

UN MODELO DE ELECCION BAJO INCERTIDUMBRE

ROLF R. MANTEL*

Resumen

Se hace un esfuerzo para sentar las bases para una teoría de la decisión en un mundo dinámico, en el cual el futuro es incierto. Se analiza el comportamiento del individuo que desconoce tanto sus oportunidades como sus preferencias en el futuro. Se considera el problema de selección como un problema de decisiones secuenciales, componentes de una estrategia de comportamiento en el sentido de Kuhn. De esta manera es posible obtener un modelo dinámico de comportamiento que generaliza el modelo estático de Savage en sus "Foundations of Statistics". Finalmente se incluyen algunas de las ideas de Simon sobre niveles de aspiración. La descripción formal del modelo se basa en la clasificación de los estados de la naturaleza en eventos relevantes de un momento dado. Esto resulta en una partición del conjunto de oportunidades en acciones posibles en ese momento; la consecuencia es una demostración de cierta preferencia por posponer las decisiones, preferencia que para Koopmans forma parte de cualquier conjunto razonable de axiomas sobre el comportamiento en el tiempo.

El propósito de este trabajo es presentar un modelo del proceso de decisión bajo incertidumbre. Nuestra meta consistirá en considerar el modelo de elección desarrollado por Savage (1954) a la luz del comportamiento individual en temas de decisión, a fin de descubrir la relevancia de este proceso para un modelo normativo de comportamiento bajo incertidumbre.

En esencia, Savage enuncia una lista de postulados que implican, entre otras cosas, que un individuo que actúe de acuerdo con ellos se comportará como si tuviera una función de utilidad definida sobre el conjunto de consecuencias, y una medida de probabilidad personal (subjetiva) definida sobre el conjunto de estados de la naturaleza. Dicho individuo adoptará entonces, de entre los actos que tiene disponibles, el que le ofrece el valor esperado más alto para su utilidad.

* Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET). Universidad Católica Argentina (UCA) y Universidad de Buenos Aires (UBA).

El modelo mencionado es un modelo estático. Considera el proceso de elección como un problema de una vez para siempre, en el que el individuo debe elegir su mejor acto --o estrategia-- para toda su existencia. Koopmans (1950, 1953, 1962) ha resaltado esta característica indeseable de la mayor parte de los modelos de elección, y propuso introducir un supuesto de preferencia a posponer las decisiones, reconociendo así la incertidumbre del individuo por sus propias preferencias futuras. Esto es lo que Strotz (1955-56) ha denominado el efecto "mañana".

La especie de "racionalidad" implícita en los modelos usuales ha sido objeto de un ataque desde otra dirección por Simon (1955, 1956), quien arguye que las teorías de elección "racional" demandan demasiado de la capacidad de cómputo del agente decisor medio. No es posible evaluar con precisión cada consecuencia, computando el valor esperado de la utilidad asignando probabilidades (grados de creencia) definidas para cualquier estado de la naturaleza concebible, aplicando al mismo tiempo el cálculo de probabilidades. Simon propone la hipótesis de que en la práctica la meta de "maximizar" es reemplazada por la de "satisfacer" --es decir, hallar un curso de acción que es "suficientemente bueno" en vez del "mejor" posible--. Por lo tanto el comportamiento tiende a ser adaptativo en vez de optimizante.

Una vez presentados nuestros ingredientes principales, la incertidumbre sobre los estados de la naturaleza, sobre las preferencias futuras, y la capacidad de cómputo limitada, trataremos de integrarlos en un modelo del proceso de elección.

En el mundo real, un agente decisor muy rara vez --quizás nunca-- es confrontado con un problema de decisión de una-vez-para-siempre. Nadie define una estrategia completa para todas sus acciones futuras en algún momento de su vida. El problema de elección debe ser considerado como un problema de decisión secuencial, decisiones menores son tomadas una tras la otra, posiblemente en el espíritu de la programación dinámica de Bellman. De tal manera se reduce el esfuerzo computacional, ya que sólo un reducido número de alternativas debe ser estudiado en un momento determinado. En vez de considerar la vida como un juego de estrategia en su forma "normal", es más natural mirarla como un juego en su forma "extensiva". En vez de considerar las decisiones como una estrategia pura o mixta en un juego en forma normalizada, debe vérselas como componentes de una estrategia de "comportamiento" (Kuhn, 1953). Si retenemos el supuesto de que los agentes decisores tienen una memoria perfecta en cuanto a sus elecciones en el pasado,

podemos considerar el proceso de decisión como un juego de “recuerdo perfecto”. Como ha sido demostrado por Kuhn, una condición necesaria y suficiente para la existencia de una estrategia de comportamiento equivalente a una estrategia mixta determinada es que el juego sea de recuerdo perfecto.

El camino más simple para la construcción de un modelo dinámico de decisión es probablemente la introducción explícita del tiempo en el formalismo del modelo de Savage (1954). A pesar de que dicho autor reconoce el problema de las decisiones secuenciales, y que pueden ser necesarias nuevas decisiones a medida que los eventos se presentan (“obtain” en inglés, significando que los conjuntos en que se ha particionado el espacio muestral se van reduciendo con la adquisición de información en el tiempo), el prefiere considerar al problema de decisión como una decisión que se toma de una vez para siempre. Dicha descripción del problema está incorporada en su principio de “mirar antes de dar el salto” (“look before you leap”), en contraposición al principio de “cruzaremos el puente una vez que lleguemos a él” (We will cross that bridge when we come to it”), propio de las decisiones secuenciales.

En primer lugar debemos reconocer que las consecuencias de los actos pueden ser descritas por cierto número de sus características. Estamos interesados en la distribución temporal de dichas características. Podemos entonces clasificar los actos disponibles al agente decisor --es decir los actos en su conjunto de oportunidades P -- en conjuntos de actos que muestran consecuencias con idénticas características hasta el instante t , cualquiera sea el estado de la naturaleza. Estos conjuntos de actos recibirán el nombre de *acciones en t* , y se designarán con A_t .

El espacio muestral será particionado en eventos *relevantes en t* . Un evento relevante en t , designado con E_t , es el conjunto de todos los estados de la naturaleza para los que los actos en el conjunto de oportunidades P del individuo muestran consecuencias con características idénticas hasta el instante t .

Finalmente, *las oportunidades en i* son los conjuntos P_i de todos los actos correspondientes a alguna acción en $t-1$, una vez que algún evento en $t-1$ se ha presentado.

A continuación se dará una definición formal de los conceptos presentados en forma intuitiva en los párrafos anteriores.

- Las consecuencias son elementos f de un conjunto F , considerados como una secuencia ordenada de características temporales, es decir, $f = (f_1, f_2, \dots)$.
- Los estados de la naturaleza son elementos s del espacio muestral S .
- Los actos son funciones \underline{f} de S en F .
- El conjunto de oportunidades P es un subconjunto de \underline{F} , el conjunto de todos los actos.
- Las acciones en t , A_t , particionan a P de manera tal que todos los actos en A_t tienen sus primeras características $\underline{f}_1, \underline{f}_2, \underline{f}_3, \dots, \underline{f}_t$ en común.
- Los eventos relevantes en t , E_t , particionan a S en conjuntos tales que existe g en F con la propiedad de que $f_1(s) = g_1, f_2(s) = g_2, \dots, f_t(s) = g_t$ para todo s en E_t y todo \underline{f} en P .
- Los conjuntos de oportunidades en t , P_t , particionan a cada A_{t-1} en conjuntos tales que existe g en F con la propiedad de que $f_1(s) = g_1, f_2(s) = g_2, \dots, f_{t-1}(s) = g_{t-1}$ para todo acto \underline{f} en P_t y todo s en E_{t-1} .

Las definiciones de acciones y oportunidades, aplicadas recursivamente comenzando por algún período $t=1$ para el que $P_1=P$ produce el gradual refinamiento de las oportunidades y acciones disponibles para el agente decisor en un momento determinado.

El ordenamiento definido sobre los actos en F inducirá un ordenamiento entre conjuntos de actos, y en particular entre acciones en t . Para tal fin, definimos a un conjunto de actos como no preferido a otro, si el mejor acto del primero no es preferido al mejor acto del segundo.

Formalmente:

- $A \not\geq B$ si, y solo si existe un acto \underline{f} en A tal que para todo acto g en B , se tiene $\underline{f} \geq g$.

Como consecuencia inmediata de nuestras definiciones, tenemos que si $A_t \cup A'_t$ es una acción en t , $A_t \cup A'_t \geq A_t$. Esta última relación es uno de los postulados propuestos por Koopmans (1962) con el fin de tener en cuenta el deseo de postergar las decisiones. En nuestro caso dicha relación se obtiene simplemente de la mera existencia de un ordenamiento regular (completo y transitivo).

¹ El símbolo \geq debe entenderse como preferido en forma no estricta.

El siguiente resultado formaliza dicha preferencia por la postergación de decisiones.

Teorema: El agente decisor nunca preferirá comprometer su decisión antes de tiempo.

Demostración: Como las A_{t+1} representan una partición de P y por lo tanto cubren a P , habrá un A_{t+1} , que contiene el acto óptimo. Por el otro lado, A_{t+1} es un subconjunto de algún A_t . Como A_t contiene a A_{t+1} y ambas son factibles, el agente decisor nunca preferirá a A_{t+1} , acción que corresponde a un compromiso que recién es necesario tomar más tarde en el momento t .

Q.E.D.

Nótese que en práctica es muy posible que A_t sea estrictamente preferido a A_{t+1} , y en tal caso es seguro que la decisión óptima consiste en adoptar dicha acción, dejando para el futuro el refinar la misma a la acción posterior A_{t+1} .

Ha sido señalado ya que la vida es un juego de estrategia con recuerdo perfecto. En consecuencia, el uso de estrategias puras o mixtas es estratégicamente equivalente a la utilización de estrategias de comportamiento. En otras palabras, el agente decisor puede restringir su elección a sólo unas pocas acciones, en vez de un gran número de actos, sin incurrir en costo alguno desde el punto de vista del nivel de satisfacción alcanzado al final. Dicha equivalencia puede ser mostrada con el siguiente ejemplo. Si el agente decisor sabe que si mañana llueve puede decidir concurrir al teatro, mientras que si brilla el sol puede decidir dar un paseo al aire libre, entonces existe para él la posibilidad de comprometerse a concurrir al teatro si llueve e ir de paseo si sale el sol.

Formalmente, si A_{t+1} y A'_{t+1} son acciones contenidas en P_{t+1} y P'_{t+1} , respectivamente y además son subconjuntos de la acción en t A_t ; si f y f' son actos en A_{t+1} respectivamente; si E_t y E'_t son eventos relevantes en t que definen a P_{t+1} y P'_{t+1} ; y si $f'(s) = f(s)$ para s en E_t y además $f'(s') = f(s')$ para s' en E'_t , entonces f' está en A_t .

Bajo este supuesto, a fin de poder evaluar la utilidad esperada de una acción determinada, el individuo sólo necesita conocer la utilidad de las mejores acciones disponibles en el período siguiente para los distintos eventos que se presenten, y las probabilidades subjetivas asignadas a dichos eventos.

Esta afirmación puede comprobarse de la siguiente cadena de igualdades.

$$\begin{aligned}
 U(A_t) &= \max \{ U(f) : f \in A_t \} \\
 &= \max \{ \sum_{s \in S} p(s) U(f(s)) : f \in A_t \} \\
 &= \max \{ \sum_{E_t \in S} p(E_t) \sum_{s \in E_t} p(s/E_t) U(f(s)) : f \in A_t \} \\
 &= \sum_{E_t \in S} p(E_t) \max \{ \sum_{s \in E_t} p(s/E_t) U(f(s)) : f \in P_{t+1}(E_t) \} \\
 &= \sum_{E_t \in S} p(E_t) \max \{ U(A_{t+1}) : A_{t+1} \subset P_{t+1}(E_t) \}
 \end{aligned}$$

En este punto podemos introducir las ideas de Simon: en el instante t , el agente decisor en general no calculará con precisión la utilidad de las acciones en el instante $t+1$, sino las reemplazará por alguna estimación de las mismas. Por supuesto que en tal caso no se elegirá la acción óptima, pero si las estimaciones son precisas la elección no será demasiado mala. El mismo procedimiento podría seguirse en el caso de incertidumbre sobre las preferencias futuras. Forzando un poco la propuesta de Koopmans, podemos imaginar al individuo maximizando no el valor esperado de una función de utilidad, sino de un promedio de funciones de utilidad, ponderadas de acuerdo con los grados subjetivos de creencia atribuidos a cada desarrollo futuro posible de sus gustos. Este procedimiento podría denominarse la “maximización” del valor esperado de la utilidad esperada”; aunque la distinción parece ser un poco académica, permitiría la introducción de bienes nuevos en el futuro. Mas importante aún puede ser el efecto de la dispersión de los gustos futuros: cuanto mayor sea la incertidumbre sobre las preferencias futuras, mas probable es que el individuo trate de postergar sus decisiones para algún período posterior.

Por supuesto, el agente decisor aprenderá de su experiencia. Si existe al menos un indicio de persistencia en sus patrones de preferencia, y si el mundo en que vive —es decir el “verdadero” estado de la naturaleza— muestra algunas características regulares, puede descubrir dichas regularidades por medio de métodos de prueba y error. Reduciendo los cálculos necesarios para alcanzar el máximo de utilidad esperada utilizando algunas estimaciones indicadas por la experiencia, será capaz de realizar buenas elecciones sin necesitar toda una vida para decidir. Puede también reducir el número de alternativas consideradas fijando un “nivel de aspiración”, y seleccionando la mejor de sólo unas pocas acciones que satisfacen sus aspiraciones. Podrá luego bajar su nivel de aspiración o elevarlo de acuerdo con la dificultad relativa de encontrar alternativas suficientemente buenas. A la larga es muy probable que

de esta manera llegue a alcanzar un nivel de satisfacción elevado. Es cierto que no llegará a alcanzar las mejores decisiones concebibles, pero seguramente le irá mucho mejor que si actuara completamente al azar.

REFERENCIAS

KOOPMANS, T.C., Utility analysis of decisions affecting future well-being, *Econometrica*, 18 (1950) 174-175

-----, La notion d'utilite dans le cas de decisions concernant le bien-etre futur, *Cahiers du Seminaire d'Econometrie*, ed. Rene Roy , 1953

-----, On flexibility of future preference, *Cowles Foundation Discussion Paper N° 150*, 1962.

KUHN, H.W., Extensive Games and the problem of information, en *Contributions to the Theory of Games*, vol II, ed. H.W. Kuhn y A.W. Tucker, Princeton, 1953.

SAVAGE, L.J., *The foundations of statistics*, Nueva York, 1954

SIMON, H.A., *Models of man*, Nueva York, 1957:

 Capitulo 14, *A behavioral model of rational choice*, 1955.

 Capitulo 15, *Rational choice and the structure of the environment*, 1956.

STROTZ, R.H., Myopia and inconsistency in dynamic utility maximization, , *Review of Economic Studies*, 23 (1955-56) 165-180.