Económica, La Plata, Vol. XLV, Nro. 3, Año 1999

EL INDICADOR DE RIESGO CREDITICIO DENTRO DE UN MARCO GENERAL PARA LA EXIGENCIA DE CAPITAL POR RIESGO CREDITICIO UTILIZANDO TEORÍA DE CARTERAS

GUILLERMO ESCUDÉ

I. Introducción

El objetivo de este trabajo es avanzar en el análisis conceptual de lo que debería ser el Indicador de Riesgo Crediticio utilizado actualmente para definir los requisitos de capital de las entidades financieras para que tenga un buen fundamento microeconómico. Para ello se parte de un planteo más general de un banco averso al riesgo que actúa como administrador de una cartera de préstamos riesgosos y de reservas no riesgosas que está financiada con depósitos y capital. Se parte de un marco de competencia perfecta donde el banco es tomador de precios para las tasas activas y, por lo tanto, determina las cantidades a tener en su cartera de préstamos. El análisis es de un período. El banco obtiene un rendimiento aleatorio sobre sus préstamos debido a la aleatoriedad de los costos por default (neto de recuperos). Toma su decisión maximizando la utilidad esperada, donde la función de utilidad es del tipo de Von-Neumann-Morgenstern. El planteo básico toma un banco de responsabilidad ilimitada pues en este caso se obtienen resultados más claros. En una sección posterior se esboza lo que sucede cuando hay responsabilidad limitada, o sea, cuando el banco toma en cuenta en su decisión de cartera la posibilidad de su propia quiebra (o dicho de otra manera, desdeña las consecuencias que su quiebra tiene sobre sus acreedores). También se supone que las tasas de default (netos de recuperos) se distribuyen según una normal multivariada. Este supuesto permite manejar con facilidad el difícil problema de la agregación con un posible costo en cuanto a realismo.

Como en la teoría del CAPM (capital asset pricing model), cuando no están sometidos a requisitos mínimos de capital, todos los bancos, según su grado de aversión al riesgo, determinan la estructura de sus activos mediante una combinación del activo libre de riesgo (reservas) y una cartera compuesta cuya estructura depende exclusivamente de las características de rendimiento esperado y riesgo de sus componentes, las cuales están dadas y son iguales para todos los bancos. O sea, se supone homogeneidad en la percepción entre los diversos bancos sobre las características de los préstamos. En el caso bancario estas características vienen dadas por la matriz de varianzas y covarianzas de las tasas de default (netas de recuperos) y por el vector de "márgenes netos", o sea, el vector que tiene como elementos las diferencias entre las tasas de interés netas del costo esperado de default (neto de recuperos) y la tasa interbancaria (considerada libre de riesgo). Todos los bancos tendrán carteras de activos riesgosos proporcionales entre sí y, por lo tanto, a la "cartera de mercado". Sólo diferirán entre ellos en cómo distribuyen sus fondos totales entre la cartera de mercado y el activo de reserva. En Teoría de Finanzas se suele llamar "teorema de la separación en dos fondos" a este resultado.

Se demuestra, siguiendo a Rochet (1992), que cuando el banco debe cumplir un requisito de capital mínimo a la Basilea, los coeficientes que ponderan a los préstamos al definir el requisito de capital (y que en el caso argentino incluirían tanto a los "ponderadores de riesgo" como al "indicador de riesgo" y al "factor CAMEL") deben ser proporcionales al vector de márgenes netos. Sólo en este caso la regulación no generará ineficiencia en el sentido que las carteras de activos resultantes de la maximización condicionada (por el requisito de capital) no haga máximo el rendimiento esperado de la cartera dado su nivel de riesgo. Esto implica que si se modificara adecuadamente el "indicador de riesgo" para que no tome en cuenta simplemente las tasas de interés sino su exceso sobre la suma de los costos netos por default y la tasa interbancaria sería una buena base para la determinación del requisito de capital por riesgo crediticio. Para ello podría simplemente neutralizarse los "coeficientes de riesgo" llevándolos (quizás gradualmente) a la unidad mientras se modifica apropiadamente el "indicador de riesgo".

En las secciones 4 y 5 se muestra cómo se determinan las tasas de interés de equilibrio en los mercados de préstamos. Se demuestra además que tanto en el caso no regulado como en el caso regulado el vector de márgenes netos es proporcional al vector de los "beta" de los préstamos, por lo cual los ponderadores de riesgo óptimos deben ser proporcionales a los beta, o sea, a los riesgos de los préstamos individuales medidos por las covarianzas entre sus rendimientos y el de la cartera de préstamos del mercado. En la sección 6 se esboza los cambios que surgen cuando se supone responsabilidad limitada. En particular, la responsabilidad limitada puede dar lugar a una actitud amante del riesgo por parte de un banco poco capitalizado, por lo cual un nivel absoluto mínimo de capital puede ser un complemento necesario del requisito definido a través de los ponderadores de riesgo.

I. El planteo general

Se supone competencia perfecta y bancos de responsabilidad ilimitada, o sea, bancos que en sus decisiones de préstamos no toman en cuenta explícitamente la posibilidad de su propia quiebra. En la sección X se ven las modificaciones que introduce el supuesto de que tienen responsabilidad limitada.

Para concentrar el esfuerzo exclusivamente en los activos del banco, se supone que los depósitos están dados y son fijos, pagando a los depositantes la tasa interbancaria (que tomaremos como una tasa no estocástica y libre de riesgo). El resultado del banco dependerá básicamente de los retornos sobre sus activos. Hay n tipos de préstamos, clasificados según sus características de rendimiento y riesgo. Los bancos también pueden mantener reservas, que ganan la tasa libre de riesgo r_0, o endeudarse en el mercado interbancario a esa misma tasa. Las tasas de interés activas $r_1 \ldots r_n$, están dadas por el equilibrio de mercado. Pero los préstamos tienen tasas de *default* (corregidas por tasa de recupero de manera que indican la pérdida neta para el banco) aleatorias[1] $d_1\tilde{} \ldots d_n\tilde{}$, que se distribuyen como una normal multivariada con medias $d_1 \ldots d_n$, desvíos estándar $\sigma_1 \ldots \sigma_n$, y covarianzas σ_{ij} . La tasa de retorno sobre cada préstamo es entonces aleatorio $x_i\tilde{} = r_i - d_i\tilde{}$ y tiene media $x_i = r_i - d_i$ y desvio estándar σ_i ya que la varianza es

$$V(x_i\tilde{}) = E(x_i\tilde{} - x_i)^2 = E[r_i - d_i\tilde{} - (r_i - d_i)]^2 = E(-d_i\tilde{} + d_i)^2 = E(d_i\tilde{} - d_i)^2 = V(d_i\tilde{}).$$

Análogamente, σ_{ij} es asimismo la covarianza entre $x_i\tilde{}$ y $x_j\tilde{}$.

El margen entre la tasa de retorno sobre el activo i con respecto a la tasa libre de riesgo es

$$s_i\tilde{} = x_i\tilde{} - r_0 = r_i - d_i\tilde{} - r_0.$$

[1] Una tilde al lado de una variable indicará que se trata de una variable aleatoria. La misma variable sin la tilde indicará el valor medio de la variable.

Por consiguiente, $V(s_i^{\sim}) = V(x_i^{\sim}) = V(d_i^{\sim})$ y σ_{ij} es también la covarianza entre $s_i^{\sim}$ y $s_j^{\sim}$.

En el instante inicial el banco elige la composición del activo R, L_1,... L_n, dados sus pasivos D+K y la distribución de probabilidad de sus retornos $x_1^{\sim}$,... $x_n^{\sim}$. Al final del período se liquida el banco, se devuelven los depósitos y los propietarios del banco reciben la diferencia entre el valor de los activos y el de los depósitos.

Por la restricción del balance, se tiene

(1) $$R = D + K - \Sigma_i L_i.$$

Obsérvese que R puede ser negativo si el banco elige endeudarse en el mercado interbancario.[2] Como las tasas de retorno son aleatorias, también lo es el capital final:

$$K_1^{\sim} = \Sigma_i L_i (1 + x_i^{\sim}) + (D + K - \Sigma_i L_i)(1 + r_0) - D(1 + r_0) - Kg =$$

$$= K(1 + r_0 - g) + \Sigma_i L_i (x_i^{\sim} - r_0),$$

donde g representa todos los costos que no sean de financiamiento, como fracción del capital.

Si se define el "capital ajustado"

$$K^* = K(1 + r_0 - g),$$

el capital final se reduce a

(2) $$K_1^{\sim} = K^* + \Sigma_i L_i s_i^{\sim}.$$

Por consiguiente, la esperanza y la varianza de $K_1^{\sim}$ están dados por

[2] Para introducir un poco de realismo puede suponerse que más allá de cierto endeudamiento en el mercado interbancario o bien el banco no puede endeudarse más o bien la tasa de interés comienza a subir, lo cual equivale a suponer que el endeudamiento del banco deja de ser libre de riesgo.

(3) $$\mu \equiv E(K_1^{\sim}) = K' + \Sigma_i L_i s_i$$

(4) $$\sigma^2 \equiv V(K_1^{\sim}) = \Sigma_{ij} L_i L_i \sigma_{ij} .$$

Se usará una notación vectorial para no tener que escribir tantas sumatorias. De tal modo, estas expresiones puede reescribirse como[3]

(3') $$\mu = K' + L's$$

(4') $$\sigma^2 = L'ML,$$

donde

$L = (L_1 .... L_n)'$ es el vector (columna) de préstamos,
$s = (s_1 .... s_n)'$ es el vector (columna) de márgenes netos medios sobre la tasa libre de riesgo,
M es la matriz cuadrada de varianzas y covarianzas (que es definida positiva y se supone no singular[4]) y por, las definiciones de x y s, se verifican las identidades

$$s \equiv x - r_0 u \equiv r - d - r_0 u,$$

donde

$r = (r_1 .... r_n)'$ es el vector (columna) de tasas de interés,
$x = (x_1 .... x_n)'$ es el vector (columna) de tasas de retorno medias,
$d = (d_1 .... d_n)'$ es el vector (columna) de tasas de default (netas de recupero) medias, y
$u = (1 .... 1)'$ es el vector (columna) de unos.

A diferencia de lo supuesto para R, se supone que $L_i \geq 0$ para todo i, o sea, que los L_i son todos activos (y no puede tenerse posiciones "cortas" en

[3] Una apóstrofe en un vector denotará trasposición. Por consiguiente, si L se define como un vector columna, L' denota un vector fila.
[4] Al suponer que M es no singular se está suponiendo que ninguno de los préstamos es una combinación lineal de otros.

préstamos). Además, r está determinado por el mercado bajo condiciones competitivas.[5]

Por último, se supone que el vector $d^{\sim}$ y, por lo tanto, los vectores $x^{\sim}$ y $s^{\sim}$, tiene una distribución normal multivariada

$$d^{\sim} \sim N(d, M), \quad x^{\sim} \sim N(x, M), \quad s^{\sim} \sim N(s, M).$$

En particular, esto implica que la distribución de $K_1^{\sim}$, al ser función lineal de variables aleatorias normales, es también normal y está completamente caracterizada por la media (3') y la varianza (4'). [6]

2. El problema de decisión del banco libre de regulaciones

El banco se comporta como administrador de cartera. Maximiza la utilidad esperada

$$(5) \qquad E(u(K_1^{\sim}))$$

donde u(.) es una función de utilidad de Von-Neumann-Morgenstern que es creciente con utilidad marginal decreciente (u'>0, u''<0) y estrictamente quasi-cóncava. Bajo estos supuestos puede demostrarse que la utilidad esperada (4) y la probabilidad de quiebra del banco ($Prob(K_1^{\sim} < 0)$) sólo dependen de μ y σ.[7] Pues la utilidad esperada puede escribirse como:

$$(6) \qquad E(u(K_1^{\sim})) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(\mu + \sigma y)\phi(y)dy \equiv U(\mu,\sigma),$$

donde $\phi(y)$ es la función de densidad de la distribución normal estandarizada.[8] El lado derecho de la primera igualdad de (4) sólo depende de μ y σ, por lo

---

[5] Más abajo se verá cómo se determinan las tasas de interés de equilibrio.

[6] Este supuesto de normalidad es importante para permitir un tratamiento adecuado del problema de cartera sin restringir indebidamente las preferencias de los bancos (imponiendo, por ejemplo, una función de utilidad cuadrática). No se entrará aquí en el tema de hasta qué punto puede relajarse el supuesto de normalidad.

[7] La igualdad expresa la definición de la esperanza matemática de una función u de una variable normal caracterizada por los parámetros μ y σ. La identidad define a la función U.

[8] Como $s^{\sim}$ es un vector con distribución normal multivariada, $K^{\sim}$ es una combinación lineal de sus componentes y, como tal, está distribuida normalmente con media μ y desvío estándar σ.

cual se la denomina $U(\mu,\sigma)$. Esta función de utilidad es creciente con μ y decreciente con σ. Además, puede demostrarse que es cóncava.[9]

Además, por el supuesto de normalidad la probabilidad de que quiebre el banco, o sea, de que su patrimonio termine siendo negativo, es:

(7) $$\text{Prob}(K_1^{\sim} < 0) = \text{Prob}(\ (K_1^{\sim} - \mu)/\sigma < -\mu/\sigma\ ) = \Phi(-\mu/\sigma)$$

donde $\Phi(.)$ es la función normal estandarizada acumulada. Por lo tanto, la probabilidad de quiebra del banco es decreciente con respecto a μ y creciente con respecto a σ.

Por último, por (2') y (3'), μ y σ dependen de las variables de decisión, o sea, del vector de préstamos L, por lo cual problema de decisión del banco es el de encontrar el vector L que maximice su función de utilidad:

(8) $$\max_{L}\ U(\mu(L), \sigma(L)) = U(\ K' + L's, (L'ML)^{1/2}\ ).$$

Se supone en esta sección que el banco no está sujeto a ninguna regulación de capital mínimo. Por ello, no hay ninguna restricción adicional en (8). Igualando a cero el vector de derivadas parciales de U con respecto a L (condición necesaria para un máximo[10]) se tiene

(9) $$U_\mu s + U_\sigma (ML) = 0$$

de donde se despeja el vector de préstamos óptimos

Por consiguiente, su esperanza es $\int U(z)N(z;\mu,\sigma)dz$. Si se realiza el cambio de variables $y = (x-\mu)/\sigma$, se obtiene (6).

[9] Como $u(.)$ es creciente, al crecer μ crece $U(\mu,\sigma)$. Además, como $\phi(y)$ es simétrica, puede escribirse como

$$U(\mu,\sigma) = \int_0^{\infty} [u(\mu - \sigma y) + u(\mu + \sigma y)]\phi(y)dy.$$

Si el término entre corchetes es decreciente con σ (dado y) entonces U es decreciente con σ. La derivada del término entre corchetes con respecto a σ es $u'(\mu + \sigma y) - u'(\mu - \sigma y)]y$. Como $\mu + \sigma y > \mu - \sigma y$ y $u''<0$, para $y>0$ esta expresión es negativa. QED.

[10] Las condiciones de segundo orden se cumplen por ser M definida positiva.

$$L^* = (1/\theta)M^{-1}s \tag{10}$$

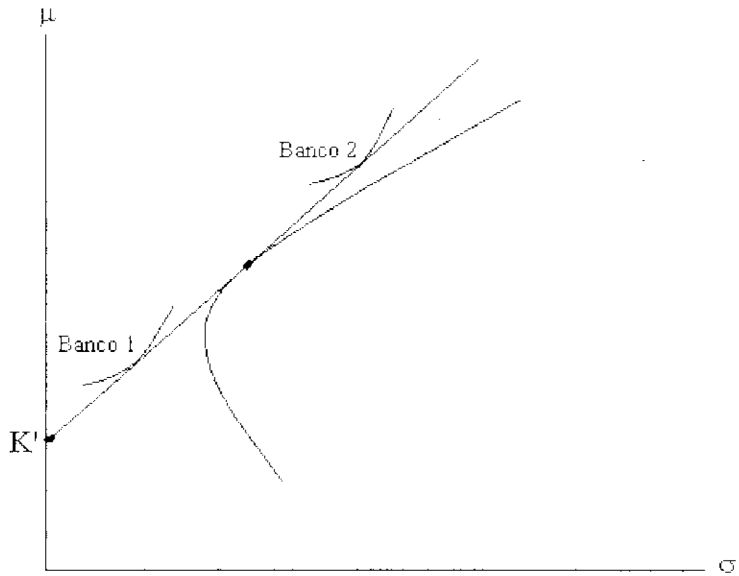
donde $\theta \equiv -U_\sigma/U_\mu$ es el coeficiente de aversión (absoluta) al riesgo del banco. Las reservas del banco, por consiguiente, son:

$$R^* = D + K - u'L^* = D + K - (1/\theta)uM^{-1}s. \tag{11}$$

Se observa que si todos los bancos enfrentan las mismas tasas de interés y la misma distribución de probabilidades de default, distintos bancos difieren en su vector de préstamos óptimo sólo en un factor escalar dado por su coeficiente de aversión al riesgo. Como se ve en el Gráfico 1 un banco más averso al riesgo (Banco 1) tendrá una proporción mayor de su cartera en reservas y viceversa.

Reemplazando (10) en (2') y (3') se ve que en el óptimo la esperanza y el desvío estándar de K_t^{**} son:

Gráfico 1



(12) $$\mu^* = K' + (1/\theta)b$$

(13) $$\sigma^* = (1/\theta)\oplus b$$

donde, para abreviar notación, se ha definido como b a la varianza de una cartera compuesta por el vector de márgenes medios:

(14) $$b \equiv sM^{-1}s.$$

Por consiguiente, a partir de (9) y (10) se observa que existe una relación lineal entre la ganancia esperada y el riesgo:

(15) $$\mu^* - K' = \oplus b\sigma^*.$$

Esta relación es igual para todos los bancos, independientemente de cual es su aversión al riesgo. En el Gráfico 1 esto simplemente indica que, dado K', un banco siempre se ubica en la frontera eficiente dada por la recta que parte de K' con pendiente m. El grado de aversión al riesgo sólo indica donde se ubica en esa recta. Dados dos bancos con el mismo K', por ejemplo, se ve en el gráfico que el banco 1, es muy averso al riesgo y tiene D+K invertidos en partes similares entre la cartera de mercado de préstamos riesgosos (μ_M,σ_M) y el activo libre de riesgo (o sea, presta en el mercado interbancario). En cambio el banco 2 prefiere tener una cartera de préstamos mucho más grande endeudándose en el mercado interbancario.

Por (5), entonces, la probabilidad de quiebra del banco es

(16) $$\mathrm{Prob}(K_1^- < 0) = \Phi(- [K' + b/\theta]/(\oplus b/\theta)) =$$

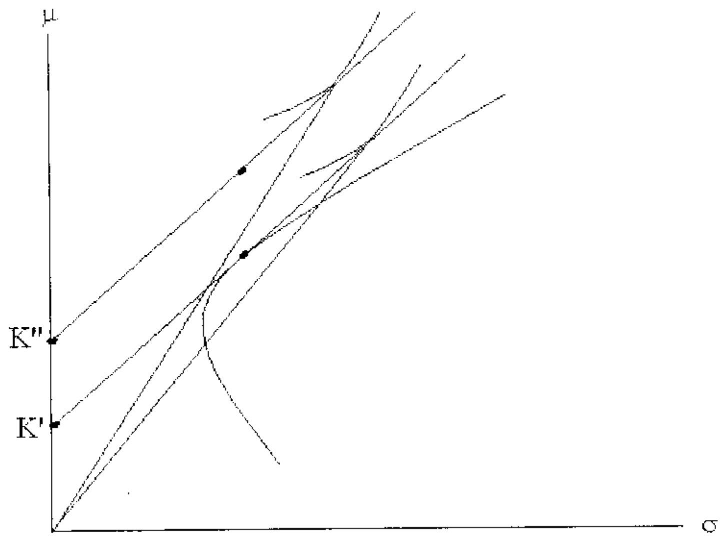
$$= \Phi(- \oplus b\, [(\theta K'/b) + 1]).$$

Se observa que la probabilidad de quiebra varía inversamente con el capital (incluido en K') y con la aversión al riesgo. Los bancos menos aversos al riesgo (o sea, con menor θ) tienen una mayor parte de su activo en préstamos riesgos y una menor parte en reservas (que están libre de riesgo). Como se ve en (16), en principio esto podría compensarse con un mayor capital. En el Gráfico 2 se muestra el efecto de un aumento en K con una correspondiente disminución en D. Estos cambios tienen el efecto de desplazar paralelamente hacia arriba la recta que parte de K', de manera tal que no importa cual sea su grado de aversión al riesgo aumenta la razón μ^*/σ^*, la que en el gráfico está dada por la pendiente entre el origen de coordenadas y el punto elegido. Pero como no todos los bancos administran bien los riesgos y una mala administración genera fuertes externalidades negativas que ponen en riesgo al sistema financiero en su conjunto, el Banco Central exige un capital mínimo, tema del cual se encarga la siguiente sección.

.03. El problema de decisión del banco sujeto a requisitos de capital

Se supone ahora que el Banco Central impone un capital mínimo definido

Gráfico 2



como una fracción k de los activos, los cuales están ponderados según ciertos coeficientes w_i (definidos por el Banco Central[11]) que conviene expresar en forma vectorial:

(17) $$w' = (w_1 .... w_n).$$

Por consiguiente, todos los bancos deben tener un nivel de capital K que satisface una restricción del tipo

[11] En el caso argentino, k es actualmente igual a 11,5% y w es una combinación de los "ponderadores de riesgo", el "indicador de riesgo" y del "factor CAMEL".

(18) $$K \geq k(L'w).$$

El problema del banco es ahora

(19) $$\max_{L} U(\mu(L), \sigma(L)) \text{ sujeto a } (18).$$

Para resolver este problema se forma el Lagrangeano:

(20) $$U(K' + L's, (L'ML)^{1/2}) - \nu(kL'w - K)$$

donde $\nu \geq 0$ es el multiplicador de Lagrange. Según las condiciones de Kuhn-Tucker, en primer lugar se iguala a cero el vector de derivadas parciales con respecto a L, como antes, lo que ahora da

(21) $$U_{\mu}s + U_{\sigma} (ML) - \nu kw = 0.$$

De (17) se despeja el vector de préstamos óptimo

(22) $$L^{\bullet} = (1/\theta)M^{-1}(s - \nu kw/U_{\mu}).$$

Además, según las condiciones de Kuhn-Tucker, debe cumplirse la igualdad

(23) $$\nu(kL'w - K) = 0$$

que indica que si en el óptimo la restricción (18) se cumple con desigualdad, el multiplicador de Lagrange ν debe ser igual a cero, en cuyo caso (22) se reduce a (10) y el banco no se ve afectado por el requisito.

En cambio, si la restricción (18) se cumple con igualdad el multiplicador de Lagrange es positivo y, como se comprueba comparando (22) con (10), la oferta de préstamos será en general menor que en el caso sin restricción. En tal caso, excepto cuando el vector de ponderaciones w es proporcional al vector de márgenes netos s, el vector óptimo para el banco es ineficiente pues no minimiza la varianza de la cartera, dado un nivel para la media.[12]

En cambio, si el vector de ponderaciones w es proporcional al vector de márgenes netos s, entonces todos los bancos tienen vectores de préstamos óptimos eficientes y proporcionales a $M^{-1}s$, aun los que están limitados por la regulación. Supóngase que $\gamma>0$ es el factor de proporcionalidad:

(24) $$w = \gamma s$$

En tal caso, un banco limitado tiene, según (22), un vector de ofertas de préstamos

(25) $$L^{\bullet} = (1/\theta)\,(1-\nu k\gamma/U_{\mu})M^{-1}s.$$

Obsérvese que este vector es proporcional al dado por (10), aunque $L^{\bullet} < L_i^*$ siempre que $L_i>0$. Además, introduciendo (24) y (25) en la restricción (18) (con signo de igualdad, para representar el caso de un banco limitado por la restricción) puede eliminarse el multiplicador de Lagrange de (22) pues se deduce

(26) $$\nu k\gamma/U_{\mu} = 1 - \theta K/(k\gamma b)$$

por lo cual la cartera óptima de un banco limitado por la restricción de capital es

(27) $$L^{\bullet} = [K/(\gamma kb)]M^{-1}s.$$

Por consiguiente, introduciendo (27) en (2') y (3'), se comprueba que el capital final esperado y el riesgo de un banco limitado son:

(28) $$\mu = K' + K/\gamma k$$

(29) $$\sigma = (K/\gamma k \oplus b)$$

---

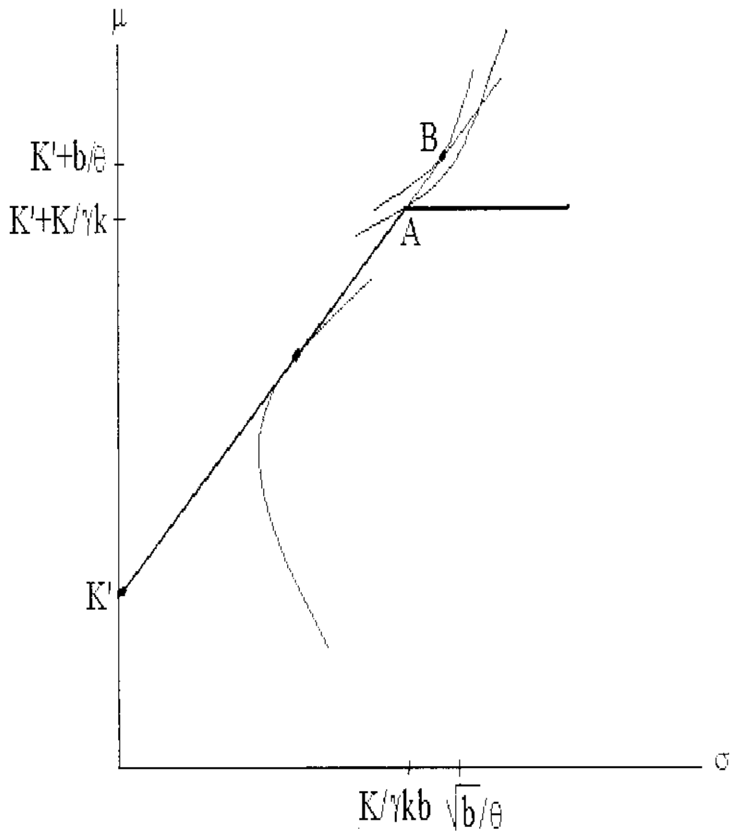
[12] En el Apéndice se demuestra que si el Banco Central elige w de tal manera que se minimice la varianza de la cartera, dado un nivel para la media, el w óptimo debe ser proporcional a s.

Además, introduciendo estas expresiones en (7) (y recordando la definición de K') se ve que la probabilidad de quiebra del banco limitado por la regulación es

$$\text{(30)} \qquad \begin{aligned} \mathrm{Prob}(K_1^- < 0) &= \Phi(\, - [K' + K/k\gamma]/(K/(k\gamma\oplus b)\,) \\ &= \Phi(\, - \oplus b\, [k\gamma K'/K + 1]\,) = \Phi(\, - \oplus b\, [k\gamma(1 + r_0 - g) + 1]\,). \end{aligned}$$

Por consiguiente, cuanto mayores sean los parámetros k y γ establecidos por el Bancó Central menor es la probabilidad de quiebra del banco. En el Gráfico 3 se observa el efecto de la imposición del requisito de capital para un banco que se ve limitado por la restricción. Se observa que el efecto es el de introducir una solución de esquina en el punto A que no es la que desearía tener el banco (la que corresponde al óptimo sin restricción en el punto B) pero sí implica un menor riesgo de cartera por unidad de ganancia esperada. Mientras el banco quisiera tener un riesgo m/θ con una ganancia esperada m^2/θ, debe conformarse con un nivel de riesgo $K/k\gamma m$ con una ganancia esperada de $K/k\gamma$. Por supuesto, pueden haber otros bancos que no se ven afectados por la regulación porque su aversión al riesgo es suficientemente elevada como para elegir un punto sobre la recta que parte de K' que esté por debajo de la esquina en que la frontera eficiente se hace horizontal.

Gráfico 3



4. Equilibrio de mercado y CAPM bancario cuando no hay regulaciones

Hasta ahora se ha estado considerando un banco individual que toma las tasas de interés del mercado como dadas debido al supuesto de competencia perfecta. En esta sección se considera al conjunto de bancos y se determina el vector de tasas de interés que equilibran al mercado en ausencia de regulaciones de capital mínimo. Cuando no está sujeto a regulaciones, cada banco b tiene un vector de préstamos y un nivel de reservas según lo visto en la sección 2:

(31) $$L_b = (1/\theta_b)M^{-1}s$$

(32) $$R_b = D_b + K_b - (1/\theta_b)uM^{-1}s$$

Por consiguiente, sumando sobre los n bancos se tienen

(30) $$L = (1/\theta)M^{-1}s$$

(31) $$R = D + K - (1/\theta)uM^{-1}s$$

donde las variables L, R, D y K sin subíndices indican ahora las sumas de las respectivas variables sobre todos los bancos y análogamente se define el coeficiente de aversión al riesgo del mercado θ como

(32) $$1/\theta \equiv \Sigma_b\,(1/\theta_b).$$

Se supone que las demandas de crédito por parte del sector no financiero están dadas por el vector de demandas

(33) $$L^D(r, r_o),$$

cada uno de cuyos componentes depende del vector de tasas de interés r y de la tasa libre de riesgo, como se indica. En el equilibrio de mercado la oferta de préstamos debe ser igual a la demanda, por lo cual igualando (30) y (33), reordenando y teniendo en cuenta la definición de s se tiene:

(34) $$M\,L^D(r,r_o) + d + r_o u = r.$$

Por otro lado, en el mercado interbancario la suma de todas las demandas de reservas (que pueden ser negativas, lo que indicaría una oferta) debe ser igual a cero. Por consiguiente, igualando R a cero en (31), teniendo en cuenta la definición de s y despejando la tasa libre de riesgo, se tiene

(35) $$\{u'M^{-1}(r\text{-}d) - \theta(D+K)\}/(u'M^{-1}u) = r_0.$$

Obsérvese que (34) y (35) conjuntamente indican que (r, r_0) es un punto fijo de la transformación definida por los lados izquierdos de las dos expresiones. No se entrará aquí en la cuestión de las condiciones suficientes para la existencia y unicidad de ese punto fijo ni en la cuestión de la dinámica que llevaría él (o ellos). A los fines de este trabajo, lo importante es mostrar que las tasas de interés de equilibrio provienen de la solución conjunta de estas dos expresiones.

Se verá ahora el modelo análogo al CAPM que surge en el contexto bancario. A diferencia del modelo CAPM para activos mercadeables, en el contexto bancario no se trata de un modelo de precios de equilibrio de los activos sino de las tasas de interés de equilibrio de los préstamos.

Sumando las expresiones (2') para todos los bancos y recordando que ahora la ausencia de subíndice indica la suma sobre b así como el hecho de que (33) debe ser igual a la suma de todas las ofertas de préstamos se tiene:

(36) $$\mu = K' + L^D(r,r_0)'s$$

Análogamente, la varianza de la cartera agregada de equilibrio es:

(37) $$\sigma^2 = L^D(r,r_0)'M\, L^D(r,r_0).$$

Por otro lado, (34) equivale a

(38) $$\theta M\, L^D(r,r_0) = s$$

por lo cual premultiplicando por L^D, teniendo en cuenta (3) y (37) y despejando el coeficiente de aversión al riesgo del mercado se tiene:

(39) $$\theta = (\mu - K')/\sigma^2.$$

Reemplazando esta expresión en (34) se tiene la expresión para el CAPM bancario:

$$(40) \qquad r - d - r_0 u = (\mu - K')\beta$$

donde se ha definido el vector de los beta:

$$(41) \qquad \beta \equiv ML^D(r,r_0)/\sigma^2.$$

Obsérvese que los elementos de este vector son

$$(42) \qquad \beta_i \equiv M_i L^D(r,r_0)/\sigma^2 = \Sigma_j \, \sigma_{ij} L_j^D(r,r_0)/\sigma^2$$

Al multiplicar la i-ésima fila de la matriz M por el vector de préstamos agregados de equilibrio se tiene la covarianza del préstamo i con la cartera de préstamos del mercado. Esa covarianza, dividida por la varianza de la cartera de préstamos del mercado, es la medida adecuada de la cantidad de riesgo que importa el préstamo i tomado individualmente y sólo así puede compararse con el riesgo de una cartera diversificada. Cuando un préstamo tiene un β_i superior (inferior) a la unidad, tiene un riesgo por encima (por debajo) de la cartera de mercado (la cual tiene un beta igual a la unidad como se comprueba premultiplicando el lado derecho de (41) por $L^D(r,r_0)$).

Tanto cuando no había regulaciones de capital (sección 2) como cuando las había (sección 3) (con la adecuada elección del vector de ponderadores de riesgo) se vio que la cartera de préstamos que elige cada banco es tal que premultiplicada por la matriz M el vector resultante es proporcional al vector s de márgenes netos. Cuando se dijo que el vector de ponderaciones w debía ser proporcional a s, por lo visto en la presente sección se estaba también diciendo implícitamente que debía ser proporcional al vector β (como indica (40)). Esta es una conclusión fundamental para el tópico de cual debe ser el requisito de capital óptimo. Los ponderadores de riesgo deben ser proporcionales a los beta de los respectivos préstamos y, por consiguiente, a la prima de riesgo que exige el mercado sobre la tasa interbancaria. De tal manera la regulación estará cumpliendo el objetivo de limitar el riesgo de los bancos menos aversos al riesgo sin introducir distorsiones a través de la regulación.

Pero podría argumentarse que en el desarrollo que se hizo en esta sección se supuso que los bancos no estaban limitados por regulaciones en su decisión. Por ello, en la próxima sección se demuestra que aún tomando en cuenta que algunos (o todos los) bancos pueden estar efectivamente limitados, si los ponderadores de riesgo son los óptimos sigue teniendo validez el desarrollo de esta sección si bien el vector de préstamos agregados será menor (pero proporcional) al que corresponde al caso sin regulación siempre que algún banco se vea limitado en su accionar. Además, el vector de tasas de interés no será el mismo que en el caso sin regulación.

5. Equilibrio de mercado y CAPM bancario cuando hay regulaciones

Supóngase ahora que N de los n bancos no están restringidos por la regulación mientras que los restantes n-N sí lo están. Entonces las ofertas de préstamos y de reservas son:

(43) $$L_b = (1/\theta_b)M^{-1}s, \qquad b=1,\dots,N$$

(44) $$L_b = [K/(\gamma kb)]M^{-1}s, \qquad b=N+1,\dots,n.$$

(45) $$R_b = D_b + K_b - (1/\theta_b)uM^{-1}s, \qquad b=1,\dots,N$$

(46) $$R_b = D_b + K_b - [K/(\gamma kb)]uM^{-1}s \qquad b=N+1,\dots,n.$$

Por consiguiente, sumando sobre los n bancos se tiene

(47) $$L = (1/\xi)M^{-1}s$$

(48) $$R = D + K - (1/\xi)uM^{-1}s,$$

donde se ha definido

(49) $$1/\xi \equiv 1/\theta_N + (n-N)K/(\gamma km^2)$$

y ahora $1/\theta_N$ es la suma de los $1/\theta_b$ sobre los N bancos no restringidos.

Por consiguiente, igualando la oferta agregada de préstamos (47) a la demanda e igualando a cero la demanda agregada de reservas (48) se tiene ahora las condiciones de equilibrio de mercado:

(50) $$\xi M\, L^{D}(r,r_0) + d + r_0 u = r.$$

(51) $$[u' M^{-1}(r-d) - \xi(D+K)]/(u' M^{-1} u) = r_0.$$

Nuevamente, (50) y (51) conjuntamente indican que (r, r_0) es un punto fijo de la transformación definida por los lados izquierdos de las dos expresiones.
Los pasos para demostrar el CAPM bancario cuando hay bancos limitados por el requisito de capital son exactamente iguales que los de la sección anterior. Sólo debe reemplazarse θ por ξ por doquier, llegándose a exactamente la misma expresión (40). Debe advertirse, sin embargo, que ni las tasas de interés ni el vector de préstamos agregados son iguales a los obtenidos en la sección precedente debido a los efectos de la regulación en el equilibrio del mercado de préstamos.

6. El caso del banco con responsabilidad limitada

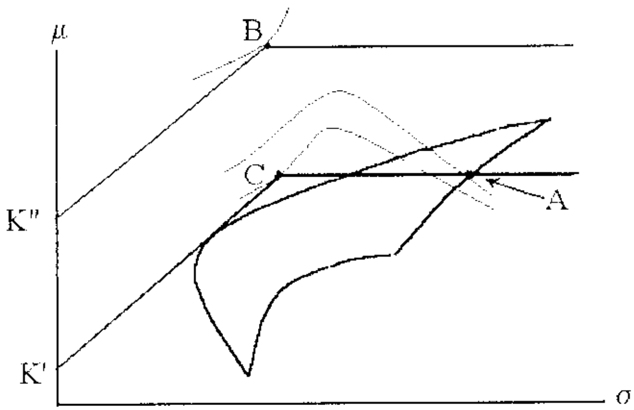
Cuando hay responsabilidad limitada al banco no le interesa los estados "de la naturaleza" en que sobreviene su propia quiebra, excepto en la medida que se suponga que tiene ciertos costos asociados a la quiebra. Fundamentalmente, si su patrimonio termina siendo negativo no será el banco el que sufra las consecuencias. Por eso, cuando maximiza la utilidad esperada, sólo toma en cuenta los estados en que su patrimonio neto termina siendo no negativo, $K_1^{\sim} \geq 0$. Normalizando la variable $K_1^{\sim}$, esto equivale a sólo tomar los valores de $y^{\sim} = (K_1^{\sim} - \mu)/\sigma$ mayores que $-\mu/\sigma$. Por ello, el banco tiene ahora la siguiente utilidad esperada (Rochet (1992)):

(52) $$E(u(K_1^{\sim})) = \int_{-\mu/\sigma}^{\infty} u(\mu + \sigma y)\phi(y)dy \equiv U(\mu,\sigma),$$

Está claro que nuevamente la utilidad esperada depende exclusivamente de los dos parámetros μ y σ. Sin embargo, ahora la U ya no es necesariamente decreciente con σ ni es necesariamente cóncava.
Rochet (1992) demuestra que si μ (y, por consiguiente, K) es suficientemente bajo, para σ suficientemente elevada el banco se vuelve amante del riesgo, por lo cual U crece con σ. O sea, se tiene un problema de "riesgo moral" derivado de la protección que la responsabilidad limitada le otorga al banco. Esto es problemático pues puede invalidar las virtudes de la regulación de capital a

través de ponderadores de riesgo que se detalló en las secciones precedentes. Esto se puede ver en el Gráfico 4, donde se ve que con el capital que corresponde a K' el banco prefiere el punto A al punto C. En el punto A, el banco cumple con la restricción de capital que, bajo responsabilidad ilimitada, lo llevaría a preferir el punto C. Pero debido a su responsabilidad limitada el banco elige una combinación de activos que si bien cumple la regulación, lo hace optando por una cartera de préstamos que incluye más préstamos muy riesgosos y menos préstamos poco riesgosos. De tal forma, satisface su apetencia por el riesgo e invalida el intento del Banco Central de limitarle el riesgo. Rochet sugiere que la solución desde el punto de vista regulatorio

Gráfico 4



puede ser imponer adicionalmente un nivel de capital mínimo absoluto. En el gráfico el banco debería incrementar su capital de manera tal que se desplazara hacia arriba el conjunto factible hacia el terreno en el cual sus preferencias son localmente aversas al riesgo, o sea, el punto B.

7. Conclusiones

Se ha visto que la novedosa regulación prudencial sobre riesgo crediticio que existe en Argentina, incorporando un Indicador de Riesgo Crediticio que vincula la ponderación de riesgo crediticio de un préstamo con la tasa de interés, tiene gran sentido económico, particularmente si se modifica para tomar en cuenta en lugar de la tasa de interés el margen entre la misma, neteada del costo esperado por incobrabilidad, y la tasa interbancaria. La razonabilidad de este criterio radica en que bajo condiciones competitivas ese margen es la prima de riesgo que el mercado exige por encima de la cartera de préstamos del mercado. Además, ese margen es proporcional al "beta" del préstamo, o sea, a su covarianza con la cartera de préstamos del mercado. El hecho de que la gran mayoría de los bancos sean de responsabilidad limitada complica el panorama pues puede llevarlos a tener actitudes amantes del riesgo si sus niveles de capitalización son muy reducidos aun si cumplen el requisito de capital definido en función de los ponderadores de riesgo. Por ello, es aconsejable tener adicionalmente un nivel mínimo absoluto de capital que evite estar dentro del terreno en que es más probable que surja la propensión por el riesgo.

REFERENCIAS

JEAN-CHARLES ROCHET, "Capital requirements and the behaviour of commercial banks", European Economic Review 36 (1992) 1137-1178. North-Holland.

DAESIK KIM Y ANTHONY M SANTOMERO, "Risk in Banking and Capital Regulation", The Journal of Finance, Vol. XLIII, No. 5, December 1988.

MICHAEL KOEHN Y ANTHONY M. SANTOMERO, "Regulation of Bank Capital and Portfolio Risk", The Journal of Finance, Vol. XXXV, No. 5, December 1980.

ROGER D. BLAIR Y ARGNOLD A. HEGGESTAD, "Bank Portfolio Regulation and the Probability of Bank Failure", Journal of Money, Credit, and Banking, vol. 10, No. 1 (February 1978).

XAVIER FREIXAS Y JEAN-CHARLES ROCHET, Microeconomics of Banking, The MIT Press, 1997.

GERARD GENNOTTE AND DAVID PYLE, "Capital controls and bank risk", Journal of Banking and Finance 15 (1991) 805-824, North-Holland.

ROBERT C. MERTON, "An analytic derivation of the efficient portfolio frontier", Journal of Financial and Quantitative Analysis, (1972), 1851-1871.

ROBERT C. MERTON, "An intertemporal capital asset pricing model", Econometrica, Vol. 41, No. 5 (September, 1973).

MICHAEL C. KEELEY. FREDERICK T. FURLONG, "A reexamination of mean-variance analysis of bank capital regulation", Journal of Banking and Finance 14 (1990) 69-84, North-Holland.

FREDERICK T. FURLONG Y MICHAEL C. KEELEY, "Capital regulation and bank risk-taking: a note". Journal of Banking and finance 13 (1989) 883-891, North-Holland.