

PLANES OPTIMOS CON PREFERENCIAS DESCONOCIDAS

ROLF R. MANTEL*

Resumen e Introducción

Recientemente Rustem y Velupillai (1985) han vuelto a investigar el "método de las entrevistas" originalmente propuesto por Ragnar Frisch y descripta por Johansen (1974) para la cooperación entre el planificador - abreviatura que se utilizará para designar a el o los responsables de la política económica- y el economista -o responsable del modelo económico- para la determinación de un conjunto de medidas de política económica óptimo.

Van Eijk y Sandee (1959) ya habían propuesto diseñar planes económicos óptimos utilizando una función de bienestar, que determinaron a partir de las preferencias expresadas por los responsables de la política económica.

En este trabajo se evalúan críticamente los procedimientos utilizados por los autores mencionados y por el presente (1971) proporcionándose una alternativa que se considera que preserva mejor las preferencias de la comunidad en una democracia representativa.

Se ilustra la explicación con gráficos para el caso de dos metas de política económica.

1. Consideraciones generales sobre planificación

Para determinar una política económica óptima se requieren tres elementos fundamentales.

En primer lugar es necesaria una descripción del sistema económico para el que se desea determinar los niveles de los instrumentos de política económica. Dicha descripción podrá estar más o menos formalizada. De todas maneras se denominará modelo al conocimiento que el planificador tiene, o cree tener, de los efectos de los instrumentos de política económica -es decir los

* CEMA y CONICET.

niveles de las variables bajo control del planificador - sobre las metas - o sea los niveles de aquellas variables que se consideran importantes desde el punto de vista del bienestar social. Sin un conocimiento del sistema a planificar no tiene sentido hablar de plan.

En segundo lugar es necesaria una relación de bienestar social que permita evaluar las metas, que para los fines del presente trabajo siempre se supondrán representables por medio de una función de utilidad o bienestar social, ya que las dificultades que puedan surgir de no cumplirse este supuesto son de cierta manera secundarias para nuestros propósitos. Sin un procedimiento para ponderar las metas no tiene sentido hablar de óptimo.

En tercer lugar es necesario conocer los límites dentro de los que pueden cambiar las variables sin que pierdan validez tanto el modelo como las preferencias sociales.

La ilustración de los métodos mencionados se basará, en este trabajo, en el modelo de metas fijas de Tinbergen (1952, 1956).

Tinbergen clasifica las variables económicas en instrumentos, metas u objetivos, datos del problema, e irrelevantes. Para la notación utilizaremos z para el vector de instrumentos e y para el de variables endógenas que son metas de política económica. Se supondrá que el modelo ya se ha simplificado eliminando las variables irrelevantes, y que los datos se hallan incorporados a la estructura del sistema bajo la forma de constantes que aparecen en la misma. Se tiene así una matriz de coeficientes A que multiplica los objetivos o metas y del lado izquierdo de las ecuaciones estructurales, término que será igual al producto de cierta matriz B por los instrumentos z más cierta constante c que dependerá de los datos de la economía, de manera que se cumple la relación

$$A y = B z + c$$

Este es, en forma sintética y expresado en términos lineales el modelo de Tinbergen. La linealidad expresa el supuesto que las relaciones son relativamente estables, con respuestas constantes al menos para pequeñas variaciones en las variables, y que se está considerando una aproximación al modelo económico desde el punto de vista que se analiza.

Condición suficiente para que el modelo tenga solución en términos de los niveles necesarios de los instrumentos para cualquier combinación de metas y datos es que las matrices A y B sean regulares, lo que a su vez implica que

ambas serán cuadradas, de tantas filas como columnas, y por lo tanto cada meta tendrá su instrumento.

Los niveles de los instrumentos, desde el punto de vista del sistema económico, son exógenos al igual que los datos. A fin de resolver el sistema dado para ciertos niveles en dichas variables exógenas, debe premultiplicarse por la inversa de la matriz A, obteniéndose así el sistema reducido

$$y = A^{-1} B z + A^{-1} c .$$

donde quedan explicitados los niveles de las metas. Si por el contrario se desea resolver un problema de política económica, el procedimiento es el inverso. Deben fijarse los niveles de las metas, y en base a ellas y los datos se calculan los niveles de los instrumentos requeridos para alcanzarlas. En otras palabras, es necesario despejar el vector z, de modo que

$$z = B^{-1} A y - B^{-1} c .$$

Las operaciones necesarias para las soluciones son muy elementales en términos del álgebra matricial; se trata de resolver simples sistemas de ecuaciones lineales. El procedimiento de metas fijas de Tinbergen consiste en fijar las metas en cierto nivel, y los valores de los instrumentos que permiten alcanzar esas metas puede calcularse, bajo ciertas condiciones, resumidas en los términos usuales aunque poco precisos de que el número de instrumentos y de metas deben coincidir. Con mayor exactitud, el rango de la matriz de multiplicadores de política $A^{-1}B$ debe igualar al número de instrumentos. En términos no matemáticos, se exige que el sistema tenga solución para cualquier lista de metas posible.

Tinbergen se refiere además a ciertas condiciones de contorno, de ciertas desigualdades que deben cumplir las variables del sistema. No es suficiente que se cumplan las relaciones del modelo si las metas están fijadas en niveles extremos, o que exijan valores extremos para los instrumentos.

Con estos datos pueden completarse los detalles del modelo con vectores cuyas coordenadas representen las cotas mínima y máxima de las variables, con el entendimiento que algunas de éstas pueden no ser relevantes bajo ciertas circunstancias. Formalmente se tiene el sistema de inecuaciones.

$$\begin{aligned} y_{\min} &\leq y \leq y_{\max} \\ z_{\min} &\leq z \leq z_{\max} \end{aligned}$$

El modelo de metas flexibles de Theil (1961) se originó en la observación de este autor que la simple fijación de metas podía ser insuficiente en casos como el presente, en que tenemos cotas sobre las variables. El procedimiento seguido hasta entonces era el de resolver el modelo, verificar si se cumplían las condiciones de contorno, y en caso de no ser así modificar algunas de las metas menos prioritarias para comenzar de nuevo. Theil propuso utilizar una función que refleje el ordenamiento de combinaciones de metas -la función de bienestar- para hallar la solución de manera más sistemática por medio de un proceso de maximización. Por ello, este proceso lleva el nombre de método de metas flexibles; los niveles de las metas no son datos, deben ser determinados junto con las demás variables del sistema. No sólo deben satisfacer las relaciones del modelo, sino que también deben ajustarse a las preferencias sociales.

2. El método de Van Eijk y Sandee

Inspirados en las sugerencias de Ragnar Frisch, Van Eijk y Sandee propusieron obtener la función de bienestar por medio de "entrevistas imaginarias a los responsables de la política". El método de estos autores permite obtener una representación de las preferencias sociales que es lineal por tramos, de modo que las superficies de nivel se hallan compuestas de facetas.

Según dichos autores, la Oficina Central de Planificación de los Países Bajos utilizaba un esquema relativamente sencillo, basado en el modelo estático de política económica de Tinbergen. Se especificaban las metas y por medio de, un modelo se seleccionaban los valores necesarios para los instrumentos para alcanzar dichas metas.

El modelo de uso corriente por la Junta de Planificación Holandesa a mediados de la década de 1950 constaba de seis metas y seis instrumentos. Como caso práctico tomaron los datos del año 1956, y observaron la solución determinada por el Gobierno. Holanda pasaba por una situación de aumentos de salarios y de precios, junto con algunos otros inconvenientes, razones por las cuales se había decidido modificar los niveles de algunos de los instrumentos. Los autores mencionados utilizaron el modelo de Tinbergen para verificar si la solución analítica coincidía con la solución práctica a la que habían arribado las autoridades.

El problema radica en la determinación de la función de bienestar social a utilizar. En principio, se pueden inferir las preferencias de los responsables de la política económica presentándoles diversas alternativas e inquiriendo sobre su ordenamiento. Frisch proponía que se inquiriera cuáles son las tasas de sustitución entre las metas. Sin embargo, en el caso bajo análisis, esto era difícil de hacer porque el número de agentes intervinientes era grande, incluyendo funcionarios, empresarios, dirigentes sindicales, etc. y el tiempo y los recursos disponibles para el estudio eran escasos.

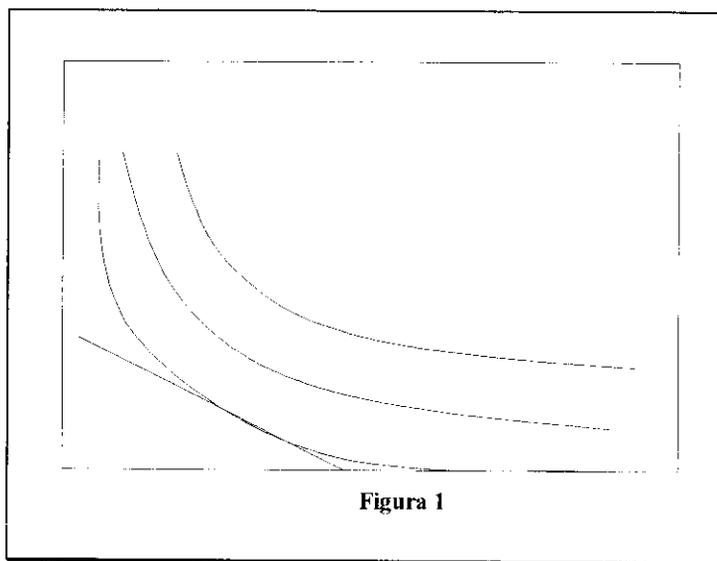
La función de bienestar de los Países Bajos debe representar las preferencias de los integrantes de un Comité que incluye a miembros del gabinete, representantes electos, líderes de grupos de presión, funcionarios y técnicos. El Comité se halla asesorado por un Consejo Económico y Social, compuesto por representantes de organizaciones sindicales y empresariales, y expertos independientes.

Por lo antedicho, los autores decidieron seguir un camino alternativo, que consiste en estimar las tasas de sustitución entre instrumentos por el que ellos denominan el "método de las entrevistas imaginarias". Este método consiste en estimar cuál habría sido el resultado de las entrevistas que se habrían efectuado a los agentes intervinientes por medios indirectos sin efectivizar consulta alguna. Para ello analizaron las actas de las deliberaciones de los responsables de la política económica y de los argumentos esgrimidos durante las discusiones infirieron cuál podría haber sido la tasa de sustitución correspondiente. Por ejemplo, surgió de las actas que ciertos grupos deseaban aumentar los salarios a cambio de cierta concesión en el nivel de empleo o de alguna otra meta, mientras que otros elegían una cifra diferente. Estos datos numéricos fueron promediados teniendo en cuenta factores de ponderación para el poder relativo de los grupos, a fin de obtener la tasa de sustitución entre metas buscada, dados ciertos niveles de dichas metas.

También lograron por el método mencionado límites entre los que dichas tasas de sustitución eran válidas. Nótese que estos límites o cotas difieren de los límites de origen técnico mencionados con anterioridad que no dependen de quiénes son los individuos que toman las decisiones, es decir no dependen de las preferencias de los planificadores, sino están determinados por las condiciones del mercado, los gustos de los consumidores y el comportamiento de los empresarios. En cambio estos nuevos límites dependen

exclusivamente de las preferencias, indicando dentro de que entorno de un conjunto dado de metas es válida cierta tasa de sustitución. La razón de la existencia de tales límites es que al modificarse los niveles de las metas, es razonable esperar que se modificaran las tasas de sustitución. Por ejemplo, uno esperaría que a medida que cae el empleo, será mayor el aumento de salarios que induzca a los planificadores a sacrificar una misma cantidad de empleo.

La situación puede observarse claramente en las figuras que acompañan a este trabajo. En la figura 1, como de costumbre, se han dibujado las curvas de nivel de una función de bienestar con una pendiente que se modifica de manera suave al recorrerla. Al hacer referencia a una tasa marginal de sustitución se está dando la pendiente de una tangente a dicha curva en un punto determinado. Si los ejes de la figura representan los niveles de dos metas cualesquiera, puntos sobre distintas curvas indicarán un orden de preferencia, mientras que la tangente permitirá, con cierto grado de aproximación, inferir el mismo ordenamiento. El método de las encuestas consiste en fijar un punto y preguntar cuál es la tasa de sustitución, es decir, la pendiente en dicho punto.



En un entorno del punto bajo estudio es posible aproximar la curva de indiferencia por medio de un segmento, con pendiente dada por la tangente, es

decir, la tasa marginal de sustitución. Al considerar otra alternativa, es decir otro punto en el gráfico, una nueva pregunta proporcionará una nueva tasa de sustitución y con ella un nuevo segmento aproximado, y así sucesivamente. El paso siguiente es considerar otra curva de indiferencia, para también aproximarla por medio de segmentos. En principio, si hacemos suficientes preguntas podemos obtener todas las pendientes en todos los puntos del plano, que luego será posible integrar a fin de obtener las curvas de indiferencia, siempre que se cumplan las condiciones de integrabilidad.

3. El método de Rustem y Velupillai

También inspirados en las sugerencias de Frisch, Rustem y Velupillai proponen el siguiente algoritmo para la interacción entre el planificador y el econometrista.

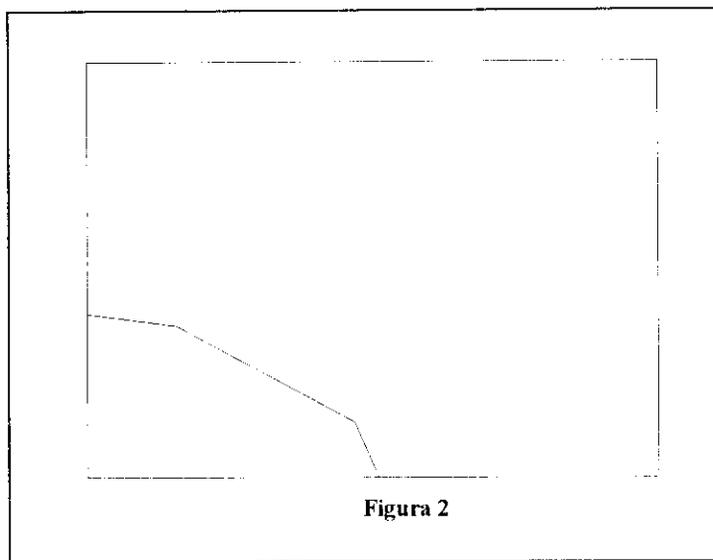
- Paso 0. Comenzar con un vector de metas deseadas y^d que no es factible, y una forma cuadrática Q definida positiva, inicialmente arbitraria pero que será modificada por el proceso de planificación.
- Paso 1. Determinar el plan factible y_c más cercano al deseado y^d de acuerdo con la distancia inducida por la forma cuadrática definida positiva Q .
- Paso 2. Inquirir al planificador sobre una alternativa y_p que sea preferida a y_c pero que no se encuentre en la misma dirección que y^d .
- Paso 3. Proyectar la dirección preferida sobre la frontera del conjunto definido por las restricciones dadas por el modelo.
- Paso 4. Ajustar la forma cuadrática Q para que proporcione mayor ponderación a la proyección de la nueva dirección preferida determinada en el paso anterior.
- Paso 5. Recomenzar el ciclo con el paso 1, reemplazando la forma cuadrática Q anterior por la determinada en el paso 4.

Como puede apreciarse, este método supone la existencia de un punto de "felicidad absoluta" y^d al que el planificador desearía llegar de ser posible. Esta característica poco realista, junto con la complejidad del proceso interactivo aquí apenas esbozado, incentiva a buscar otro procedimiento.

4. Crítica al procedimiento utilizado por van Eijk y Sandee

En la práctica no tiene mayor sentido hacer las preguntas para cada combinación posible de niveles de las metas; generalmente se harán preguntas que corresponden a puntos que se encuentren en un entorno de una región determinada de interés en ese momento. No tiene mayor sentido inquirir sobre cuáles son las preferencias del gobierno para situaciones que se encuentren completamente fuera del alcance del país.

En un modelo sencillo definido por desigualdades lineales, el conjunto de metas posibles de la economía estará delimitado por un polígono como el de la figura 2, en el ejemplo con dos metas.



Es mejor calcular un plan eficiente y varias alternativas; dejar que el planificador elija la mejor, recalcular luego las alternativas, etc.

A los técnicos encargados de la formulación del plan, les interesan las preferencias del planificador en un entorno de la frontera, enfrentando al entrevistado con alternativas factibles -es decir, dentro de las posibilidades de combinaciones de metas del país- y al mismo tiempo eficientes -es decir, sobre la frontera-. Van Eijk y Sandee trataron de determinar la tasa de sustitución en

varios puntos como en la figura 3, donde por simplicidad se ha supuesto que las regiones de validez de cada tasa marginal de sustitución es rectangular.

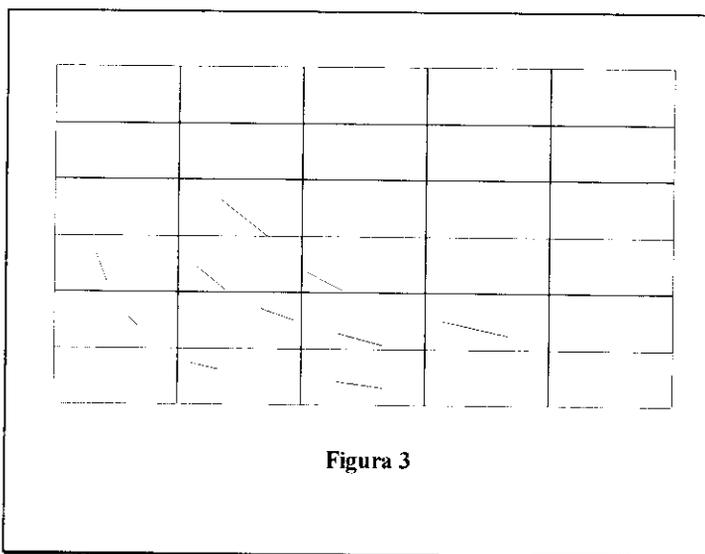


Figura 3

Fuera de cada rectángulo la tasa marginal de sustitución correspondiente ya no es válida. Estas consideraciones proporcionan ciertos límites, que ya no son de orden tecnológico, sino que dependen de las preferencias sociales. Volviendo al gráfico, la idea consiste en dividirlo en regiones, preferentemente rectangulares. Dentro de cada una de las regiones, la tasa marginal de sustitución será constante, variando de una región a la siguiente.

Es de hacer notar que una variante del método de van Eijk y Sandee fue aplicada en nuestro país en un proyecto piloto llevado a cabo por el autor, contratado por la Secretaría del Consejo Nacional de Desarrollo (1971). Dicha variante tomaba en cuenta la crítica aquí expuesta; en vez de tratar de obtener las tasas marginales de sustitución entre las preferencias sociales en cada región del espacio de las metas, se partió de un plan factible eficiente determinado por la maximización del salario real. Desde allí se esperaba que los responsables de la política económica -los integrantes del Consejo Nacional de Desarrollo- expresaran sus tasas marginales de sustitución para una nueva maximización en

un entorno de la alternativa previa, y así llegar al óptimo por sucesivas iteraciones. Como es usual en nuestro país, modificaciones en la estructura ministerial interrumpieron las tareas, y la metodología cayó en el olvido.

5. Preservación de las preferencias sociales en una democracia

El objeto de esta sección es presentar un procedimiento más eficaz para la interacción planificador- econometrista que los descriptos anteriormente y demostrar su convergencia al óptimo.

La función de utilidad que representa las preferencias sociales en los análisis de van Eijk y Sandee y del autor adopta una forma muy especial. La tasa marginal de sustitución entre metas en cada región rectangular -que se designará con R^i -está dada por determinados coeficientes. Equivalentemente, la función de bienestar $b(\cdot)$ puede ser descripta por cierto vector, digamos d^i . Si y es el vector de niveles de las metas, con coordenadas y_j , la derivada de la función con respecto a la meta y_j será un coeficiente d_j^i constante, determinado por las tasas de sustitución entre metas -dicha tasa debe ser igual a la razón entre las dos derivadas correspondientes. En otros términos, conocidas las tasas de sustitución, si se fija el valor de una de las derivadas es posible calcular el de las demás por ser todas proporcionales a las tasas de sustitución.

El valor de la función de bienestar en el i -ésimo rectángulo, cuando las metas son nulas, se designa con a_i . Esto significa que si la lista de niveles de las metas dadas por el vector y está en el rectángulo R^i el nivel alcanzado por la función de bienestar o utilidad social es

$$b(y) = d^i \cdot y + a_i$$

En los casos en que las preferencias originales tengan la curvatura usual -convexas hacia el origen- esto se puede escribir (ver Mantel, 1969), después de un ajuste apropiado del origen y escala para cada rectángulo, como

$$b(y) = \min_i \{ d^i \cdot y + a_i \}$$

El problema se reduce entonces a maximizar la función cóncava $b(y)$ sujeta a las restricciones del modelo. Como se trata de una función de bienestar lineal por tramos -formada por segmentos de recta o de plano en dos o más dimensiones- dicho problema puede volcarse a la forma usual en programación lineal. Si bien la función objetivo no es lineal, existe un problema equivalente

que sí es lineal; basta con maximizar el bienestar b sujeto a las restricciones del modelo y la condición $b \leq b(y)$, que en el caso presente puede reescribirse como un sistema de desigualdades

$$b \cdot e \leq D y + a$$

donde e representa un vector con todas sus coordenadas iguales a la unidad, la matriz D contiene las derivadas determinadas anteriormente en base a las tasas de sustitución entre metas, y el vector que tiene como coordenadas las constantes a_i , es decir, los niveles de bienestar asociados con las regiones correspondientes. Este artificio convierte el problema en uno de maximización de una función lineal sujeta a restricciones lineales, es decir, uno de programación lineal. Las últimas restricciones agregadas son las impuestas por los gustos o preferencias sociales, y por lo tanto se distinguen de las anteriores impuestas por los recursos, la tecnología y el comportamiento de los agentes del sector privado.

Van Eijk y Sandee, gracias al supuesto de conocimiento global de las preferencias sociales, resolvieron el problema de programación lineal por medio del método multiplex de Frisch. En la Secretaría del Consejo Nacional de Desarrollo se siguió la tendencia moderna de utilizar el método simplex originado en los trabajos de Kantorovich, Koopmans y Dantzig, que como método general de solución de problemas de programación lineal es el más eficiente que se conoce en la actualidad. No se hizo en este caso un análisis de convergencia del procedimiento.

El algoritmo que se describe a continuación, claramente basado en la metodología esbozada en la Secretaría del Consejo Nacional de Desarrollo, es convergente.

- Paso 0. Determinar un plan factible eficiente, en base a una pseudo – función de bienestar social provista por el responsable del modelo dado su conocimiento de las preferencias del planificador. Esto lleva a un vértice del conjunto de alternativas posibles.
- Paso 1. Utilizar el método simplex para determinar las alternativas vecinas, también eficientes. Se trata de otros vértices, técnicamente descritos como aquellos que pueden ser calculados a partir del plan base determinado en el paso 0 con la ayuda de una única iteración (paso pivotal) del método simplex.

- Paso 2. Confrontar al responsable de la política económica con el plan base y con otras alternativas parecidas, obtenidas con pequeños desplazamientos del plan base en dirección a los vértices calculados en el paso 1, a fin de que exprese su eventual conformidad. Si el plan base es la mejor de las alternativas, la demostración usual de terminación del método simplex garantiza que se ha hallado el óptimo. En caso contrario se debe continuar con el paso siguiente.
- Paso 3. Ajustar el plan de base en una de las direcciones preferidas por el planificador. Si el vértice correspondiente es preferido al plan de base, tomarlo como nueva base. En caso contrario, probar con ajustes sucesivamente menores en un porcentaje fijo hasta hallar un punto preferido al plan de base. De todas maneras reanudar el ciclo con el paso 1, reemplazando el plan de base con el plan determinado en este paso.

REFERENCIAS

JOHANSEN, L.(1974): "Establishing Preference Functions for Macroeconomic Decision Models: Some observations on Ragnar Frisch's contributions", *European Economic Review* 5. 41-66.

KORNAI, J.(1975): "Mathematical Programming of Structural Decisions". Amsterdam, North Holland.

MANTEL, R. (1969): "On the Representation of Preferences by Concave Utility Functions". Buenos Aires, Instituto Di Tella.TI 66.

MANTEL, R.(1976): "Modelo de Corto Plazo". Publicación de la Secretaría Nacional del Consejo Nacional de Desarrollo.

MANTEL, R.(1978): "La utilización de modelos formales para la planificación económica". Cuadernos de la Facultad de Ciencias Sociales y Económicas de la Universidad Católica Argentina, nro.3, 15-30.

RUSTEM, B. y K.VELUPILLAI (1985): "Constructing objective functions for macroeconomic decision models: A formalization of Ragnar Frisch's approach". Trabajo presentado ante el V Congreso Mundial de la Econometric Society, Boston.

THEIL, H.(1961): "Economic Forecasts and Policy". Amsterdam, North Holland.

TINBERGEN, J..(1952): "On the Theory of Economic Policy". Amsterdam, North Holland.

TINBERGEN, J..(1956): "Economic Policy: Principles and Design". Amsterdam, North Holland.

VAN EIJK, C.J. y J.SANDEE (1959): "Quantitative Determination of an Optimum Economic Policy", *Econometrica* 27, 1-13.