dado que en cada ecuación se puede eliminar el nivel de producción (X_1, X_2), el sistema resulta independiente de la escala de producción. Las dos ecuaciones (1) y (2) tienen tres incógnitas: la tasa de salario (**w**), la tasa de beneficio (**r**) y el precio relativo (p_2/p_1, o alternativamente, si el bien 1 es **numéraire**, $p_1 = 1$ y p_2 es el único precio). Aparece un grado de libertad, de modo que la distribución del ingreso queda indeter-

2 Se trabajará con el caso más simple de capital circulante, es decir, que el período de vida útil del bien de capital es igual o inferior al período básico en cuyos términos están expresados todos los flujos ("año"). Por ejemplo, si las máquinas tienen una vida útil de diez años, adoptar como unidad de análisis la década significa que la reposición de máquinas tiene el mismo tratamiento que la reposición de materias primas. Alternativamente, en una economía estacionaria la producción anual de 1/10 del total de máquinas puede verse no como un "destino final", sino simplemente como una "destino intermedio" tal como la reposición de materias primas. Obviamente, la introducción del capital fijo en el modelo complica el análisis.

3 A lo largo del trabajo se denominará **r** la tasa de **beneficio**, siguiendo a SRAFFA (y a los clásicos). Dados los supuestos del modelo, **r** también correspondería a la tasa de **interés** del enfoque neoclásico, siendo la tasa de beneficio puro (o extraordinario) igual a cero. En un enfoque alternativo, podría introducirse una diferencia entre capitalistas activos (que controlan las decisiones en la empresa, siendo dueños de solamente una fracción del capital total) y capitalistas pasivos (que ceden el control de su capital a los primeros contra el pago de ciertas sumas). Entre otras diferencias, ello introduciría la posibilidad de "explotación" de los capitalistas pasivos por parte de los capitalistas activos, y la diferencia entre la tasa de interés percibida por aquéllos y la tasa de beneficio recibidas por éstos.

minada.

Para cerrar el modelo, se propone trabajar con el caso de un único bien. Por lo tanto, no resulta necesaria ninguna teoría del valor (ya que no existe intercambio de mercancías) ni aparecen problemas de agregación (medición del "capital" y "switching" de técnicas, en el modelo neoclásicos; composición orgáncia del capital y problema de la transformación, en el modelo marxista). La dicotomía entre teoría de la distribución y teoría del valor es completa, y permite concentrar toda la atención en la primera[4]

2. El modelo

En el caso de un único bien, el sistema (1) - (2) queda reducido a:

$$a\,(1 + r) + a_o\, w = 1 \tag{3}$$

donde para producir una unidad del bien es necesaria una cantidad **a** del mismo bien y una cantidad $\mathbf{a_0}$ de trabajo, ambas cantidades vienen dadas por la tecnología.

Para completar el modelo, se define el excedente[5] generado por la economía (E):

$$E = (1 - a)\, X \tag{4}$$

Se supondrá que la tecnología asegura un excedente positivo, de forma que **a** es inferior a la unidad.

Para que la economía esté en estado estacionario,[6] es decir para que en el período siguiente disponga exactamente de la cantidad del bien necesario para asegurar el mismo nivel de producción ("estado de autoreemplazamiento" de Sraffa, "modelo de reproducción simple" de Marx)

4 No se explora en este trabajo las consecuencias de levantar este supuesto de un bien único. Es obvio que en esta tarea han de resultar fundamentales los resultados de SRAFFA, si bien interpretados en otro contexto donde no es legítimo suponer como exógeno el valor de la tasa de salario o el de la tasa de beneficio.

5 También se utiliza el término excedente (ver nota 2) siguiendo a SRAFFA. En la terminología corriente, E representará el valor del ingreso nacional. Conviene tener presente la posible diferencia entre esta definición de excedente y las que ha propuesto P. BARAN. En términos de LEONTIEF, la demanda intermedia es aX, el valor de producción hasta X y el valor agregado (1 - a) X.

6 El modelo a desarrollar analiza estados estacionarios, y eventualmente la comparación entre distintos estados estacionarios provocados por alteraciones exógenas en algunos de los parámetros. Conviene tener presente la diferencia fundamental con el enfoque habitual de los modelos de crecimiento. Estos últimos, si bien permiten trabajar explícitamente con inversión positiva, lo hacen al costo de ciertos supuestos cuyos efectos precisamente se trata de analizar. Para una comparación entre ambos enfoques, puede considerarse el caso de estado estacionario como un caso especial de crecimiento, con la tasa de crecimiento igual a cero.

es necesario garantizar que el consumo del excedente iguale exactamente a este último:

$$E = C \tag{5a}$$

El sentido económido de (5a) radica en que evita las situaciones en que $C < E$ (economía en crecimiento, por reinversión de parte del excedente) o en que $C > E$ (se inicia el período siguiente con un acervo de insumo menor al necesario para alcanzar el mismo nivel X de producción)[7]

El consumo del excedente se supone función del nivel del excedente y de la tasa de beneficios:

$$C = C\,(E, r) \tag{5b}$$

donde $\frac{\partial C}{\partial E} = C_E$ puede variar entre cero y uno, y $-\frac{\partial C}{\partial r} = C_r$ se puede suponer (aunque no necesariamente) como no negativo[8].

Agrupando ambas ecuaciones en una sola:

$$E = C\,(E, r) \tag{5}$$

Combinando las ecuaciones (3), (4) y (5) puede demostrarse que el capital alcanza su ocupación plena ya que

$$aX = K^d = K^o = X - C \text{ pues } C = E = (1 - a)\,X.$$

La demanda y la oferta de trabajo pueden escribirse:

$$L^d = a_o\,X \tag{6a}$$

$$L = L\,(w) \tag{6b}$$

7 Si bien SRAFFA menciona la condición de estado estacionario, no escribe la ecuación correspondiente, de forma que el modelo queda con un grado de libertad. Pero no es legítimo meramente suponer que la economía ha alcanzado (y continúa) en estado estacionario: es necesario garantizar dicha situación, lo cual se obtiene con la ecuación (5a).

8 C_r no es necesariamente positivo, ya que como es bien sabido el resultado depende de los objetivos del ahorrista, por ejemplo, si el objetivo es alcanzar un determinado monto absoluto de beneficio, una tasa de beneficio mayor puede significar un menor nivel de capital requerido. En lo que sigue se supondrá una forma "normal" de C_r positivo.

donde $\frac{\partial L(w)}{\partial w} = L_w$ puede variar normalmente entre cero e infinito[9].
La plena ocupación de la mano de obra se alcanza si

$$a_0 X = L(w) \tag{6}$$

Conviene tener presentes otras relaciones derivadas:

Cantidad de trabajo $L = a_0 X$
Cantidad de capital $K = aX$
Salarios totales $W = wL = w a_0 X$
Beneficios totales $R = T.K = raX$

Distribución del excedente: WE para los asalariados, R/E para los capitalistas (WE + RE = 1).

Relación producto-capital $= X/X = X/aX = 1/a$
Relación capital por trabajador $= aX/a_0 X = a/a_0$

El sistema de cuatro ecuaciones (3), (4), (5) y (6) con cuatro incógnitas (w, r, X y E) es cerrado, y permite determinar una única distribución del ingreso dados los coeficientes tecnológicos a y a_0 y las funciones de oferta de trabajo $L^s = L(w)$ y de gasto del excedente $C = C(E, r)$.

El análisis que permite el modelo se presentará en forma gráfica en el texto y en forma matemática en el Apéndice. La determinación del equilibrio de la economía puede gráficamente expresarse conforme lo mostrado en la fig. 1.

Por un lado, se puede establecer una relación entre w y r de acuerdo a la ecuación (3). La relación es lineal (recta TT), con pendiente negativa igual a $-a/a_0$ (relación capital por trabajador) y con valores de intersección con los ejes de $(1 - a)/a_0$ (para $r = 0$) y de $(1 - a)/a$ (para $w = 0$). El primer valor es igual a la inversa de $A_0 = a_0/(1 - a)$ que representa el "trabajo socialmente necesario" para producir una unidad del bien (ya que $A_0 = a_0 + aa_0 + a^3a_0 + \ldots = a_0 (1 + a + a^2 + \ldots) = a_0 / (1 - a)$), en tanto el otro valor $(1 - a)/a$ representa el excedente por unidad de capital.

Por otro lado, existe una relación entre w y r a través del subsistema (4) - (6). En el cuarto cuadrante (sentido contrario a las agujas de

9 El caso "anormal" más conocido es aquél en que, dado un cierto nivel de la población si el efecto renta es mayor que el efecto sustitución, entre bienes y descanso, un momento de la tasa de salario trae aparejado una menor cantidad de horas-hombre ofrecidas. En otro contexto, de largo plazo y de teoría demográfica, el caso "anormal" respondería a una supuesta relación (inversa a la de MALTHUS) entre mayores niveles de vida y menor tasa de natalidad.

reloj) de la Fig. 1 se dibuja la relación entre r y E deducida de la ecuación (5). La relación es decreciente, ya que un mayor nivel de r para mantener la condición C = C exige un menor nivel de E. La pendiente de la curva es igual a: $-C_r/(1 - C_E)$, y su curvatura depende de los valores de las segundas derivadas de la función C (E, r) respecto a sus argumentos,. En el tercer cuadrante se establece la relación entre E y X según la ecuación (4), resultando una recta a través del origen y con pendiente igual a $(1 - a) < 1$ (entre la línea de 45° y el eje OX). Como X = aX, para cualquier X el valor de K queda determinado por la distancia vertical entre la recta y la línea de 45° . En el segundo cuadrante, se expresa el equilibrio en el mercado laboral que arroja una relación entre X y w según la ecuación (6): la pendiente de la curva es igual a a_o/L_w, es decir normalmente positiva y con una curvatura que depende de la segunda derivada de la función L(w). Combinando las tres curvas recien mencionadas se puede trazar MM en el primer cuadrante, cuya pendiente es negativa (igual a: $-\frac{1}{L_w} \cdot \frac{C_r}{1 - C_E} \cdot \frac{a_o}{1 - a}$) y cuya curvatura depende de los valores de las segundas derivadas de las funciones C (E, r) y de L (w) res-

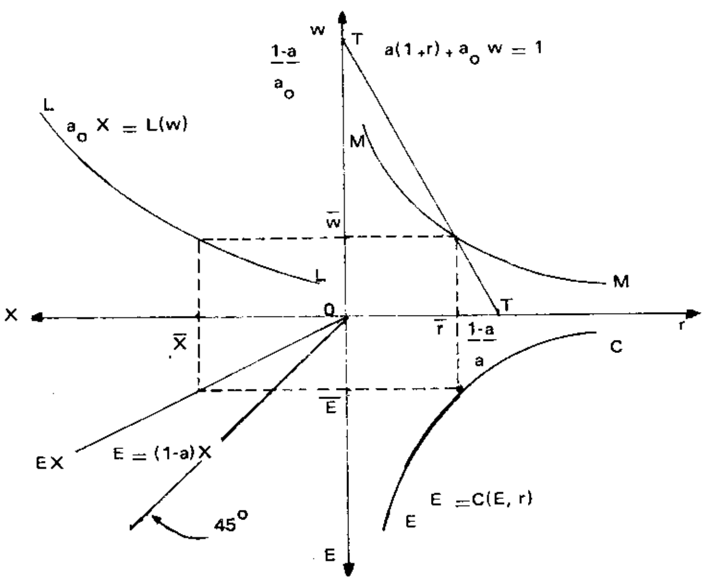


Fig. 1 . Determinación del equilibrio.

pecto a sus argumentos .Gráficamente, puede apreciarse que la curva MM resulta descendiente debido a que si se toma un r menor, el cuarto cuadrante implica un r mayor, que de acuerdo al tercer cuadrante significa un X mayor, y por lo tanto según el segundo cuadrante requiere un w mayor.

En resumen, el sistema de cuatro ecuaciones (3) - (6) permite determinar un único par de valores (w, r) y simultáneamente los niveles de producción (X) y de excedente (E) de la economía. Indirectamente quedan también determinados el nivel de ocupación efectiva (L), la dotación de capital (K) y la distribución del excedente (W/E, R/E).

Conviene tener presentes dos casos extremos del posible trazado de la curva MM: (1) el "caso de Marx", en que L_w = -y la curva LL se torna horizontal, al igual que la MM, siendo esta última invariante ante cambios en la tecnología (valores de a_o y de a); y (2) el "caso de Goodwin", en que $C_E = 1$ y la curva EC es vertical, al igual que la MM, la cual permanece invariante ante cambios en la tecnología. La razón de estas denominaciones quedará en evidencia más adelante.

3. Estabilidad del equilibrio.

El hecho de que normalmente la curva MM no tenga pendiente positiva, en tanto la curva TT siempre tiene pendiente negativa, obliga a analizar con particular cuidado la estabilidad del equilibrio del sistema.

Supóngase en la Fig. 2 que el par (w_o, r_o) señalado por la intersección de las curvas TT y MM representa la situación de equilibrio inicial. Si w sube hasta w_1, puede observarse en el segundo cuadrante que el nivel de producción X_n necesario para mantener la ocupación plena de la mano de obra al nuevo nivel de salario w_1 es superior a X_e, que representa el nivel de producción efectivamente resultante al nuevo nivel r_1 de la tasa de beneficio que satisface el lado técnico de la producción (ecuación (1) y primer cuadrante, punto A). Por lo tanto, en el mercado de trabajo surgirá un exceso de oferta laboral. Suponiendo un mecanismo de ajuste que implique una respuesta descendente del nivel de salarios ante un exceso de oferta laboral (estabilidad del mercado laboral en el sentido de Walras), puede concluirse que en dicho caso el punto de equilibrio A es estable.

Supóngase ahora que se rotara la curva TT a partir del punto A de tal forma que pasará por el punto B'. Es decir, ahora la curva MM corta a TT no "desde abajo" sino "desde arriba". Puede observarse en el gráfico que en este caso el equilibrio en A es inestable, ya que el nivel de producción (X'_c) efectivamente resultante por el juego de (w_1, r'_1) es superior al nivel de producción (X_n) necesario para mantener la ocupación plena al nuevo nivel de salario w_1. Por lo tanto, manteniendo el mismo supuesto respecto al ajuste en el mercado laboral (estabilidad walrasiana), ahora el exceso de demanda desencadenaría un proceso de alza de salarios que alejaría aún más al sistema del punto de equilibrio A.

Por lo tanto, para que el equilibrio sea estable (en el sentido de Walras) se requiere que la pendiente de MM (en términos absolutos) sea

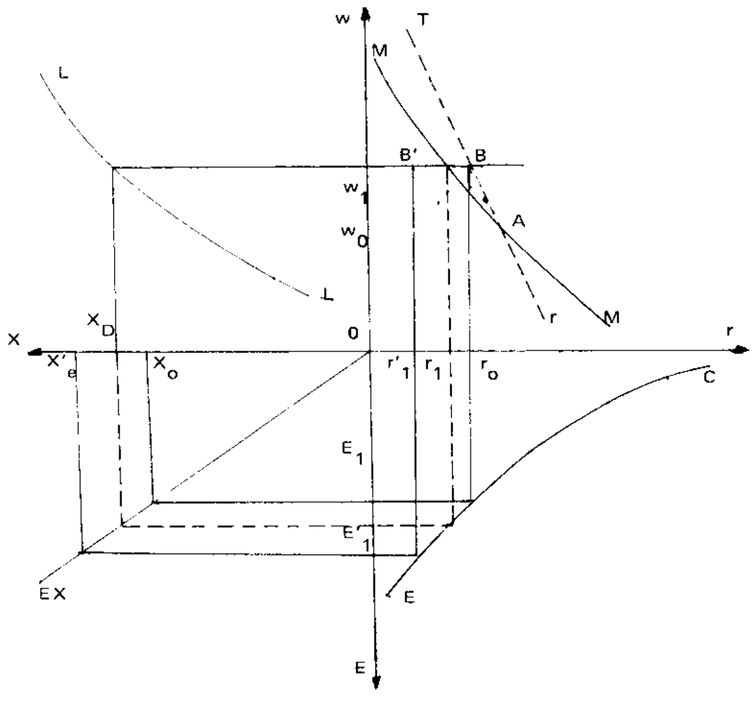


Fig. 2: Estabilidad del equilibrio en el sentido de Walras.

menor que la pendiente de TT (también en términos absolutos). O sea que

$$\frac{a_o \; C_r}{L_w \; (1 - C_E) \; (1 - a)} < \frac{a}{a_o} ,$$

que se puede escribir

$$L_w > \frac{a_o^2}{(1-a)\,a} \cdot \frac{C_r}{1-C_E}$$

Esta condición se cumple más fácilmente cuanto mayor sea L_w y menor sea C_r ó C_E.

Sin embargo, los resultados, hasta aquí deducidos respecto a estabilidad dependen crucialmente del mecanismo de ajuste adoptado. En un segundo modelo de ajuste (estabilidad del mercado laboral en el sentido de Marshall), puede probarse que una situación de equilibrio que era estable de acuerdo al análisis precedente resulta ahora inestable. Para comparación se presenta la Fig. 3, en cuya parte superior se muestra la estabilidad del equilibrio según el proceso de ajuste descripto precedentemente (estabilidad walrasiana): si el nivel del tipo de salario w es superior al de equilibrio, a dicho nivel se origina un proceso de ajuste que lleva a una baja en dicho nivel, según lo mostrado gráficamente por las flechas. En cambio, en la parte inferior del gráfico, se puede observar que si el estudio se centra en los efectos de una baja en la tasa de beneficio, en dicho caso el proceso de ajuste lleva a una disminución ulterior a dicha tasa, de forma que el equilibrio de acuerdo a este segundo criterio (estabilidad marshalliana sería inestable[10].

En particular, se deduce que la estabilidad en el sentido de Walras en el mercado laboral asegura la estabilidad del sistema en el caso de Marx, en tanto que la estabilidad en el sentido de Marshall en el mercado laboral garantiza la estabilidad del sistema en el caso de Goodwin.

10 Otra forma tal vez mas directa de alcanzar el mismo resultado es el de escribir la demanda ("Derivada") de trabajo usando las ecuaciones (6a), (5), (4) y (3), que implican una curva de demanda laboral ascendente (en contra de la habitual curva de demanda derivada de la teoría de la productividad marginal que es descendente). Confrontada con la curva de oferta laboral (ecuación 6b), normalmente ascendente, se plantea el problema del diferente resultado concerniente a la estabilidad del equilibrio de aplicar los criterios de Walras y de Marshall. Los casos extremos se obtienen: a) caso de Marx: la curva de oferta laboral es horizontal (tasa de salarios en el eje de las ordenadas), y curva de demanda laboral ascendente: estable en sentido de Walras, (b) caso de GOODWIN la curva de oferta laboral es ascendente, pero la de demanda laboral es horizontal (el sistema económico absorve cualquier cantidad de mano de obra sin afectar la tasa de salarios ni de beneficios): estable en el sentido de Marshall.

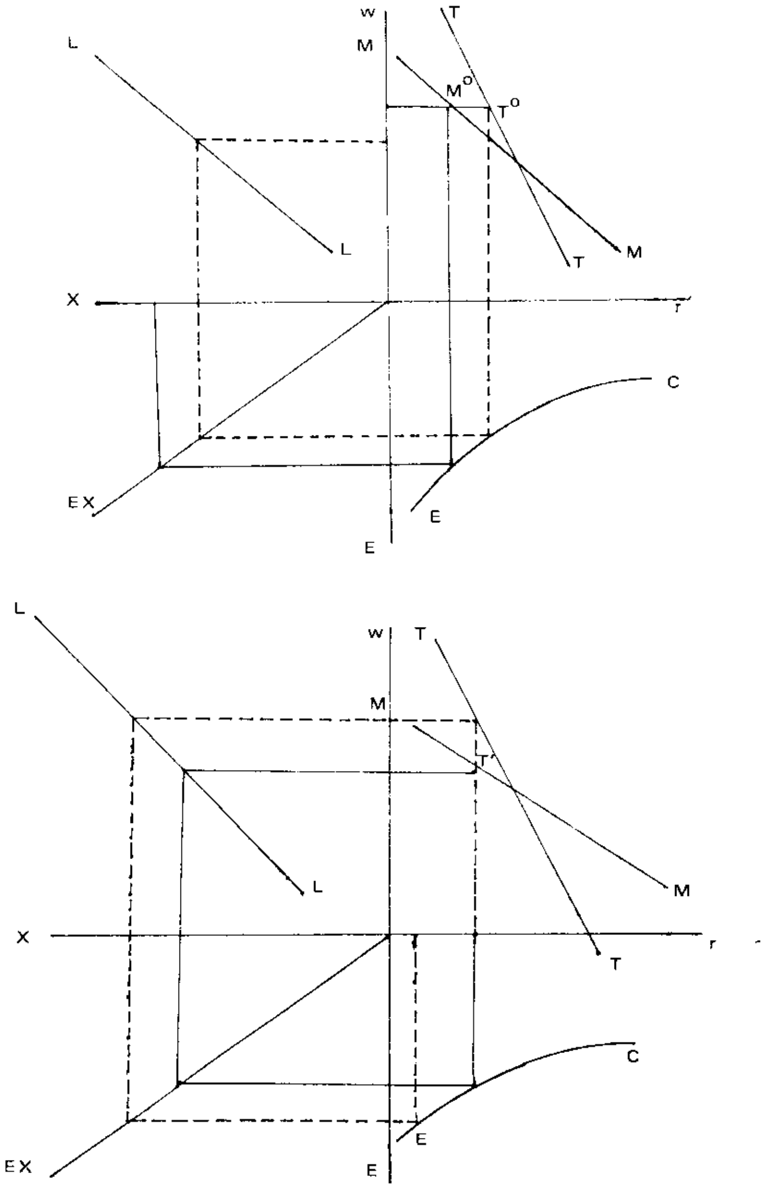


Fig. 3: Comparación entre estabilidad walrasiana y marshalliana del sistema.

Los resultados se agrupan en el siguiente cuadro:

Sistema	Condición necesaria	Casos extremos.
Estable en el sentido de Walras	$L_w > \frac{C_r}{1 - C_E} \frac{a_o}{a(1-a)}$	Caso de Marx: $L_w = \infty$
Estable en el sentido de Marshall	$L_w < \frac{C_r}{1 - C_E} \frac{a_o}{a(1-a)}$	Caso de Goodwin: $C_E = 1$

4. Los valores de equilibrio:

A diferencia de otros modelos, en que determinadas las condiciones de estabilidad del sistema se pasa directamente al análisis de estática comparativa, en este caso conviene primero detenerse a estudiar los valores absolutos de equilibrio del modelo[11].

Supóngase para simplificar que se acepta la estabilidad en sentido de Walras y que MM sea lineal. De la Fig. 2 podría deducirse una "justificación" del beneficio (positivo).

El modelo se refiere a una economía (a) estacionaria, donde presumiblemente sería mínimo el riesgo y la incertidumbre; (b) de competencia perfecta, donde no existirían beneficios de monopolio; (c) donde los capitalistas no avanzan el salario a los trabajadores; y (d) donde ni siquiera existe la necesidad de incentivar la acumulación neta de capital. La única función de r consiste en asegurar que el consumo del excedente no supere al monto total de dicho excedente. Es decir, la tasa de beneficio debe alcanzar el nivel suficiente como para asegurar que en el período siguiente la economía comienza con la adecuada dotación de insumos físicos.

Sin embargo, en la Fig. 4(a) puede apreciarse que el equilibrio

11 Ello debido a que una pregunta central en la teoría de la distribución ha sido respecto a si era justificado un valor positivo para la tasa de beneficio. Por ejemplo, la "Golden Rule" en los modelos de crecimiento implican para una economía estacionaria, una tasa de beneficio (= Tasa de crecimiento) nula.

del sistema no necesariamente requiere una tasa de beneficio positiva[12]. Ello depende de los valores específicos de los distintos parámetros, pudiendo observarse (en el caso de la Fig. 4,A se supone estable en sentido walrasiano) que si la curva MM se desplaza hacia la derecha (y hacia arriba), el equilibrio se alcanza con tasas de salario mayores y tasas de beneficio menores, hasta llegar al caso de la curva MM' en que el equilibrio es compatible con una tasa de beneficio igual a cero. Por lo tanto, resulta de interés explorar cuáles son los factores que determinan (a igual tecnología, es decir, dados los valores de a y de a_0) un desplazamiento de MM hacia el NE del primer cuadrante, y que por lo tanto disminuyen el valor de r hasta eventualmente anularlo.

La afirmación anterior se ha referido a un caso especial, de MM lineal y estabilidad en el sentido de Walras. Pero el problema se complica cuando se tiene en cuenta el caso general. En la Fig. 4 (b) puede observarse un caso en que, no siendo MM lineal, hay dos intersecciones de MM con TT, señaladas por los puntos A y B. A es estable en sentido marshalliano, ya que MM corta "desde arriba" a TT, en tanto B es estable en sentido walrasiano, por la razón inversa. Por lo tanto, a iguales datos estáticos (incorporados en las dos curvas) el equilibrio final es diferente, con tasa de salario (beneficio) relativamente alta (baja) si se adopta la estabilidad en sentido marshalliano y tasa de salario (beneficio) relativamente baja (alta) si se adopta la estabilidad en sentido walrasiano.

Pero aún lo anterior no es suficientemente general, ya que parecería desprenderse que la adopción de la estabilidad en el sentido de Walras[13] asegura la existencia de un nivel positivo de la tasa de beneficio. En la fig. 4 c) puede observarse que si la curvatura de MM es diferente, los resultados se invierten: ahora al supuesto walrasiano de estabilidad lleva a tasas de beneficio bajas, (punto B) y viceversa para el supuesto marshalliano de estabilidad, (punto A). Como la curvatura de MM depende de los valores relativos de las segundas derivadas de las funciones L (w) y C (E, r), no se puede avanzar sin establecer restricciones adicionales sobre

12 En el ejemplo, se presenta la posibilidad de una tasa de beneficio igual a cero. El caso de tasa de beneficio **negativa** puede desecharse en la medida en que se admita la durabilidad del bien (ver nota 6b) y la ausencia de costos de almacenamiento del bien (incluyendo impuestos), en cuyo caso la curva C_E estaría restringida a la zona de valores no negativos de la tasa de beneficio (debido a la demanda de "atesoramiento" del bien. Para una demanda "de liquidez" que implique una tasa de beneficio **positiva** debería introducirse la preferencia de los individuos a tener en sus manos el bien durante el período respecto a contar con él recién al final del mismo.

13 Recuérdese que el "caso de Marx" implica estabilidad en el sentido de Walras.

dichos valores.

Conviene anotar que desde el punto de vista de estática comparativa, los resultados anteriores no destruyen la posibilidad de obtener respuestas unívocas. Volviendo a la Fig. 4 (b), si la curva MM se desplaza hacia el NE, ello implica en el caso del supuesto walrasiano de estabilidad

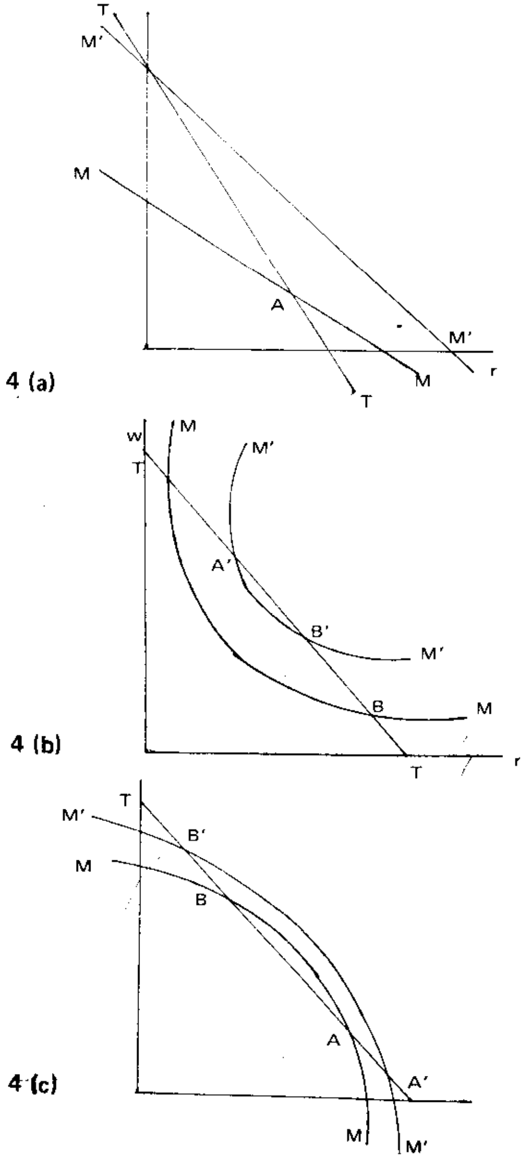


Fig. 4: Valores de equilibrio en diferentes casos.

que la tasa de beneficio baja y la tasa de salario sube. En la Fig. 4(c), y con el mismo supuesto walrasiano de estabilidad, el desplazamiento de MM al NE **también** significa una menor tasa de beneficio y una mayor tasa de salario. De manera que aunque los valores iniciales de equilibrio estable no queden determinados únicamente por los datos estáticos, sin embargo es posible deducir los movimientos a partir de la situación de equilibrio estable (lógicamente, para definir esta situación inicial es necesario dejar fijado el criterio de estabilidad a utilizar).

5. Expansión laboral y variaciones en la propensión al gasto.

El modelo precedentemente expuesto permite analizar el efecto de un cambio en la población. Para ello la ecuación (6) puede ampliarse para incluir cambios exógenos en la oferta laboral:

$$a_o X = L(w) + \bar{L} \qquad (6\ bis)$$

donde L(w) queda como el componente endógeno y $\bar{L}$ como el componente exógeno.

Gráficamente, un incremento de $\bar{L}$ significa un desplazamiento hacia la izquierda de LL en el segundo cuadrante, y ello implica una baja en la tasa de salario y un alza en la tasa de beneficio bajo el supuesto de estabilidad walrasiana, y efectos exactamente inversos bajo el supuesto de estabilidad marshalliana. Más en general, los efectos de un aumento de la población son en cuanto al signo los siguientes:

Cuadro 1 - Expansión laboral

	Estabilidad walrasiana	Estabilidad marshaliana
1. Tasa de salario (w)	-	+
2. Tasa de beneficio (r)	+	-
3. Producción (X)	-	+
4. Excedente o ingreso nacional (E)	-	+
5. Mano de obra ocupada (L)	-	+
6. Dotación de capital (K)	-	+
7. Salarios totales (W)	-	+
8. Beneficios totales (E)	?	?
9. o/o de salarios en el ingreso nacional (W/E)	-	+
10. o/o de beneficios en el ingreso nacional (R/E)	+	-

Otro cambio de tipo exógeno que puede analizarse es el relativo a desplazamiento en la función del gasto del excedente. Para ello, puede escribirse la ecuación (5):

$$\dot{E} = C(E, r) + \bar{\bar{C}} \qquad (5 \text{ bis})$$

Un aumento en la propensión al gasto[14] implica un desplazamiento hacia abajo y hacia la derecha de la curva EC en el cuarto cuadrante. Los efectos sobre la tasa de salario y la tasa de beneficio son, en tal caso, exactamente opuestos a los recién mencionados: sube la primera y baja la segunda en caso de estabilidad walrasiana, y viceversa para la estabilidad marshalliana. Más en general, todos los cambios en las variables como consecuencia de una expansión en la propensión al gasto del excedente tienen signo exactamente opuestos a los ocasionados por una expansión laboral.

Uniendo los dos resultados anteriores, puede verse que la expansión demográfica tiene un doble efecto. Tomando el caso de estabilidad walrasiana, el aumento de población tiende a deprimir la tasa de salarios y a aumentar la tasa de beneficio a través de un desplazamiento de la oferta laboral, pero por otro lado estos efectos se ven contrarrestados por las consecuencias de una expansión en la propensión al gasto que puede derivarse del mayor número de consumidores. El efecto final dependerá de los valores particulares de las funciones.

Puede imaginarse un caso especial: si la función microeconómica del gasto es uniforme para todas las personas que reciben el mismo tipo de ingreso, y si la tasa de crecimiento del número de las unidades consumidoras de cada tipo de ingreso es igual entre sí e igual al de la expansión demográfica, no habiendo cambios en la proporción de población activa sobre el total, la tasa de salario y la de beneficio no se alteran como consecuencia de la expansión demográfica, y los niveles de producción (X) y del excedente (E) aumentan en la misma proporción. En tal caso, puede trabajarse simplemente con el gráfico inicial, pero representando las magnitudes en términos per capita.

Una consecuencia interesante del resultado concerniente al desplazamiento en la propensión al gasto es la demostración de las condicio-

14 Otra interpretación que puede darse a $\bar{\bar{C}}$ es como inversión (exógena). Ello permite estudiar el efecto del esfuerzo sobre la economía estacionaria para generar un cierto nivel de inversión. Sin embargo, la interpretación no puede llevarse más lejos, pues un nivel de inversión positivo es incompatible con una economía estacionaria (y por ende de un acervo de capital constante).

nes bajo las cuales opera la paradoja de Kalecki:[15] bajo estabilidad marshalliana, un aumento en la propensión al gasto de los capitalistas tiene como consecuencia un aumento de la participación de los beneficios en el excedente (aunque no necesariamente un aumento en la magnitud absoluta de los beneficios). Observese que el mismo fenómeno opera con un desplazamiento de la propensión al gasto de los asalariados, significando por lo tanto un descenso en la participación de los asalariados en el excedente y una baja en el nivel absoluto de los asalariados. También debe notarse que el resultado depende crucialmente del supuesto respecto a estabilidad marshalliana, ya que el mismo se invierte bajo el supuesto de estabilidad walrasiana. Es decir, que para obtener el resultado de Kalecki, habitualmente considerado como un modelo marxista, debe adoptarse el supuesto inverso al que resulta necesario para obtener los resultados de Marx

Mutatis mutandis, bajo los supuestos necesarios para obtener resultados similares a los de Marx (alta elasticidad de la oferta laboral), se obtiene una paradoja inversa a la de Kalecki: cuanto mayor sea la propensión a gastar de los asalariados, mayor serán la tasa de salarios y los montos totales de salarios,

6. Progreso técnico.

Para analizar el efecto del progreso técnico sobre la distribución del ingreso y demás variables, conviene clasificar el progreso en diversos casos:

a) ahorrador de mano de obra, si baja a_o y permanece constante a;
b) ahorrador de capital, si baja a y permanece constante a_o;
c) neutro, si baja tanto a como a_o en iguales proporciones;
d) sesgado en favor del capital, si baja a_o en mayor proporción que a;
e) sesgado en favor del trabajo, si baja a en mayor proporción que a_o;
f) ultrasesgado en favor del capital, si baja a_o y sube a (esta sube suficientemente pequeña como para que la nueva tecnología sea rentable);
g) ultrasesgado en favor del trabajo, si baja a y sube a_o (igual observación que en f).

15 Anticipada por Keynes en su **Treatise on Money** (Vol. I, p. 139) con sus imágenes de la "botella de la viuda" (widow's cruse) y la "tinaja de Danaida" (Danaid jar).

Los casos básicos son los dos primeros, pues los resultados de los demás son combinaciones de los resultados de aquéllos.

El caso más simple de representar gráficamente es el del progreso técnico ahorrador de mano de obra (ver Fig. 5). La baja en a_o (permaneciendo constante a) significa una rotación de la recta TT en torno a su intersección con el eje Or y hacia arriba. En el caso de **Marx** ($L_w = \infty$), la recta MM (horizontal) no se altera por el desplazamiento de a_o, de modo que la totalidad de los beneficos del progreso técnico son absorbidos por el alza de la tasa de beneficios, permaneciendo la tasa de salario en el nivel inicial.

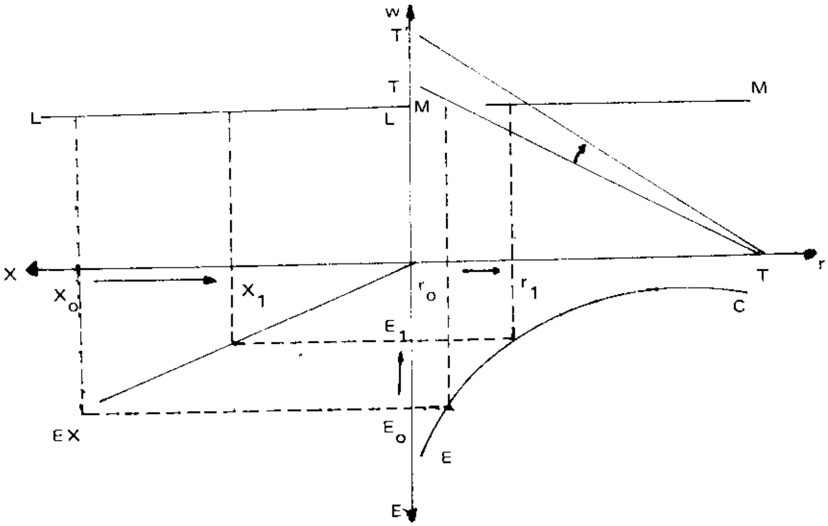
El nivel más alto de r tiene un efecto deflacionario sobre la economía, ya que implica un menor nivel de E, y por tanto un menor nivel de X y la aparición de desocupación laboral de tipo estructural[16].

En el caso de Goodwin ($C_E = 1$), por el contrario, el progreso técnico ahorrador de mano de obra significa un alza en la tasa de salario, permaneciendo la tasa de interés al nivel inicial. El progreso técnico tiene efectos expansivos sobre la ocupación laboral, el nivel de producción y el nivel del excedente. La forma vertical de BC explica la "paradoja de Goodwin" (la "ley de hierro malthusiana de la tasa de beneficio"). [17].

16 En el trabajo se utiliza la expresión "caso de Marx" para indicar una situación dentro del modelo propuesto que se asemeja por sus resultados a los obtenidos por dicho autor. En la Sección 8 (salarios avanzados por los capitalistas) se presenta una variante del modelo que se aproxima más aún al análisis de Marx. Sin embargo, queda abierto a debate hasta que punto estos modelos captan en su totalidad, o aún en sus aspectos más esenciales, el enfoque propuesto por dicho autor. Sin pretender dilucidar el punto, podría sostenerse que una aproximación más adecuada al enfoque de Marx (cfr. el Cap. XXIII del Libro I de "El Capital") invertiría la relación causal del sistema analizado: en lugar de resultar el acervo de capital endógenamente determinado por el progreso técnico, más bien es la acumulación de capital (generado por la competencia entre capitalistas por invertir como condición de supervivencia individual: cap. XXII del Libro I) el factor crucial y eventualmente el progreso técnico (especialmente lo que hemos denominado "maquinización") el resultado. En este enfoque alternativo, no es necesario sostener el supuesto (de raíz malthusiana) $L_w = \infty$. Obviamente, el espacio aquí disponible no permite desarrollar adecuadamente este aspecto importante. Sin embargo, conviene mencionar que los valores implícitamente asumidos por Marx para las derivadas de la función del gasto del excedente no son claros. Respecto a C_r no se puede detectar ningún valor postulado, de manera que se podría sostener una elasticidad tasa de interés del ahorro igual a cero. En cuanto a C_E, para los asalariados sería igual a uno, pero para los capitalistas mayor que cero (ver Cap. XXII, p. 671) y presuntamente menor que uno. Sin embargo, no está claro si la propensión al gasto (incluido inversión) no es igual a la unidad, es decir, que la igualación del ahorro y la inversión está implícito en el desarrollo de largo plazo.

17 En el texto se denomina "paradoja de GOODWIN" al hecho de que dicho autor, queriendo formalizar un modelo matemático de acuerdo al enfoque de Marx, arribó a un modelo en donde (a largo plazo) el efecto del progreso técnico (no incorporado) se traducía en un aumento de la tasa de salarios con constancia en la tasa de beneficio. Goodwin sugirió como posible explicación de este resultado el hecho de que el modelo (como todos los habituales de crecimiento) supone una oferta laboral exógena, en tanto el capital se acumula de acuerdo a una ley interna. Sin embargo, el modelo utili-

(a) Caso de Marx (estabilidad walrasiana)



(b) Caso de Goodwin (estabilidad marshalliana)

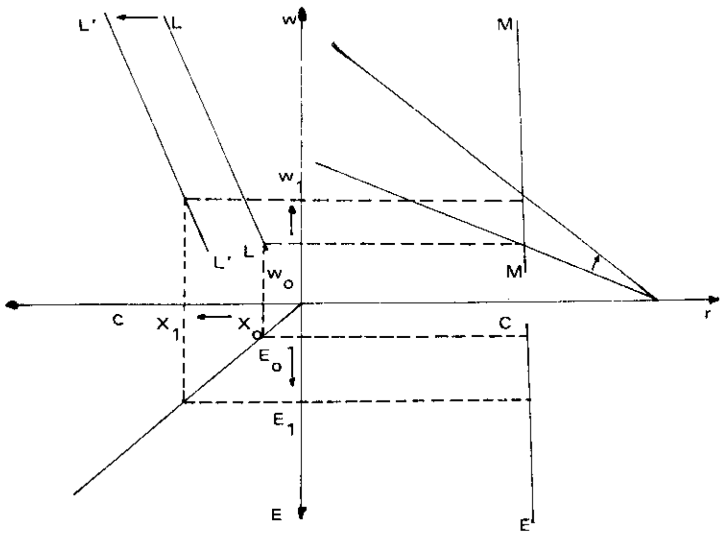


Fig. 5: Progreso técnico ahorrador de trabajo: casos de Marx y de Goodwin.

Análogamente, se puede analizar en forma gráfica el caso del progreso técnico ahorrador de capital (descenso en a, manteniéndose constante a_o). En este caso, la curva TT se desplaza hacia el NE, pero con un desplazamiento de la intersección con el eje horizontal mayor que el desplazamiento de la intersección con el eje vertical, y por ende con una disminución de la pendiente (en términos absolutos).[18]

Los resultados completos de los dos primeros tipos de progreso técnico (ahorrador de trabajo y ahorrador de capital, respectivamente) se muestran a continuación:

Abandonando los casos extremos, puede arribarse a los resultados que se muestran en el Cuadro 2, para los diversos supuestos.

Cuadro 2. Resultados del progreso técnico

	Variables	Estabilidad walrasiana (alto L_w o bajo $\frac{Cr}{1-C_E}$)		Estabilidad marshalliana (bajo L_w o alto $\frac{Cr}{1-C_E}$)	
		Descenso de a_o	Descenso de a	Descenso de a_o	Descenso de a
1.	w	- (0)	- (0)	+	+
2.	r	+	+	- (0)	- (0)
3.	X	-	-	+	+
4.	E	-	-	+	+
5	L	-	-	+ (0)	+ (0)
6.	K	-	-	+	?
7.	W	-	-	?	+
8.	R	?	?	?	?
9.	W/E	-	-	+	+
10.	R/E	+	+	-	-

Cont. 17 zado en el texto permite explicar que dicho resultado no se debe a la elasticidad cero de la oferta laboral (respecto a la tasa de salario), pues aún con cierta elasticidad positiva (debajo de la crítica) el mismo resultado se obtiene, tampoco el tipo de progreso técnico (no incorporado) influye per se en el resultado. El supuesto crucial radica en la suposición del cumplimiento de la ley de SAY, con una propensión marginal al gasto igual a la unidad (en el caso de GOODWIN, a través de la "función de ahorro clásica todos los salarios son exactamente consumidos, todos los beneficios son automáticamente reinvertidos"

18 Por razones de espacio, se deja como ejercicio al lector la representación gráfica de los efectos del progreso técnico ahorrador de capital.

Los resultados dependen crucialmente del supuesto dinámico referente al proceso de ajuste, ya que si el punto inicial es marshallianamente estable los resultados tienen el signo en sentido exactamente opuesto a si el punto inicial es walrasianamente estable.

Una vez adoptado el supuesto respecto a estabilidad, puede observarse que los signos del cambio derivado para cada una de las variables son idénticos[19] para los dos primeros casos de progreso técnico (a_o menor y a menor). Como a su vez, los casos de progreso técnico donde ambos coeficientes bajan (casos c, d y e) representan una combinación de los dos primeros casos básicos, también en dichos casos los resultados tienen el mismo signo. Solo resta analizar con mayor detalle los casos (f) y (g), donde la baja de uno de los coeficientes está acompañada por el alza del otro coeficiente.

Los comentarios siguientes se referirán a los cinco primeros casos de progreso técnico. El caso (i) será analizado en la sección siguiente. (Sección 7).

Es importante observar que en el caso de estabilidad walrasiana, cualquier tipo de progreso técnico (ahorrador de mano de obra, ahorrador de capital, neutro, sesgado en favor de la mano de obra o sesgado en favor del capital) significa una baja en la participación de los salarios dentro del ingreso nacional (W/E baja) y la correlativa alza en la participación porcentual de los beneficios (R/E). Similarmente, cualquier tipo de progreso técnico significará una tasa de salario menor y una tasa de beneficio mayor. El monto absoluto de salarios será menor. En cuanto al monto absoluto de beneficios, este subirá, permanecerá igual o bajará según que la suma de las elasticidades del consumo respecto al excedente y a la tasa de beneficio sea menor, igual o mayor que la unidad, ello está relacionado con el hecho de que el ascenso de la tasa de beneficio dentro del modelo tiene un efecto depresivo sobre el nivel de actividad global (dada la función consumo del excedente). De igual forma, el nivel de producción es menor, y por lo tanto es inferior tanto el nivel de ocupación de mano de obra como el acervo de capital requerido (dado el tipo de tecnología supuesto).

En el caso de estabilidad marshalliana, los resultados son inversos. Como consecuencia de cualquier tipo de progreso técnico suben la tasa de salarios, la cantidad ocupada de mano de obra, el nivel de produc-

19 Excepto para la dotación de capital y el monto total de salarios en el caso de estabilidad en sentido marshalliano, como se nota más adelante, en el texto.

ción y del excedente, y la participación relativa de los asalariados. En cambio bajan la tasa de beneficio y la participación relativa de los capitalistas. El monto absoluto de los beneficios varía según el valor de la suma de las elasticidades mostrada en el caso de estabilidad walrasiana. El acervo de capital sube si el progreso técnico es ahorrador de trabajo pero no muestra un signo definido de cambio en el caso de progreso ahorrador de capital (esto último porque el capital tiende a subir por efecto del ascenso en el nivel de producción pero simultáneamente a bajar por efecto del descenso en a).

Análogamente, el monto total de salarios sube si el progreso es ahorrador de capital, pero su variación queda indeterminada si el progreso técnico es ahorrador de trabajo (ya que la baja en a_o contrarresta el efecto de alza en w y en X).

Hasta aquí se ha mostrado únicamente los resultados que conciernen al **signo** de los cambios. Para un análisis ulterior de las **magnitudes** de los cambios debe trabajarse con las expresiones que figuran en el Apéndice.

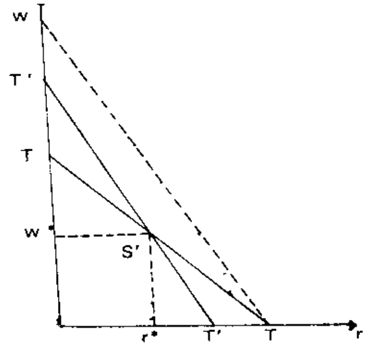
7. Un análisis de la Maquinización.

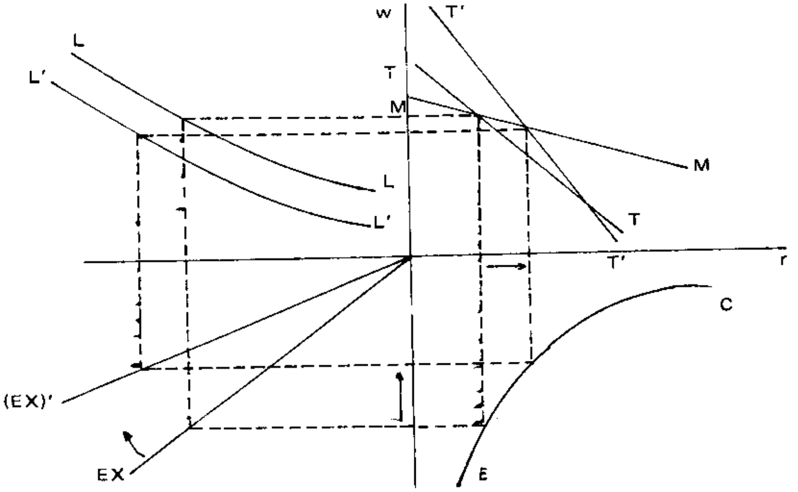
Interesa discutir el caso del progreso técnico que anteriormente se ha denominado como "ultra-sesgado en favor del capital", es decir, cuando aparece una nueva técnica con un menor coeficiente de trabajo por unidad de producto (a_o) pero con un mayor coeficiente de capital por unidad de producto (a). Por su vinculación con la discusión clásica (en Ricardo y Marx) del fenómeno, denominaremos este caso como el de la "maquinización".

Gráficamente (Fig. 6a), la aparición de esta clase de progreso técnico significa que la curva TT rota en torno a un punto S situado dentro del primer cuadrante. Ello debido a que la maquinización puede visualizarse como la combinación de : (a) un proceso de reducción de a_o (con a constante), que como se viera anteriormente significa una rotación en torno a la intersección de TT con el eje Or y hacia arriba; y (b) un proceso de incremento tanto de a como de a_o (en iguales proporciones), que gráficamente significa un desplazamiento paralelo hacia el eje de coordenadas. En la situación final, como a/a_o es mayor que antes, la curva T'T' tendrá una pendiente (en términos absolutos) mayor que TT.

La posibilidad de uso de la nueva técnica no significa que necesariamente deba desplazar a la técnica anterior. Ello solamente se da si la relación de los precios de los factores (w, r) son tales que resulte econó-

(a) Progreso têcnico ultrasesgado en favor del capital





(b) Estabilidad en el sentido de Walras.

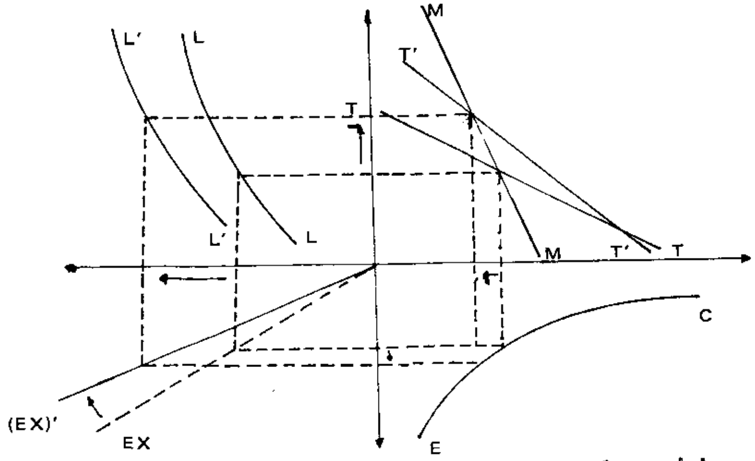


Fig. 6: Efectos del progreso técnico ultrasesgado en favor del capital.

micamente rentable usar la nueva técnica. Gráficamente, se observa que la frontera tecnológica relevante es T'ST, es decir, la nueva tecnología para $w > w^*$, $r < r^*$ y la anterior tecnología para $w < w^*$, $r > r^*$. En S es indiferente introducir la nueva técnica.

El análisis gráfico del efecto de la maquinización puede observarse en la Fig. 6. En el caso de estabilidad walrasiana, la tasa de salario desciende, la tasa de beneficio sube, el nivel absoluto del excedente baja y el cambio en el nivel de producción queda indeterminado, pudiendo subir, bajar o permanecer constante. Ello debido a que la baja en a_o significa un desplazamiento hacia la izquierda en LL (segundo cuadrante). En el caso de estabilidad marshalliana, la tasa de salario sube, la tasa de beneficio baja y los niveles del excedente y de producción suben. En síntesis los efectos de la maquinización son similares (excepto algún caso de indeterminación) a los del progreso técnico ahorrador de capital o de mano de obra en cuanto a los signos de los cambios.

Aplicando estos resultados a los casos especiales, se observa que los mismos implican en el caso de **Marx** una tasa de salario constante, una tasa de beneficio creciente, un nivel del excedente declinante y un cambio indeterminado en el nivel de producción. En el caso de **Goodwin**, la tasa de beneficio permanece constante y la tasa de salario sube, al igual que el nivel de excedente y de la producción.

Ahora se está en condiciones de generalizar para todo tipo de progreso técnico. Cualquiera sea el tipo de progreso técnico, los efectos sobre las principales variables económicas dependen crucialmente del mecanismo de ajuste y de los valores específicos de las funciones del sistema. Más en particular, los cambios en la distribución del ingreso no dependen de las características tecnológicas del progreso (ahorrador de capital, ahorrador de mano de obra, neutro, etc.) sino de la estructura del sistema dado por los valores de las funciones de oferta laboral y de gasto del excedente.

8. Salarios avanzados por los capitalistas.

Si se supone que los salarios son avanzados por los capitalistas, la ecuación (3) debe ser reemplazada por:

$$(a + a_o w)\ (1 + r) = 1 \qquad (3\ \text{bis})$$

Gráficamente, todo el análisis anterior conserva su validez excepto que ahora la línea TT que era una recta se convierte en una curva descendente y convexa respecto al origen, conservando empero los mismos valores de intersección con los ejes ($r = (1 - a)/a$ cuando $w = 0$; $w = (1 - a)/a_o$ cuando $r = 0$). Analíticamente, los resultados son similares a los anteriormente obtenidos, excepto ciertas correcciones en cuanto a magnitudes que no alteran los signos.

Debe tenerse en cuenta que cambia la definición del beneficio total:

$$W = a_o\, w\, X$$

$$R = (1 - a - a_o w)\, X$$

Por supuesto:

$$W + R = (1 - a)\, X = E$$

La definición de capital[20] es ahora más compleja:

Capital variable: $K_v = a_o\ w\, X$

Capital constante: $K_c\ \ aX$

Capital total: $K_{v+c} = (a + a_o\, w)\, X$

Composición orgánica del capital: $o = K_c/K_{v+c} + \dfrac{1}{1 + \dfrac{a_o}{a} w}$

Composición técnica del capital: a/a_o

Tasa de plusvalía: $p = R/X_v = (1 - a - a_o\, w)/a_o w = (1 - A_o w)$

$$/A_o w = \frac{\text{Trabajo excedente}}{\text{Trabajo necesario}}$$

Tasa de ganancia: $g = R/K_{v+c} = r$

En el Apéndice se presentan los resultados para el caso de progreso técnico. Puede observarse el estrecho paralelismo de dichos resultados respecto a los obtenidos en el modelo anterior (salarios no avanzados). Sólo se comentará aquí las variaciones de la tasa de plusvalía y de la composición orgánica del capital.

20 **Es obvio que la terminología usada es la de Karl MARX.**

Salarios avanzados - Progreso técnico.

				Estabilidad Walrasiana		Estabilidad marshalliana
	Desc. a_o	Desc. a	"Maquiniz."	Descenso a_o	Descenso a	"Maquiniz."
Tasa de salario	-	-	-	+	+	+
o/o del excedente en salarios	-	-	-	+	+	+
o/o del excedente en beneficios	+	+	+	-	-	-
Tasa de Plusvalía (p')	+	+	+*	-	-	-*
Composición orgánica del capital (o)	+	?	+*	-	-	-*
Composición técnica del capital (a/a_o)	+	-	+	+	-	+

* Si $\epsilon_r \left(= \frac{-r}{c}\frac{\partial c}{\partial r} = \frac{1}{E}\, r\, C_r\right)$ es suficientemente pequeña.

Cualquier progreso técnico, sea ahorrador de trabajo (bajando a_o) o ahorrador de capital (bajando a) o que represente cualquier combinación de ambos, trae como consecuencia una suba en la tasa de la plusvalía si se dan las condiciones de estabilidad walrasiana, y una baja en la misma si se está en el caso de estabilidad marshalliana.

Respecto a la composición orgánica del capital, en el caso de estabilidad walrasiana la misma sube si el progreso técnico es ahorrador de trabajo, pero su signo queda indeterminado si es progreso técnico ahorrador de capital. Esto último debido a que la composición orgánica tiende a bajar como consecuencia del descenso en **a** pero dicho movimiento se contrapesa con la reducción en **w** que tiende a elevar la composición orgánica. En cambio, en el caso de progreso técnico ahorrador de trabajo, tanto la reducción en a_o como el descenso de **w** tienden a elevar la composición orgánica. Estos resultados son más simples en el supuesto de estabilidad marshalliana: la composición orgánica del capital siempre baja, sea progreso técnico ahorrador de trabajo o de capital.

Observese que la composición técnica del capital no evoluciona siempre en forma igual a la composición orgánica: sube en el caso de progreso técnico ahorrador de trabajo y baja en el caso de progreso técnico ahorrador de capital, cualquiera sea el caso respecto a la estabilidad del sistema.

En el caso que más arriba se ha denominado como "maquinización" (descenso de a_0 acompañado por ascenso de **a**) los resultados no son enteramente determinados. Como puede verse en las fórmulas presentadas en el Apéndice, tanto la que expresa la evolución de las tasa de plusvalía como de la composición orgánica del capital están compuestas por varios términos, de los cuales todos menos una expresión son positivos. Como esta última expresión (negativa) se refiere al efecto de C_r para lograr resultados definidos debe suponerse que la elasticidad de la función de gasto del excedente respecto a la tasa de beneficio es suficientemente pequeña, en cuyo caso puede comprobarse que tanto la tasa de plusvalía como la composición orgánica del capital suben en el caso de progreso técnico del tipo de "maquinización" en el caso de estabilidad walrasiana, en tanto bajan en el caso de estabilidad marshalliana.

Finalmente, conviene comentar brevemente el caso que hemos denominado como el de Marx ($L_w = \infty$), si los salarios son avanzados por los capitalistas.

Puede observarse que en este caso (oferta laboral infinitamente elástica) se obtienen resultados similares a los del modelo de Marx: la tasa de salario no varía ante el progreso técnico, en tanto la tasa de beneficio sube, al igual que la tasa de plusvalía, y la ocupación de mano de obra baja, provocando cualquier tipo de progreso técnico que sea ahorrador de factores una desocupación estructural de la mano de obra (ejército industrial de reserva). Puede notarse los problemas de depresión crónica creado por cualquier tipo de progreso técnico, solo compensables mediante una expansión en la función del gasto de excedente (por ejemplo, a través de la inversión). El ingreso es redistribuído siempre en favor de los capitalistas, en tanto la composición orgánica del capital varía según la clase de progeso técnico (en sentido exactamente igual a la composición técnica del capital, ya que **w** permanece constante).

En el caso de maquinización puede notarse que la introducción del supuesto de elasticidad nula del gasto del excedente respecto a la tasa de beneficio permite que el nivel de producción suba, aún cuando el excedente permanece constante y el nivel de ocupación laboral desciende, así como los salarios totales; en cambio el capital constante, sube, si bien queda indeterminado el capital total; los beneficios suben en forma absoluta además de relativa.

Salarios avanzados
(Caso de Marx): Progreso técnico

	a_o		$a \downarrow$		"Maquinización"	
	$C_r > 0$	$C_r = 0$	$C_r > 0$	$C_r = 0$	$C_r > 0$	$C_r = 0$
1. Tasa de salario (w)	0	0	0	0	0	0
2. Tasa de beneficio (r)	+ ↑	+ ↑	+ ↓	+ ↑	+ ↓	+ ↑
3. Nivel de producción (X)	- ↓	0	- ↓	- ↓	?	+ ↑
4. Excedente total (E)	- ↓	0	- ↓	0	- ↓	0
5. Mano de obra ocupada (L)	- ↓	- ↓	- ↓	- ↓	- ↓	- ↓
6. Capital constante (K_c)	- ↓	0	- ↓	- ↓	?	+ ↑
7. Salarios totales (W) = Capital variable (K_v)	- ↓	- ↓	- ↓	- ↓	- ↓	- ↓
6. bis. Capital total (K_{c+v})	- ↓	- ↓	- ↓	- ↓	?	?
8. Beneficios totales (R)	?	+ ↑	?	+ ↑	?	+ ↓
10 o/o de beneficio en el excedente (R/E)	+ ↑	+ ↓	+ ↑	+ ↓	+ ↑	+ ↓
11. Tasa de plusvalía (p')	+ ↑	+ ↑	+ ↑	+ ↑	+ ↑	+ ↑
12. Composición orgánica del capital (o)	+ ↑	+ ↑	- ↓	+ ↓	+ ↑	+ ↑
13. Composición técnica del capital (a/a_o)	+ ↓	+ ↑	- ↓	+ ↓	+ ↑	+ ↓

9. Asimetría en las propensiones al gasto de asalariados y capitalistas.

El modelo puede ser ampliado para recoger la idea básica de enenfoques introducidos por Joan ROBINSON y por KALDOR reemplazando la ecuación (5) respecto al gasto del excedente por las tres siguientes:

$$E = C^w (W, r) + C^c (R, r) \tag{5a}$$

$$W = a_o w X \tag{5b}$$

$$R = a r X \tag{5c}$$

donde C^w (W, r) recoge la función de gasto de los asalariados, y C^c (E, r) la función de gasto de los capitalistas. De esta forma, el gasto del excedente es función no solo del nivel del excedente y de la tasa de beneficio sino también de la distribución del excedente (suponiendo asimetría en las propensiones al gasto de las diferentes clases sociales). Más sintéticamente se puede escribir:

$$E = C(E, \dot{r}, R/E) \qquad (5d)$$

y la estructura del modelo no se modifica, si bien la representación gráfica (cuarto cuadrante) se complica pues la curva EC se desplaza ante cambios en la distribución funcional del ingreso[21].

10. Coeficientes variables de producción.

Hasta aquí se ha supuesto funciones de producción de tipo de Leontief es decir, con (a) rendimientos a escala constantes, y (b) ausencia de posibilidades de sustitución entre factores. Interesa explorar las consecuencias de levantar este supuesto, tanto por ganar generalidad en los resultados como por permitir una comparación directa con la teoría de la productividad marginal cuyo punto de partida radica precisamente en la sustitución de factores.

Para ello, se ha de suponer en lo que sigue que la tecnología disponible es la habitualmente utilizada en los modelos neoclásicos: función linealmente homogénea, es decir, con (a) rendimientos a escala constantes pero (b) con posibilidades de sustitución entre factores.

Ello implica, utilizando la notación anterior, que

$$X = F(L, K) = K.\ F(L/K, 1) = K.\ f(L/K)$$

lo cual significa que

$$1/a = f(a_o/a) \qquad (7)$$

Las condiciones de maximización microeconómica del beneficio permiten establecer que

$$\partial X/\partial L = w = Kf'\ \frac{1}{K} = f'(A_o/a)$$

$$\partial X/\partial K = 1 + r = f(L/K) - Kf'\ \frac{L}{K^2} = f(a_o/a) - \frac{a_o}{a} f'(a_o/a)$$

que escrito en forma más compacta:

$$f'(a_o/a) = w \qquad (8)$$

$$f(a_o/a) - \frac{a_o}{a}\ f'(a_o/a) = 1 + r \qquad (9)$$

21 Queda para una etapa posterior la obtención de los resultados una vez introducidas estas modificaciones, y su comparación con los resultados anteriores.

Puede observarse que (7) - (9) implican que

$$a\ (1 + r) + a_o\ w = 1$$

lo cual asegura el cumplimiento de la condición de la ecuación (3) del modelo en el caso de coeficientes fijos de producción.

Es decir, el anterior modelo de cuatro ecuaciones (3) - (6) ahora se convierte en uno de seis, ya que la ecuación (3) ahora es sustituída por las tres ecuaciones (7) - (9):

$$1/a - f(a_o/a) = 0 \tag{7}$$

$$f'(a_o/a) - w = 0 \tag{8}$$

$$f(a_o/a) - \frac{a_o}{a} f'(a_o/a) - (1 + r) = 0 \tag{9}$$

$$E = (1 - a)X \tag{4}$$

$$E = C(E, r) + \overline{C} \tag{5 bis}$$

$$a_o\ X = L(w) + \overline{L} \tag{6 bis}$$

A las anteriores cuatro incógnitas (w, r, E y X) ahora se agregan otras dos (a_o y a), que antes figuraban como parámetros. Es decir, en tanto anteriormente los coeficientes de producción (a_o y a) determinaban el resultado del modelo, ahora son ellos mismos resultado del modelo, quedando como dato exógeno (o variable ante cambios tecnológicos) la función de producción $f(a_o/a)$.

Interesa mostrar los efectos que introduce la posibilidad de sustitución entre factores en el análisis ya realizado. Para simplificar, se tomará uno de los casos más simples, el de una expansión demográfica (aumento en L)

En el análisis anterior, con coeficientes fijos de producción, se demostraba (sección 5) que si la elasticidad de oferta laboral era relativamente elevada, una expansión laboral (exógena) significaría una disminución de la tasa de salario, en tanto que si la elasticidad era suficientemente baja, el resultado era opuesto, con elevación de la tasa de salario.

Con posibilidades de sustitución, la fórmula respectiva es:

$$(\partial w/\partial \overline{L}) = -\frac{1}{D}\left\{\frac{-f''}{1-a_o w}\right\} a_o\ (1-a)\ (1 - C_E)$$

donde el denominador D es:

$$D = a_o\ a\ (1-C_E)\ \frac{arX}{1 - a_o w} + \left\{\frac{-f''}{1 - a_o w}\right\} a_o \left\{(1-a)\ (1-C_E) L_w - a_o^2 C_r\right\}$$

Si la elasticidad de sustitución es finita ($f'' < 0$), el numerador es negativo y el resultado depende del signo del denominador. Si L_w es alto, el denominador es positivo, y por lo tanto la tasa de salario bajará ante una expansión demográfica; si L_w es suficientemente bajo, el denominador es negativo, y la tasa de salario subirá. Es decir, los resultados anteriormente obtenidos para el caso más simple de coeficientes de producción fijos se mantienen cuando se levanta el supuesto de ausencia de sustitución. Ello permite mostrar que la introducción de las posibilidades de sustitución no alteran las propiedades básicas del modelo inicial.

Puede observarse, como caso límite, aquél donde la elasticidad de sustitución entre factores sea infinita. En dicho caso $f'' = 0$ y por lo tanto $dw/d\overline{L} = 0$. La expansión demográfica no altera los precios de los factores como consecuencia de las posibilidades infinitas de sustitución[22].

Similarmente, se podría utilizar el sistema (7), (8), (9), (4), (5bis) y (6bis) para analizar el efecto de cambios tecnológicos sobre la distribución del ingreso. Dada la complejidad de la introducción de nociones rigurosas en torno a cambio tecnológico en el caso de funciones de producción con sustitución entre factores, esta ampliación queda para un futuro trabajo. Sin embargo, el análisis recién realizado con el modelo ampliado permite adelantar que la introducción de las posibilidades de sustitución factorial no ha de alterar los resultados ya alcanzados. Ello debido a que el resultado final de cualquier cambio dentro del modelo puede dividirse en dos clases de efectos: el efecto directo, suponiendo ausencia de sustitución. Este último solo puede operar como consecuencia de un cambio en los precios relativos de los factores, y por lo tanto depende del efecto directo; operará en principio en sentido contrario al efecto directo (por ejemplo,si el efecto directo implica un aumento de la tasa de salario, la posibilidad de sustitución implica una reducción de la intensidad de uso de mano de obra, y por lo tanto, una reducción en la tasa de salario). Pero si bien el efecto indirecto puede amortiguar el valor del efecto directo, no puede alcanzar a sobrepasarlo en valor absoluto, y por lo tanto a invertir los resultados. Como caso límite puede admitirse el de sustituibilidad perfecta entre factores, que indicaría que el efecto indirecto alcanza su máximo valor y contrapesa exactamente el efecto directo. Si todo lo expresado es correcto, queda justificada la conveniencia de estudiar como caso simple el de coeficientes fijos de producción, y solo en una segunda etapa generalizar el análisis (pero no variar los resultados) introdu-

22 El otro caso límite, por supuesto, es aquél en que la elasticidad de sustitución entre factores es igual a cero. En tal caso, $(-f'') \rightarrow \infty$ y puede verificarse que la fórmula anterior se reduce a la ya obtenida en la Sección 5 para coeficientes fijos de producción.

ciendo la posibilidad de sustitución de factores.

Lo anterior también significa que el énfasis puesto por la teoría de la productividad marginal de la distribución en el papel de la sustitución de factores es incorrecto como explicación fundamental, ya que solo se refiere a un aspecto secundario del problema y emite por completo el aspecto central del asunto. En cambio, el modelo del texto permite poner el énfasis en las variables fundamentales (elasticidad de la oferta laboral y elasticidades de la función del gasto respecto al nivel del excedente y a la tasa de beneficio), en tanto que las modificaciones introducidas por la sustitución factorial aparecen como efectos de segunda importancia, que a lo sumo amortiguan los valores absolutos de los cambios señalados por los efectos directos, pero sin llegar a modificar la dirección, quedando como una excepción el caso límite de sustituibilidad infinita en que el efecto indirecto contrarresta exactamente el efecto directo.

11. Distribución del ingreso y lucha de clases

Hasta aquí se ha supuesto que cada capitalista y cada asalariado se comportaba como tomador de precios, ajustando cantidades ("competencia perfecta"). En esta sección se ha de explorar los efectos de levantar este supuesto, para lo cual se retorna al modelo inicial con coeficientes fijos de producción, pero suponiendo alternativamente: (a) la formación de un frente de asalariados ("política sindical"), que se refiere no sólo a un sindicato de una industria, sino al conjunto de sindicatos de todas las industrias; y (b) la formación de un frente patronal ("política patronal"), que se refiere también al conjunto de todos los empresarios de todas las industrias[23].

Supóngase que se formara un frente de los asalariados ("política sindical") manteniéndose atomizados los capitalistas. En tal caso, dada la estructura del modelo[24] puede deducirse que la fijación sindical de una

23 Al pasar, conviene mencionar que una fuente ordinaria de confusión en este tema es el uso adecuado del término "monopolio". Modernamente, se ha reservado el mismo al enfoque microeconómico del mercado de un bien determinado, estudiándose como monopolio bilateral el caso de negociaciones colectivas de salario para una industria, (suponiendo como un dato los precios y salarios en las demás industrias). En sentido macroeconómico, es necesario algo más: suponer una acción concertada de los patronos o de los asalariados de las diferentes industrias. En el enfoque marxista, a veces se utiliza la denominación "monopolio" (de los capitalistas) en este último sentido: como clase, el conjunto de capitalistas poseen a través del dominio de un elemento escaso la propiedad de los medios de producción) una fuerza de negociación especial, aún en ausencia de impedimentos a la competencia entre capitalistas, o independientemente de la "conciencia subjetiva" por parte de cada capitalista.

24 Al controlar la oferta laboral, desaparece la ecuación (6). Resolviendo el sistema de tres ecuaciones (3) - (5) con tres incógnitas (r, X y E) y una variable exógena (w) se obtienen los resultados mencionados.

tasa de salario superior significa un aumento del monto total de salarios, un aumento del excedente, un aumento en la participación porcentual de los salarios en el excedente, una expansión en el nivel de producción, una disminución en la tasa de beneficio y un efecto sobre el monto total de beneficios que puede dividirse en tres etapas: (1) para niveles relativamente bajos de la tasa de salario, un aumento de las mismas tiene un efecto favorable sobre el monto total de beneficios (si bien cae la participación porcentual de los beneficios en el total del excedente, dicha caída es más que compensada por el aumento en el excedente total); (2) cuando la tasa de salario alcanza un cierto valor crítico, el beneficio total alcanza su máximo; y(3) excediendo la tasa de salario el mencionado valor crítico, el beneficio total comienza a descender. El nivel óptimo de la tasa de salario para la política sindical (suponiendo maximización del salario total) se alcanza cuando la tasa de beneficio se reduce a cero. (Véase Fig. 7).

Política sindical ($w \uparrow$)		
Salario total		$W \uparrow$
Excedente total		$E \uparrow$
Participación de los salarios		$W/E \uparrow$
Nivel de producción		$X \uparrow$
Tasa de beneficio		$r \downarrow$
Beneficio total	$w <$	$R \uparrow$
	$w = \frac{1-a}{a_o} \cdot \frac{C_r - a(1-C_E)X}{C_r}$	R máx.
	$w >$	$R \downarrow$

Política patronal ($r \uparrow$)		
Beneficio total	$r <$	$R \uparrow$
	$\frac{a_o^2 X}{a L_w}$	R máximo
	$r >$	$R \downarrow$
Excedente total		$E \downarrow$
Participación de los beneficios		$R/E \uparrow$
Nivel de producción		$X \downarrow$
Tasa de salarios		$w \downarrow$
Salarios totales		$W \downarrow$

Una situación diferente se plantea para el caso de un frente patronal (con asalariados atomizados) que busque maximizar el beneficio total a través de la finación de la tasa de beneficio (o de la tasa de salario)[25] Partiendo de niveles bajos de la tasa de beneficio, el beneficio total puede aumentarse mediante la elevación de dicha tasa (o la reducción de la tasa

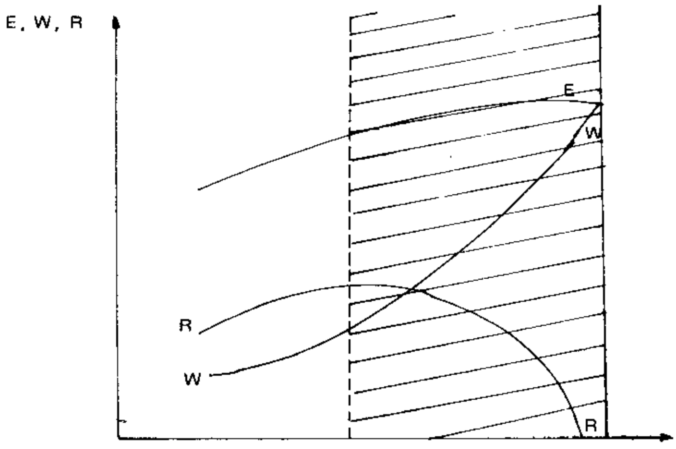
25 Al controlar los capitalistas la oferta de capital, desaparece la ecuación (6), y queda un sistema de tres ecuaciones (3) - (4) - (6) con tres incógnitas (w, X y E) y una variable exógena (r).

de salario ; pero sobrepasando cierto nivel crítico de la tasa de beneficio, la tentativa de subir aún más dicha tasa solo redundará en una reducción en el monto total de beneficios. La explicación reside en que si bien todo aumento de la tasa de beneficio aumenta la participación de los beneficios en el total del excedente, sin embargo ocasiona una disminución en el monto absoluto del excedente, pudiendo esta última baja ser más que proporcional respecto al aumento de la participación porcentual para niveles suficientemente altos de la tasa de beneficio.

Lo anterior muestra una asimetría fundamental: para la política patronal existe una tasa de beneficio óptimo con tasa de salario positiva (solución intermedia), en tanto para la política sindical la tasa de salario óptima implica una tasa de beneficio igual a cero (solución de extremo). Debe notarse la diferencia de política sindical entre el presente modelo (donde la curva de demanda derivada de trabajo es ascendente, debido a que una suba de la tasa de salario implica un efecto expansivo en el excedente, en la producción y en la cantidad de trabajo demandada) y el modelo de productividad marginal (donde la curva de demanda derivada de trabajo es descendente). En este último caso, el sindicato debe optar entre mayor tasa de salarios con menor ocupación, o menor tasa de salarios con mayor ocupación. En el presente modelo, el sindicato puede optar por mayor tasa de salario y mayor nivel de ocupación laboral.

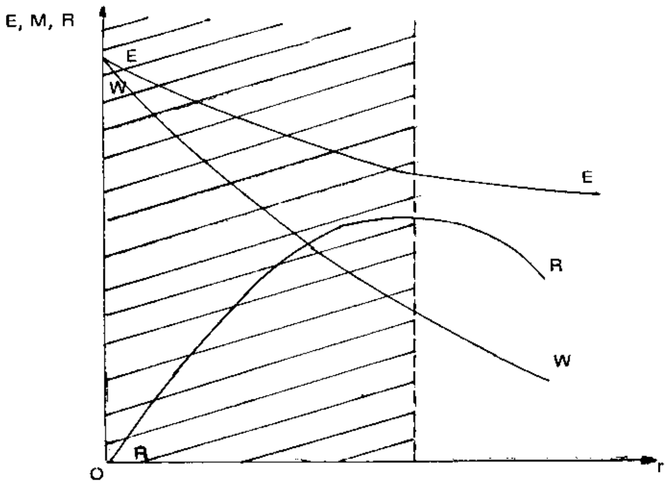
Los resultados anteriores pueden verse gráficamente en la Fig. 7. Claramente quedan definidas dos zonas:

a. Política sindical.



$$w^* = \frac{1-a}{a_o} - \frac{C_r - a\,(1-C_r)\,X}{C_r} \qquad \overline{w} = \frac{1-a}{a_o}$$

1) para bajos niveles de la tasa de salarios (y altos niveles de la tasa de beneficio) un aumento de la tasa de salarios (o sea una reducción de la tasa de beneficios) trae aparejado un aumento tanto de los salarios totales como de los beneficios totales con una expansión del excedente total. Por supuesto, como el primero de los aumentos es proporcionalmente mayor, en tal caso sube la proporción relativa de los salarios en el excedente. Este caso puede denominarse como la zona de "armonia social". Los asalariados se benefician con un aumento de la tasa de salario, e incluso los capitalistas se benefician (en términos absolutos, aún cuando no en términos relativos) con una baja en la tasa de beneficio;



$$r^* = \frac{a_o^2 x}{a C_w}$$

b. Política patronal.

Fig. 7: Distribución del ingreso: zonas de "armonía social" y de "conflicto social".

2) Para niveles de la tasa de salarios suficientemente altos (y niveles de la tasa de beneficio suficientemente bajos) un aumento ulterior de la tasa de salarios (es decir, una reducción en la tasa de beneficio) resulta conveniente para los asalariados y para la economía global, pero comienza a resultar perjudicial para los capitalistas, ya que el monto total de beneficios comienza a caer. Esta zona, en que los intereses de asalariados y de capitalistas es opuesto, puede denominarse la zona de "conflicto social".

En el caso en que tanto los asalariados como los capitalistas se reúnen en frentes (monopolio bilateral), el modelo no permite determinar el resultado final, excepto señalar que se producirá dentro del área de "conflicto social" y no dentro de la otra área, si los participantes son racionales.

"Armonía social"	$0 < r \leqslant \dfrac{a_o^2 \quad X}{a^{L_w}}$	$w \geqslant \dfrac{1-a}{a_o} \quad \dfrac{C_r - a(1-C)\ X}{C_r}$
"Conflicto social"	Objetivo patronal $\begin{cases} r = \dfrac{a_o^2\, X}{a^{L_w}} \\ w = \dfrac{1-a}{a_o} - \dfrac{a_o X}{L_w} \end{cases}$	Objetivo sindical $\begin{cases} w = \dfrac{1-a}{a_o} = \dfrac{1}{A_o} \\ r = 0 \end{cases}$

Los límites de la zona de indeterminación está señalada, para la tasa de salarios, por el óptimo sindical $(\frac{1-a}{a_o})$ y el óptimo patronal, lógicamente inferior $(\frac{1-a}{a_o} - \frac{a_o X}{L_w})$

12. Conclusiones

Utilizando un modelo macroeconómico de coeficientes fijos de producción, con un solo bien, se ha determinado los cambios en la distribución del ingreso como consecuencias de cambios en la población, en utilización del excedente y en la tecnología. Especialmente, se ha demostrado que bajo el supuesto de elasticidad infinita de la oferta laboral (caso de Marx), cualquier clase de progreso técnico (ahorrador de trabajo, de capital, etc.) implica un aumento en la tasa de beneficio y una redistribución del ingreso en favor de los capitalistas, con una tasa de salario constante y la creación de desocupación estructural de la mano de obra (ejército de reserva industrial). Los mismos resultados pueden obtenerse para casos más generales (elasticidad de oferta laboral no infinita), siempre que la elasticidad de oferta laboral sea suficientemente elevada en relación al valor de las elasticidades de la función de utilización del excedente respecto a sus argumentos (nivel del exceuente, tasa de beneficio). En caso de salarios avanzados por los capitalistas, se puede mostrar que cualquier progreso técnico significa un aumento de la tasa de plusvalía, y que el cambio en la composición orgánica del capital depende del tipo específico de progreso técnico.

Sin embargo, también se demuestra que si los valores de la elasticidad de oferta laboral son relativamente reducidos en comparación con las elasticidades del gasto del excedente respecto al nivel del excedente y a la tasa de beneficio, todos los resultados anteriores se invierten, y el progreso técnico, cualquiera sea, implica una mejora relativa de los asalariados en la distribución del excedente. En el caso extremo (caso de Goodwin) en que se cumple la ley de Say (propensión marginal del gasto del excedente igual a la unidad) el progreso técnico no afecta a la tasa de beneficio, volcándose todos sus frutos en un aumento de la tasa de salario.

En cuanto al nivel de producción global, en el primero de los casos se notan tendencias a la insuficiencia en la demanda global con reducción del nivel de producción y del excedente, solo compensables mediante expansiones en la propensión al gasto del excedente (por ejemplo, mediante la expansión de la inversión). Se justifica así la aparición de problemas de depresión secular en los modelos marxistas y del subconsumo, (así como a la necesidad inexorable de una acumulación de capital cada vez más acelerada). En cambio, en el segundo caso la economía reacciona expansivamente ante el progreso técnico, con crecimiento del nivel de producción y del excedente.

El modelo permite generalizar la paradoja de Kalecki (los beneficios de los capitalistas son función del gasto del excedente), que solo se da en la segunda de las situaciones (baja elasticidad de oferta laboral). En cambio, en la primera de las situaciones (alta elasticidad de oferta laboral) una expansión del gasto del excedente (por ejemplo, a través de mayores inversiones) beneficia a los asalariados y deprime los ingresos de los capitalistas.

El presente enfoque permite ubicar el posible rol de la teoría de la productividad marginal como base de la teoría de la distribución. Se encuentra que el elemento fundamental de dicha teoría (la sustitución de los factores productivos, que permite definir productividades marginales de cada factor) no resulta crucial para el análisis de la distribución del ingreso. La **dirección de los cambios** (aún cuando no la **magnitud**) obtenidos mediante el análisis del modelo simple con coeficientes fijos de producción permanece invariable cuando se generaliza el modelo para introducir la posibilidad de sustitución factorial.

También permite el modelo el abandono del supuesto de competencia perfecta en los mercados de factores. En este caso, aparece una asimetría entre la conducta (macroeconómica) óptima de un frente sindical respecto a la de un frente patronal, la primera significa una solución de extremo (tasa de salario tan elevada que el total del ingreso nacional corresponda a los asalariados), en tanto la segunda implica una solución intermedia (se puede definir una tasa de beneficio óptimo que maximiza el beneficio total, descendiendo éste para tasas de beneficio mayores a la del óptimo). También se puede plantear el margen de indeterminación de la distribución del ingreso en el caso de suponer un monopolio (macroeconómico) bilateral (tanto un frente sindical como uno patronal), y las zonas de "armonía social" y de "conflicto social", con resultados sugerentes para una "política de ingresos". Finalmente, debe hacerse notar que este modelo, que comienza siendo planteado como una respuesta a la afirmación de SRAFFA acerca de la indeterminación de la distribución del ingreso, permite un marco de integración de diferentes tradiciones y enfoques en la teoría de la distribución del ingreso que hasta el momento han aparecido como totalmente independientes y carentes de vinculación, y posibilita un análisis riguroso de la lógica interna de cada uno de ellos.

APENDICE

Diferenciando el sistema (1) - (4) se obtiene.

	dr	dw	dX	dE	da_0	da	$d\bar{L}$	$d\bar{c}$
(1)	a	a_o	0	0	-w	-(1+ r)	0	0
(2)	0	0	1 - a	-1	0	X	0	0
(3)	C_r	0	0	$1-C_E$	0	0	0	1
(4)	0	L_w	$-a_o$	0	X	0	-1	0

El denominador de todas las expresiones tiene el siguiente valor:

$$D = (1 - C_E)(1 - a)\, a\, L_w - C_r\, a_o^2$$

que será positiva en el caso de estabilidad en el sentido de Walras, y negativo en el caso de estabilidad en el sentido de Marshall.

Expansión laboral

$D.\ (dw/d\bar{L}) = -a\,(1 - a)\,(1 - C_E) < 0$

$D.\ (dr/d\bar{L}) = (1 - C_E)\, a\,(1 - a) > 0$

$D.\ (dX/d\bar{L}) = -a_o\, C_r < 0$

$D.\ (dE/d\bar{L}) = -a_o\,(1 - a)\, C_r < 0$

$D.\ (dL/d\bar{L}) = -a_o^2\ C_r < 0$

$D.\ (dK/d\bar{L}) = -a\,a_o\ C_r < 0$

$D.\ (dW/d\bar{L}) = -a_o\,a\,(1-a)\,(1-C_E)\,X - a_o^2\,wC_r < 0$

$D.\ (dR/d\bar{L}) = a\,(1-a)\,a_o\ X\,(a - a\,\epsilon_E - a_o\,\epsilon_r) \gtrless 0 \text{ si } a\,\epsilon_E + a_o\epsilon_r \lessgtr a$

$D.\ \dfrac{d\,(R/E)}{d\bar{L}} = a^2\,(1-C_E) < 0$

Expansión en la propensión al gasto

$D.\ (dw/d\bar{C}) = a\,a_o > 0$

$D.\ (dr/d\bar{C}) = -a\,a_o < 0$

$D.\ (dX/d\bar{C}) = a\,L_w > 0$

$D.\ (dE/d\bar{C}) = (1-a)\,a\,L_w > 0$

$D.\ (dL/d\bar{C}) = L_w\ a\,a_o > 0$

$D.\ (dK/d\bar{C}) = a^2\ L_w > 0$

$D.\ (dW/d\bar{C}) = a_o\ a\,w\,L_w + a_o^2 aX + wXD$

$D.\ (dR/d\bar{C}) = -a^2\ (a_o X - r\,L_w)$

$D.\ \dfrac{d\,(R/E)}{d\bar{C}} = -\dfrac{1}{1-a}\ a^2\ a_o < 0$

Progreso técnico ahorrador de trabajo.

$D.\ (dw/da_o) = C_r\ a_o w + (1-C_E)\,(1-a)\,aX > 0$

$D.\ (dr/da_o) = -(1-C_E)\,(1-a)\,(wL_w + a_o X) < 0$

$D.\ (dX/da_o) = C_r\ (a_o X + wL_w) > 0$

$$D.\ (dE/da_o) = C_r (1 - a)\ (a_o X + wL_w) > 0$$

$$dL/da_o = L_w\ (dw/da_o) \gtrless 0 \qquad \text{si } D \gtrless 0$$

$$dK/da_o = a\ (dX/da_o) \gtrless 0 \qquad \text{si } D \gtrless 0$$

$$dW/da_o = a_o X\ (dw/da_o) + a_o w\ (dX/da_o) + Xw > 0$$

$$\text{si } D > 0 \qquad = ?\ \text{si } d < 0$$

$$dR/da_o = aX\ (dr/da_o) + ar\ (dX/da_o)$$

$$D.\ (dR/da_o) = (a_o X + wL_w)\ (1 - a)\ X a\ (\epsilon_r + \epsilon_{E-1}) \gtreqless 0$$

$$\text{si } \epsilon_r + \epsilon_E \gtreqless 1$$

$$\left(\text{donde } \epsilon_r = -\frac{r}{C}\ \frac{\partial C}{\partial r} = \frac{r}{E}\ C_r\ ;\ \epsilon_E = \frac{E}{C}\ \frac{\partial C}{\partial E} = C_E\right)$$

$$D.\ [d(R/E)/d\ a_o] = -\ (a_o X +, wL_w)\ a\ (1 - C_E) < 0$$

Progreso técnico ahorrador de capital

$$D.\ (dw/da) = a_o\ [(1 - C_E)\ aX + (1 + r)\ C_r] > 0$$

$$D.\ (dr/da) = -\ (1 - C_E)\ [(1 - a)\ (1 + r)\ L_w + a_o^2\ X] < 0$$

$$D.\ (dX/da) = L_w\ [(1 + r)\ C_r + (1 - C_E)\ aX] > 0$$

$$D.\ (dE/da) = C_r\ [(1 + r)\ (1 - a)\ L_w + a_o^2 X] > 0$$

$$dL/da = L_w\ (dw/da) \gtrless 0 \ \text{si } D \gtrless 0$$

$$dK/da = a\ (dX/da) + X > 0 \qquad \text{si } D > 0$$

$$= ? \qquad \text{si } D < 0$$

$$dW/da = a_o X\ (dw/da) + a_o w\ (dX/da) \gtrless 0$$

$$\text{si } D \gtrless 0$$

$$dR/da = aX \frac{dr}{da} + ar \frac{dX}{da} + X_r = ?$$

$$D. [d(W/E)/da] = \{C_r a_o r + [(1-a)(1-C_E) a (aX + wL_w)]\} \frac{a_o}{(1-a)^2} > 0$$

"Maquinización"

O sea $da_o < 0$, $da > 0$ tal que $w(-da_o) = (1+r)\,da + t\,da$,

$t > 0$

$$D. (dw/da) = -\frac{1}{w}\{a^2 X(1-C_E) r + [C_r a_o w + (1-C_E)(1-a) a X] t\} < 0$$

$$D. (dr/da) = \frac{1}{w}\{(1-C_E) a_o X_r + [(1-C_E)(1-a)(wL_W + a_o X)] t\} > 0$$

$$D. (dE/da) = -\frac{1}{w}(C_r a_o X_r + [C_r (1-a)(a_o X + w L_w)] t\} < 0$$

$$D. (dX/da) = \frac{D}{1-a}(dE/da) + X \frac{D}{1-a}$$

si $D > 0$, $dX/da = ?$
si $D < 0$, $dX/da > 0$

$$D. (dL/da) = L_w (dw/da) < 0$$

$$D. (dW/da) = (L_w + a_o X) D (dw/da) < 0$$

$$D. (dK/da) = D\,a(dX/da) + DX$$

si $D > 0$, $dK/da = ?$
si $D < 0$, $dK/da > 0$

$(dR/da) = aX\ (dr/da) + ar\,(dX/da) + Xr = ?$

$$D\ \frac{d\,(R/E)}{da} = \frac{1}{(1\ \ a)^2}\ [(1 - a)\ a\ \ D.\frac{dr}{da} + r.\,D\,]$$

si $D > 0$, $d\,(R/E)\,da > 0$

si $D < 0$, $d\,(R/E)/da = ?$

Salarios avanzados.

Debe reemplazarse la ecuación (1) anterior por la siguiente:

	dr	dw	dX	dE	da_b	da	$d\bar{L}$	$d\bar{C}$
(1)	$(a + a_o w)$	$a_o(1 + r)$	0	0	$-w(1 + r)$	$-(1 + r)$	0	0

y el resto del sistema permanece idéntico. El denominador ahora será:

$$D = (1 - C_E)\,(1 - a)\,(a + a_o\,w)\,L_w - C_r\,a_o^2\,(1 + r)$$

que seguirá siendo positivo en el caso de estabilidad walrasiano, y negativo en el caso de estabilidad marshalliano.

No resulta necesario escribir nuevamente todas las relaciones, ya que como se ha observado, solo diferirán de las anteriores en que $(a + a_o\,w)$ reemplazará a a, y $a_o\,(1 + r)$ reemplazará a $(1 + r)$. Ahora K_C reemplaza a X, $K_V = W$ y $K_{c+v} = K_C + K_V$

Progreso técnico ahorrador de trabajo.

$$D.\,dp'/da_o = \frac{-(1 - a)^2}{a_o^2\ \ w^2}\,(1 - C_E)\,(a + a_o\,w)\,(a_o X + w\,L_w) < 0$$

$$D.\,do/da_o = -o\,(1 - C_E)(1 - a)\,(a_o X + wL_w) < 0$$

Progreso técnico ahorrador de capital.

$$D.\ dp'/da = -\frac{1}{a_o\ w^2}\left[a_o rC_r + (1 - C_E)(1 - a)(a + a_o w)(w L_w + a_o X)\right] > 0$$

$$D.\ do/da = 0.[- (1 - C_E)\ a\ (a_o X + w L_w) + (1 - C_E) w L_w - C_r (1 + r)\ a_o]$$

"Maquinización"

$$D.\ dp'/da = \frac{1 - a}{a_o^2\ w^3}(1 - C_E)(a + a_o w)(wL_w + a_o X)(1 - a - a_o w) - (rC_r)/w^2 + \frac{1 - a}{a_o^2\ w^3}(1 - C_E)(a + a_o w)(a_o X + wL_w)\ t'\ (> 0 \text{ si } C_r = 0)$$

$$D.\ do/da = \frac{1}{w\ (a + a_o w)}[\ a\ (1 - C_E)(a_o X + wL_w)(1 - a - a_o w) + a_o w\ (1 - C_E)\ wL_w - a_o\ wC_r (1 + r)\ a_o] + 0.\ (1 - C_E)(1 - a)(a_o y + wL_w)\frac{t'}{w}$$

$$(> 0 \text{ si } C_r = 0)$$

Caso de Marx (salarios avanzados $L_w = \infty$)

Progreso técnico ahorrador de trabajo

$$dw/da_o = 0$$

$$dr/da_o = -(1 + r)\ w/\ (a + a_o\ w) < 0$$

$$dX/da_o = C_r\ (1+r)\ w/(1-C_E)(1-a)\ (a+a_o w) > 0$$
$$(=0 \text{ si } C_r = 0)$$

$$dE/da_o = C_r\ (1+r)\ w/(1-C_E)\ (a+a_o w) > 0$$
$$(=0 \text{ si } C_r = 0)$$

$$dL/da_o = \frac{C_r\ a_o w(1+r)}{(1-C_E)(1-a)\ (a+a_o w)+X} > 0 \quad (>0 \text{ aún si } C_r = 0)$$

$$dK_o/da_o = a\ (dK/da_o) > 0 \qquad (=0 \text{ si } C_r = 0)$$

$$dK_v/da_o = dw/da_o = w\ (dL/da_o) > 0 \qquad (>0 \text{ aún si } C_r = 0)$$

$$dK_{c+v}/da_o > 0 \qquad (>0 \text{ aún si } C_r = 0)$$

$$dR/da_o = (1-a-a_o w)\ \frac{dx}{da_o} - wX\ ? \qquad (<0 \text{ si } C_r = 0)$$

$$d(R/E)/da_o = -w/(1-a) < 0$$

$$dp'/da_o = \frac{-(1-a)}{a_o^2\ w} < 0$$

$$do/da_o = -aw/(a+a_o w)^2 < 0$$

Progreso técnico ahorrador de capital

$$dw/da = 0$$

$$dr/da = -(1+r)/(a+a_o w) < 0$$

$$dX/da = \frac{C_r\ (1+r) + (1-C_E)\ X\ (a+a_o w)}{(1-C_E)\ (1-a)\ (a+a_o w)} > 0 \quad (\text{aún si } C_r = 0)$$

$dE/da = C_r (1+r)/(1-C_E)(a+a_o w) > 0 \quad (=0 \text{ si } C_r = 0)$

$$dL/da = \frac{a_o C_r (1+r) + a_o (1-C_E) X (a+a_o w)}{(1-C_E)(1-a)(a+a_o w)} > 0 \quad (\text{aún si } C_r = 0)$$

$dK_c/da = a(dK/da) + X > 0 \quad (\text{aún si } C_r = 0)$

$dK_v/da = dw/da = a_o w (dw/da) > 0 \quad (\text{aún si } C_r = 0)$

$dK_{c+v}/da > 0 \quad (\text{aún si } C_r = 0)$

$$dR/da = \frac{-a_o wX}{1-a} + \frac{C_r (1+r)(1-a-a_o w)}{(1-C_E)(1-a)(a+a_o w)} = ?$$

$(< 0 \text{ si } C_r = 0)$

$d(R/E)/da = -a_o w/(1-a)^2 < 0$

$dp'/da = -1/a_o < 0$

$$do/da = \frac{(1-a)(1-C_E) a_o w}{a+a_o w} > 0$$

'Maquinización"

$dw/da = 0$

$dr/da = (1+r) t/(a+a_o w) > 0$

$$dX/da = \frac{(1-C_E) X.(a+a_o w) - C_r (1+r) t}{(1-C_E)(1-a)(a+a_o w)} = ?$$

$(> 0 \text{ si } C_r = 0)$

$$dE/da = -C_r \ (1+r) \ t/(1-C_E) \ (a+a_o w) < 0$$

$$(= 0 \text{ si } C_r = 0)$$

$$dL/da = \frac{-(1-a-a_o w)}{1-a} \ \frac{X}{w} - \frac{C_r a_o w(1+r) + (1-C_E)(1-a)X(a+a_o w)}{(1-C_E)(1-a)(a+a_o w)} =$$

$$.t < 0$$

$$(\text{aún si } C_r = 0)$$

$$dK_o/da = \frac{a}{1-a} \ X - \frac{a C_r \ (1+r)}{(1-C_E)(1-a)(a+a_o w)} \ t = ?$$

$$(> 0 \text{ si } C_r = 0)$$

$$dK_v/da = dw/da = -\frac{1-a-a_o w}{1-a} \ X - [\frac{a_o w C_r \ (1+r)}{(1-C_E)(1-a)(a+a_o w)} + X]$$

$$t < 0 \quad (\text{aún si } C_r = 0)$$

$$dK_{v+c}/da = ? \qquad (\text{aún si } C_r = 0)$$

$$dR/da = \frac{1-a-a_o w}{1-a} \ X - [\frac{(1-a-a_o w) C_r \ (1+r)}{(1-C_E)(1-a)(a+a_o w)} \ X] \ t = ?$$

$$(>0 \text{ si } C_r = 0)$$

$$\frac{d(R/E)}{da} = \frac{1}{(1-a)^2} \ [(1-a-a_o w) \ w(1-a) t] > 0$$

$$dp'/da = \frac{1-a}{a_o^2 w^3} (1-C_E)(a+a_o w) w \ [(1-a-a_o w)+(1-a) t] > 0$$

$$do/da = \frac{1-C_E}{a+a_o w} \ [a(1-a-a_o w) + a_o w] + o(1-C_E)(1-a) t \ > 0$$

Coeficientes variables de producción

Diferenciando la ecuación (9) se obtiene:

$$da = - \{ aw/(1 - a_o w) \} \, da_o$$

Diferenciando las demás ecuaciones del sistema, y despejando **da** en función de $\mathbf{da_o}$, se reduce el sistema a uno de cinco ecuaciones:

$$\frac{f''}{1 - a_o w} da_o - adw = 0 \qquad \text{(i)}$$

$$\frac{f''}{1 - a_o w} \quad \frac{a_o}{a} da_o + a_o dr = 0 \qquad \text{(ii)}$$

$$(1 - a) dX + \frac{awX}{1 - a_o w} da_o - dE = 0 \qquad \text{(iii)}$$

$$C_r \, dr + (1 - C_E) \, dE = 0 \qquad \text{(iv)}$$

$$a_o \, dX + X da_o - L_w \, dw = d\bar{L} \qquad \text{(v)}$$

El denominador ahora es:

$$D = a_o \, a(1 - C_E) \frac{arX}{1 - a_o w} + \frac{(- f'')}{1 - a_o w} [a_o (1 - a)(1 - C_E) L_w - a_o^2 \; C_r]$$

$D < 0$ si $C_E = 1$ (Caso Goodwin);

$D > 0$ si $L_w \to \infty$ (caso Marx)

$$D\,(dw/d\bar{L}) = -\frac{(-f'')}{1 - a_o w}\,(1-a)\,(1-C_E) < 0 \text{ si } f'' < 0$$
$$= 0 \text{ si } f'' = 0$$

Lucha de clases

Política sindical

$$dW/dw = \frac{a_o^2 \quad C_r}{a(1-a)\,(1-C_E)}\,w + a_o X > 0$$

$$dE/dw = \frac{a_o \quad \dot{C}_r}{a\,(1-C_E)} > 0$$

$$dX/dw = \frac{a_o \quad C_r}{a\,(1-a)\,(1-C_E)} > 0$$

$$dr/dw = -a_o/a < 0$$

$$dR/dw = \frac{a_o\,C_r}{(1-a)\,(1-C_E)}\,r - a_o X \gtrless 0$$

$$\text{según } r \gtrless \frac{(1-a)\,(1-C_E)}{C_r}\,X$$

$$\text{o sea según} \lesseqgtr \quad \frac{1-a}{a_o} \quad \frac{C_r - a\,(1-C_E)\,X}{C_r}$$

$$d\,(W/D)dw = a/\,(1-a) > 0$$

Política patronal

$$dR/dr = aX - (a/a_o)^2\,L_w\,r \gtrless 0 \text{ según } r \lesseqgtr \frac{a_o^2\,X}{a\,L_w}$$

o sea según $w \gtrless \frac{1-a}{a_o} \quad \frac{a_o X}{L_w}$

$$dX/dr = -a L_w / a_o^2 < 0$$

$$dE/dr = -a(1-a) L_w / a_o^2 < 0$$

$$dw/dr = -a / a_o < 0$$

$$dW/dr = \frac{-a L_w}{a_o} w - aX < 0$$

$$d(R/E)/dr = a/(1-a) > 0$$

REFERENCIAS

GOODWIN, R.M.: "A growth cycle", en C. H. PEINSTEIN (ed.) **Capitalism and Economic Growth**, Cambridge University Press, 1967. Revisado y ampliado en: E.K. BORT y J.G. SCHWARTZ (eds.), **A Critique of Economic Theory** Penguin, 1972, pp. 442-419.

KALDOR, N.: "Alternatives Theories of distribution", **Review of Economic Studies,** vol. 23, pp. 83-100 (1955).

MARX, K.: **A Capital**, vols. I-III, trad. W. Roces, Fondo de Cultura Económica, 1947

ROBINSON, J.: **The Accumulation of Capital**, Mac Millan, 1956.

SRAFFA, P.: **Production of Commodities by Means of Commodities**, Cambridge University Press, 1960.

DISTRIBUCION DEL INGRESO Y CRECIMIENTO ECONOMICO: UNA PROPUESTA DE INTEGRACION DE DIFERENTES TRADICIONES.

RESUMEN

El presente trabajo pretende representar una contribución hacia una reformulación y sistematización de la teoría de la distribución del ingreso, especialmente en el estudio de su relación con el crecimiento económico. En tal sentido, se presenta un modelo macroeconómico de coeficientes fijos de producción, que permite realizar comparaciones sistemáticas de la lógica interna de las distintas tradiciones que, sobre la teoría de la distribución existen.

El modelo permite integrar enfoques en algunos casos extremos, como lo son el de Marx y el de Goodwin. Levantar el supuesto de coeficientes fijos de producción, permite integrar el concepto neoclásico de productividad marginal. Finalmente, al dejarse de lado el supuesto de competencia perfecta en el mercado de factores, se estudia la relación entre la puja sectorial por la participación en el producto y la distribución del ingreso.

INCOME DISTRIBUTION AND ECONOMIC GROWTH: AN INTEGRATED PROPOSAL OF DIFFERENT TRADITIONS.

ABSTRACT

This paper attemps to show a contribution towards a reformulation and systematization of the Income Distribution Theory, specially in the study of its relation with the economic growth. In that way, a macroeconomic model of fixed production coefficients is showed, which allows to make systematic comparisons of the internal logic of different traditions which exist on the theory of distribution.

The model allows to integrate approaches in some extreme cases, as Marx's and Goodwin's. Leaving aside the assumption of fixed production coefficients the model allows to integrate the neoclassical concept of marginal productivity. Finally, as the perfect competition in the factor market is left aside, the relation between the sectorial push for the participatión in the product and the income distribution is studied.