

# LA EFICIENCIA MARGINAL DEL CAPITAL Y LA TEORIA DE LA FIRMA \*

ALFREDO JUAN CANAVESE \*\* Y ERNESTO GABA \*\*\*

## I

La presentación habitual de las decisiones de inversión de la firma, utilizando el concepto de eficiencia marginal del capital, se realiza en términos de la igualación del costo de reposición del bien de capital por adquirir y la corriente descontada de beneficios previstos que ese bien reeditaré durante su vida útil<sup>1</sup>. La ecuación que de tal igualación se obtiene, se resuelve para la tasa de descuento. De la comparación de ese valor así hallado, llamado eficiencia marginal del capital, con la tasa de interés de mercado surge la decisión adecuada, indicándose, como regla, que la compra de una unidad de bien de capital será conveniente siempre que la eficiencia marginal del capital resulte mayor que la tasa de interés, indiferente si ambas son iguales e inconveniente en el caso restante. El propósito de este trabajo, es demostrar, bajo ciertos supuestos, que las condiciones de equilibrio que se deducen para la demanda de insumos realizada por una firma cuyo objetivo es la maximización del valor presente de sus beneficios (condiciones neoclásicas), aseguran que ella demandará una cantidad de insumo capital tal que su eficiencia marginal sea igual a la tasa de interés de mercado, pero que la recíproca no necesariamente es cierta.

Es necesario advertir que aquí no se discute ningún aspecto relacionado con el uso de la eficiencia marginal del capital como

\* Los autores han realizado este trabajo en el Instituto de Investigaciones Económicas de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires y desean agradecer a sus investigadores y a los miembros del Seminario sobre Análisis Económico Superior a cargo del Director de ese Instituto, Dr. Julio H. G. OLIVERA, sus comentarios y sugerencias. Las observaciones del Dr. Juan C. DE PABLO a una versión anterior de este trabajo resultaron útiles a los autores.

\*\* Instituto de Investigaciones Económicas de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires.

\*\*\* Banco Central de la República Argentina - Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. Escuela de Economía de la Universidad del Salvador.

<sup>1</sup> Véase, KEYNES, J. M.: *The General Theory of Employment, Interest and Money* (Londres, Macmillan, 1967), cap. 11.

criterio de inversión adecuado ya que no se consideran problemas de racionamiento del insumo capital ni situaciones de elección entre proyectos de inversión mutuamente excluyentes. Tampoco se analiza al concepto eficiencia marginal del capital con referencia a las "oportunidades de mercado" abiertas a la firma ya que sólo se consideran las "oportunidades de producción"<sup>2</sup>.

## II

En el análisis que sigue se adoptan los siguientes supuestos: la firma por considerar produce un único bien, X, en cantidades  $x(t)$ , que vende a un precio  $p(t)$  en cada punto  $t$  del tiempo; el bien X se obtiene utilizando capital, K, y trabajo, L, según una función producción neoclásica con la restricción adicional de que sus isocuantas no corten los ejes coordenados; el capital y el trabajo son insumos homogéneos y perfectamente divisibles; la firma demanda capital y trabajo en condiciones de competencia perfecta, a precios  $p_k^o$  y  $p_l^o$  dados y en el mercado de fondos prestables puede

prestar y tomar prestado, sin limitaciones, a una tasa de interés  $i^o$  dada. Para simplificar el tratamiento matemático del caso<sup>3</sup> se agregan tres nuevos supuestos: el horizonte de la firma es infinito así como la duración del insumo capital; la firma comienza sus operaciones a partir del punto  $t = 0$  demandando la totalidad del insumo capital en ese momento y las expectativas de la firma son tales que:

$$\begin{aligned} p(t) &= p(0) = \bar{p} \\ p_l^o(t) &= p_l^o(0) = \bar{p}^l \\ p_k^o(t) &= p_k^o(0) = \bar{p}^k \\ i^o(t) &= i^o(0) = \bar{i}^o \end{aligned} \tag{1}$$

<sup>2</sup> Véase, HIRSHLEIFER, J.: "On the Theory of Optimal Investment Decision", *Journal of Political Economy*, Agosto 1958.

<sup>3</sup> TREADWAY, A. B.: "On Rational Entrepreneurial Behaviour and the Demand for Investment", *The Review of Economic Studies*, Abril 1969, presenta un problema similar en algunos aspectos, que no comprende esta simplificación.

Tratando a todos los insumos como variables independientes, la firma maximiza el valor presente de sus beneficios con el fin de obtener sus demandas óptimas de servicios del capital y del trabajo,

$$B = \int_0^{\infty} \left\{ R \left[ f(K, L) \right] - \bar{p}_i^{\circ} L \right\} e^{-\bar{i}^{\circ} t} dt = \bar{p}_k^{\circ} K \quad (2)$$

donde  $R[f(K, L)]$  denota el ingreso total y  $f(K, L)$  es la función producción.<sup>4</sup>

Las condiciones (1) implican que la firma no tiene expectativas de cambio en el precio relativo de los insumos  $K$  y  $L$  ni en el precio del bien  $X$ , por lo que la combinación óptima de insumos para el punto  $t = 0$  lo será también para todo  $t > 0$  ya que tampoco se prevén cambios en la forma de la función producción en el tiempo. Entonces (2) se puede escribir

$$B = \frac{1}{\bar{i}^{\circ}} \left\{ R \left[ f(K, L) \right] - \bar{p}_i^{\circ} L \right\} - \bar{p}_k^{\circ} K \quad (3)$$

En un máximo regular

$$dB = \left\{ \frac{1}{\bar{i}^{\circ}} R_x f_k - \bar{p}_k^{\circ} \right\} dK + \frac{1}{\bar{i}^{\circ}} \left\{ R_x f_l - \bar{p}_l^{\circ} \right\} dL = 0 \quad (4)$$

para todo  $dK, dL$  y

$$d^2 B < 0 \quad (5)$$

en un entorno del punto de equilibrio; de donde surgen las condiciones necesarias y suficientes

$$\bar{p}_l^{\circ} = R_x f_l \quad (6)$$

$$\bar{p}_k^{\circ} = \frac{1}{\bar{i}^{\circ}} R_x f_k \quad (7)$$

y que

$$H = \left( \frac{1}{\bar{i}^{\circ}} \right)^2 \left[ R_{xx} f_i f_j + R_{xij} \right] \quad i, j = K, L \quad (8)$$

<sup>4</sup> Debe notarse que los servicios del capital, y no el acervo de capital, constituyen un insumo para el proceso productivo. Implícitamente el acervo de capital está multiplicado por un factor que representa la tasa de servicio por unidad de tiempo. En la función  $f(K, L)$ , ese factor se ha normalizado a la unidad.

sean los coeficientes de una forma cuadrática definida negativa<sup>5</sup>.

Las ecuaciones (6) y (7) son las condiciones neoclásicas que determinan las cantidades óptimas de capital y servicios del trabajo por demandar. La primera indica que el precio del trabajo debe ser igual al valor de su productividad marginal en términos del ingreso marginal. Se advierte que (6) es la misma condición que se obtiene en el análisis estático habitual ya que la demanda por los servicios del trabajo se lleva a cabo en cada punto del tiempo, en tanto que (7) difiere de la condición estática, apareciendo el factor de descuento en el denominador del segundo miembro, pues el insumo capital se demanda, en su totalidad, en el momento inicial y para un período infinito.

Con los elementos presentados se demostrarán tres proposiciones<sup>6</sup>.

Proposición I — Si la firma demanda los insumos capital y trabajo en cantidades óptimas según las condiciones neoclásicas, entonces la eficiencia marginal del capital demandado es igual a la tasa de interés de mercado.

Siendo óptimas las demandas de K y L se cumple (4) que puede escribirse

$$\frac{1}{\bar{i}^0} (R_x f_k dK + R_x f_l dL - \bar{p}_1^0 dL) = \bar{p}_k^0 dK \quad (9)$$

Esta expresión debe cumplirse para todo dK y dL.

El costo de reposición de dK es  $\bar{p}_k^0 dK$  y el aumento de ingreso provocado por el uso de dK junto a las cantidades de L necesarias para su utilización es  $dR = R_x f_k dK + R_x f_l dL$ . El costo de operación de dK es el costo del L afectado a su manejo,  $\bar{p}_1^0 dL$ .

La eficiencia marginal de dK, r, resulta entonces de resolver

<sup>5</sup> Nótese que, siendo  $\left(\frac{1}{\bar{i}^0}\right)^2$  necesariamente positivo, las condiciones suficientes son las mismas que se requieren en el caso de un análisis estático.

<sup>6</sup> Toda vez que se haga referencia a *la firma* deberá entenderse que ella posee las características internas descritas y que se desenvuelve en mercados que presentan las condiciones ya señaladas.

$$\frac{1}{r} (R_x f_k dK + R_x f_l dL - \bar{p}_l^0 dL) = \bar{p}_k^0 dK \quad (10)$$

para la incógnita  $r$ .

Restando (10) de (9) resulta claramente que  $r = \bar{i}^0$ .

Proposición II — Si la firma demanda insumo capital e insumo trabajo, o alguno de ellos, en cantidades menores (mayores) que las óptimas según las condiciones neoclásicas, entonces la eficiencia marginal del capital demandado es mayor (menor) que la tasa de interés de mercado.

Sólo se demostrarán los casos en que la firma demanda uno de los insumos en cantidades menores que las óptimas ya que la demostración en los casos restantes es análoga. Si la firma demanda  $K$  en una cantidad menor que la óptima, la ecuación (7) se convierte en la inecuación

$$\bar{p}_k^0 < \frac{1}{\bar{i}^0} R_x f_k \quad (11)$$

mientras que, por hipótesis, (6) se mantiene. Según (6) y (11), (4) puede escribirse

$$dB = c > 0 \quad (12)$$

ó

$$\frac{1}{\bar{i}^0} R_x f_k dK = c + \bar{p}_k^0 dK \quad (13)$$

La eficiencia marginal de  $dK$  puede hallarse despejando  $r$  en

$$\frac{1}{r} R_x f_k dK = \bar{p}_k^0 dK \quad (14)$$

Restando (14) de (13) resulta

$$R_x f_k dK \left( \frac{1}{\bar{i}^0} - \frac{1}{r} \right) = c > 0 \quad (15)$$

En (15)  $R_x f_k dK$  es positivo en el rango de operación racional<sup>7</sup>, por lo que

<sup>7</sup> Se entiende por rango de operación racional, aquél para el cual la cantidad producida y los insumos utilizados son tales que el ingreso marginal y las productividades marginales de esos insumos son positivas.

$\left(\frac{1}{\bar{p}_i^0} - \frac{1}{r}\right)$  debe ser necesariamente positivo. Resulta entonces que

$$r > \bar{p}_i^0$$

Si la firma demanda L en una cantidad menor que la óptima, la ecuación (6) se convierte en la inecuación

$$\bar{p}_i^0 < R_x f_l \quad (16)$$

mientras que, por hipótesis, (7) se mantiene. Según (7) y (16), (4) puede escribirse

$$dB = c' > 0 \quad (17)$$

ó

$$\frac{1}{\bar{p}_i^0} (R_x f_l dL - \bar{p}_i^0 dL) = c' \quad (18)$$

La eficiencia marginal de dK puede hallarse despejando r en

$$\frac{1}{r} (R_x f_k dK + R_x f_l dL - \bar{p}_i^0 dL) = \bar{p}_k^0 dK \quad (19)$$

Restando (19) de (18) resulta

$$\left(\frac{1}{\bar{p}_i^0} - \frac{1}{r}\right) (R_x f_l - \bar{p}_i^0) dL - \frac{1}{r} R_x f_k dK + \bar{p}_k^0 dK = c' \quad (20)$$

Reemplazando el precio del insumo capital por el valor descontado de su productividad marginal

$$\left(\frac{1}{\bar{p}_i^0} - \frac{1}{r}\right) (R_x f_l - \bar{p}_i^0) dL + \left(\frac{1}{\bar{p}_i^0} - \frac{1}{r}\right) R_x f_k dK = c' > 0 \quad (21)$$

En (21)  $(R_x f_l - \bar{p}_i^0) dL$  es positivo según (16) y  $R_x f_k dK$  es positivo en el rango de operación racional por lo que  $\left(\frac{1}{\bar{p}_i^0} - \frac{1}{r}\right)$  debe ser

necesariamente positivo. Resulta entonces que  $r > \bar{p}_i^0$ .

Proposición III — Si la firma demanda los insumos capital y trabajo en cantidades tales que la eficiencia marginal del capital es igual a la tasa de interés de mercado, no necesariamente de-

manda cantidades óptimas de esos insumos ya que podría demandar uno en exceso y otro en defecto según las condiciones neoclásicas.

Despejando  $r$  en

$$\frac{1}{r} (R_x f_k dK + R_x f_l dL - \bar{p}_l dL) = \bar{p}_k dK \quad (22)$$

se obtiene la eficiencia marginal del capital para valores determinados de  $dK$  y  $dL$ , si esos valores son tales que  $r = \bar{i}$ , (22) puede escribirse

$$\left( \frac{1}{\bar{i}} R_x f_k - \bar{p}_k \right) dK + \frac{1}{\bar{i}} (R_x f_l - \bar{p}_l) dL = 0 \quad (23)$$

Si bien (23) es similar a (4), que junto a (5) genera (6), (7) y (8) que garantizan que la firma se encuentra operando en un punto tal que confiere un máximo regular a la función valor actual de los beneficios, hay una diferencia substancial entre ambas expresiones. La expresión (4) vale para cualquier conjunto de valores de  $dK$  y  $dL$  mientras que de (23) sólo se requiere que se cumpla para un par de valores dados de  $dK$  y  $dL$ . Resulta claro entonces que (23) no necesariamente genera (6) y (7) pues se satisface no sólo para valores nulos de  $\left( \frac{1}{\bar{i}} R_x f_k - \bar{p}_k \right)$  y  $(R_x f_l - \bar{p}_l)$  sino que es cierta también para determinados valores de signo contrario<sup>8</sup>.

### III

La proposición I demuestra que si la firma demanda capital y trabajo en cantidades óptimas según las condiciones neoclásicas, necesariamente la eficiencia marginal del capital iguala a la tasa de interés de mercado; mientras que la proposición II demuestra que es suficiente que la firma demande al menos un insumo en cantidades mayores (menores) según las condiciones neoclásicas para que la

<sup>8</sup> Obsérvese la consistencia de las Proposiciones II y III. La primera explora la situación en que ambos insumos, o al menos uno de ellos, se demandan en exceso o en defecto mostrando que en ese caso resulta  $r \neq i$ . La segunda prueba la posibilidad de que resulte  $r = i$  en el caso en que un insumo se demanda en exceso y el restante en defecto.

eficiencia marginal del capital difiera de la tasa de interés. Ambas proposiciones también aseguran que las variaciones en las cantidades demandadas de capital son de signo inverso a las variaciones de la tasa de interés de mercado.

La proposición III indica que una demanda de capital y trabajo que haga que la eficiencia marginal del capital iguale a la tasa de interés de mercado, no asegura que ambos insumos se demanden en cantidades óptimas ya que podrían demandarse uno en exceso y otro en defecto, según las condiciones neoclásicas. Más aún, de dicha proposición surge que la firma maximiza el valor presente de sus beneficios si se cumplen al menos dos de las tres condiciones siguientes: el precio del insumo trabajo debe ser igual al valor de su productividad marginal, el precio del insumo capital debe ser igual al valor actual de su productividad marginal y la eficiencia marginal del capital debe ser igual a la tasa de interés de mercado.

### **LA EFICIENCIA MARGINAL DEL CAPITAL Y LA TEORÍA DE LA FIRMA**

#### **Resumen**

En este trabajo se presenta la demostración de tres Proposiciones que muestran que el criterio de inversión usual de la eficiencia marginal del capital debe ser calificado en su aplicación siempre que el objetivo del agente económico sea la maximización del valor presente de sus beneficios. Tal maximización se alcanza si la eficiencia marginal del capital iguala a la tasa de interés de mercado y, además, una de las siguientes dos condiciones se cumplen: a) La productividad marginal del trabajo iguala a su precio de mercado; b) El valor presente de la productividad marginal del capital iguala a su precio de mercado.

### **THE MARGINAL EFFICIENCY OF CAPITAL AND THE THEORY OF THE FIRM**

#### **Summary**

The present paper presents the demonstration of three Propositions which show that the usual marginal efficiency of capital investment criteria must be qualified in its application whenever the aim of the economic agent is to maximize the present value of his profits. Such maximization is reached if the marginal efficiency of capital equals the market rate of interest and, besides, one of the following two conditions is fulfilled: a) The marginal productivity of labour equals its market price; b) The present value of the marginal productivity of capital equals its market price.