

UNA RESEÑA SOBRE LA FRONTERA DE POSIBILIDADES DE PRODUCCION *

JUAN CARLOS DE PABLO **

Tal como se indica en el título, el objetivo del presente trabajo es presentar una reseña sobre la frontera de posibilidades de producción¹ (en adelante FPP). En una economía de 2 bienes la FPP señala la cantidad máxima de producción posible de un bien para cada cantidad del otro en base a las dotaciones de factores y tecnología disponibles.

Esta reseña es de tipo teórico en el sentido de que no interesa tanto el origen y desarrollo histórico² del concepto y sus ampliaciones sino fundamentalmente el estado actual del conocimiento sobre el tema. Por otra parte las demostraciones son gráficas y cuando el resultado proviene de una demostración analítica éste sólo se refiere. Esto se debe a que el tratamiento más sistemático —aunque analizando sólo el caso de 2 bienes y dos factores— es el de Diéguez, trabajo recientemente publicado en *Económica*³.

El trabajo se divide en dos partes fundamentales. En la primera se presenta la deducción de la curva explicitando en forma detallada los supuestos del modelo básico. En la segunda parte se remueven uno a uno cada uno de los supuestos de la primera a fin

* Una versión preliminar de este trabajo fue presentada en la VI Reunión de Centros de Investigación Económica, realizada en Rosario, en octubre de 1970. Agradezco a A. DADONE, H. L. DIEGUEZ y J. H. G. OLIVERA sus valiosos comentarios quedando como único responsable de los errores y omisiones remanentes.

** Economista Jefe, Fundación Investigaciones Económicas Latinoamericanas (FIEL); Profesor en las Universidades del Salvador y Nacional de La Plata. Las opiniones vertidas son personales.

¹ También conocida como curva de posibilidades de producción o curva de transformación y ejemplificada con el célebre “cañones o mantequilla”.

² Los interesados pueden consultar CAVES (p. 30), SAVOSNICK y CHIPMAN.

³ El trabajo de DIEGUEZ fue parcialmente inspirado en la primera versión de esta reseña. Por otra parte debo dejar constancia que no tuve acceso al trabajo de HERBERG.

de analizar la "robustez" de la FPP. El trabajo incluye un comentario sobre las "otras" fronteras que existen en la literatura económica. El trabajo no incluye un análisis de los casos de más de 2 factores productivos y la existencia de economías externas en general.

La conclusión general del estudio es que la FPP conserva la forma del modelo básico con supuestos mucho menos fuertes de los frecuentemente utilizados.

1. EL MODELO BASICO

En esta sección se discute todo lo referente a la FPP en un modelo simplificado. A tal efecto se comienza detallando los supuestos necesarios para la construcción de la frontera, se deriva ésta en forma gráfica y se discuten algunas de sus propiedades.

1.1 *Los supuestos*

Los supuestos a partir de los cuales habremos de derivar la FPP en el caso simplificado son los siguientes:

1. En la economía se pueden producir solamente 2 bienes (A y B).
2. Cada bien se produce con ayuda de 2 factores, trabajo (L) y capital (K). Estos factores, cuyas unidades son homogéneas y perfectamente divisibles, existen en cantidades dadas.
3. Las funciones de producción son "de buen comportamiento"⁴ (*well behaved*) y exhiben rendimientos constantes a escala⁵.
4. Todos los factores productivos pueden pasar de la producción de un bien a la del otro en forma instantánea y sin costo de transferencia.
5. No existen economías ni deseconomías externas.
6. Existe competencia perfecta en todos los mercados (de productos y de factores)⁶.

⁴ Esto quiere decir que la productividad marginal de cada factor es positiva pero decreciente y que la productividad marginal del trabajo (capital) tiende a cero (infinito) cuando la relación trabajo-capital tiende a infinito y que la productividad marginal del trabajo (capital) tiende a infinito (cero) cuando la relación trabajo-capital tiende a cero.

⁵ Esto implica que no hay readopción de técnicas.

⁶ De los supuestos 2, 3 y 6 se deduce que en esta economía hay pleno empleo de ambos factores.

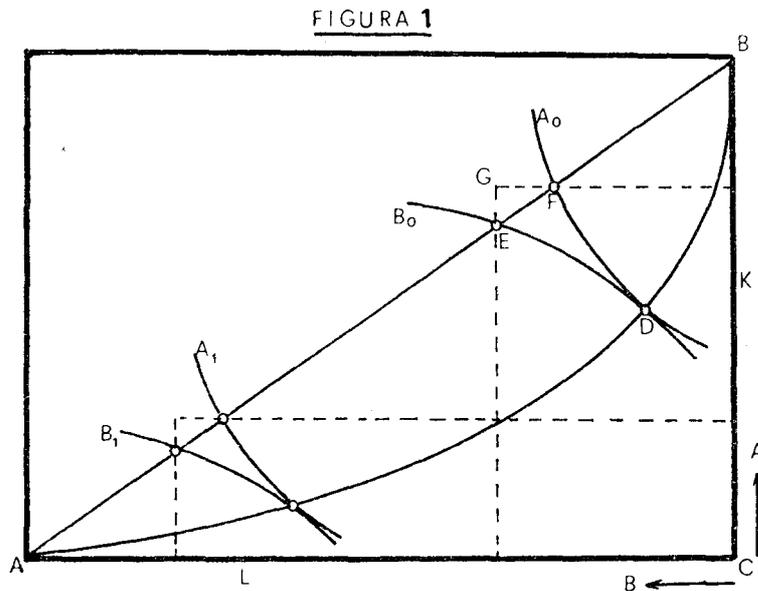
7. La elasticidad de sustitución entre factores es igual en ambos bienes, pero la intensidad en el uso de los factores es distinta. Habremos de suponer que la producción del bien A es intensiva en trabajo y la del bien B es intensiva en capital.

8. La integración vertical en la producción de cada bien es absoluta. En otras palabras, no existen insumos.

El próximo paso consiste en derivar geoméricamente la FPP en base a los supuestos detallados.

1.2. La derivación a partir de la Caja de Edgeworth⁷

Para la derivación de la FPP en base a los supuestos especificados anteriormente habremos de utilizar el método de Savosnick⁸. El caso se presenta en la figura 1.



Partimos de una caja de Edgeworth cuyas dimensiones vienen dadas por las dotaciones de factores (en términos físicos, pues los

⁷ Una derivación intuitiva puede verse en SAMUELSON (1949).

⁸ Una derivación alternativa, que también utiliza la caja de EDGEWORTH, puede encontrarse en BLACK.

precios de los factores no fueron todavía determinados). Con origen en A y B se representan, respectivamente, las funciones de producción de cada uno de los bienes. Por simplicidad se han dibujado solamente las isocuantas que corresponden a 2 niveles de producción (0 y 1). La curva ADB es la curva de contrato.

Para la derivación de la FPP habremos de hacer uso en forma especial del supuesto de rendimientos constantes a escala. Para ello habremos de medir (en el sentido de las flechas y con origen en C) los niveles de producción de los bienes sobre los ejes.

Dado el supuesto de rendimientos constantes a escala, el nivel de producción a lo largo de un rayo es proporcional a la distancia de cada punto del rayo a su respectivo origen. En este caso habremos de trabajar con un rayo en especial, la diagonal de la caja.

Tomemos un punto como el D. Si distribuimos las dotaciones existentes de factores como se indica en el punto D resulta que es posible producir *simultáneamente* A_0 de A y B_0 de B. Sobre la diagonal de la caja indicamos los valores de producción (lo que determina los puntos E y F). Esto implica que simultáneamente es posible conseguir el equivalente de EB del bien B y FA del bien A. Si reflejamos cada una de estas cantidades sobre sus respectivos ejes obtenemos el punto G. Por definición dicho punto pertenece a la FPP. Repitiendo el procedimiento infinitas veces y uniendo los puntos resultantes obtenemos la FPP, en nuestro caso la curva AGB.

1.3 Las características de la FPP

En esta sección habremos de resaltar las características fundamentales de la FPP que corresponden al modelo básico.

En primer lugar se nota que la FPP es convexa en el sentido matemático de teoría de conjunto. Dada la existencia de competencia perfecta en todos los mercados la relación marginal de transformación entre bienes (la pendiente de la FPP) es igual a la relación de precios entre bienes. La convexidad implica entonces que cuando el nivel de producción del bien A aumenta el precio relativo del bien A en términos del bien B también aumenta.

Por otra parte de la figura 1 se desprende con claridad por qué la FPP es una recta si los rendimientos a escala son constantes y simultáneamente las intensidades de factor son iguales en la pro-

ducción de los 2 bienes⁹. En este caso la curva de contrato coincide con la diagonal y por consiguiente la FPP también.

La convexidad de la FPP en el modelo básico fue probada analíticamente por Diéguez, Lancaster (1968) y Pearce. Los 2 últimos autores no restringen la prueba al caso de 2 bienes y 2 factores.

2. EXTENSIONES DEL MODELO BASICO

En la sección anterior se presentó la FPP que surge del modelo básico teniendo cuidado de detallar los supuestos en que se basa. En la presente sección se habrá de remover, uno a uno, cada uno de dichos supuestos. Nuestro interés es ver si la FPP conserva o no la convexidad del modelo básico, dado que el valor de la pendiente puede alterarse cambiando el tamaño relativo de las unidades de los bienes y los factores.

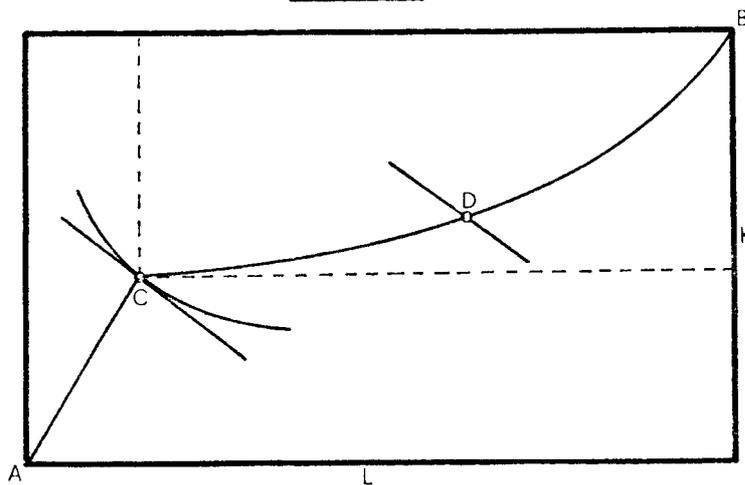
2.1 La existencia de más de 2 bienes

En el modelo básico se supuso que existían 2 bienes. En esta sección se analiza el caso de la forma de la FPP en presencia de 2 factores y 3 bienes.

El punto se desarrolla en Melvin quien utiliza la caja de Edgeworth como en el modelo básico. El caso se discute en la figura 2.

Con origen en A dibujamos la función de producción del bien

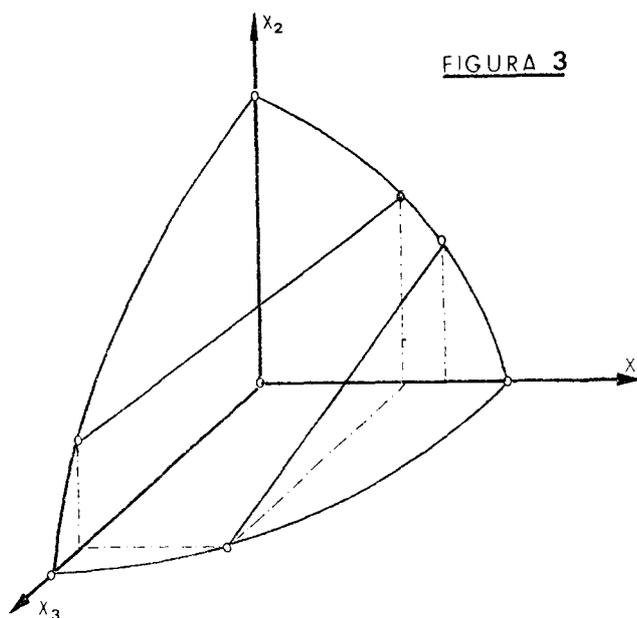
FIGURA 2



⁹ De esto no debe deducirse que igual intensidad de factor y rendimientos constantes a escala son *siempre* condiciones necesarias para que la FPP sea recta. Ver sobre esto 2.3

respectivo. Dados un cierto nivel de producción del bien A y los precios relativos de los factores determinamos las cantidades de factores que quedan para la producción de B y C (con las que construimos una "subcaja"). Dada la igualdad de precios de factores en la producción de todos los bienes buscamos los niveles de producción de B y C correspondientes (supongamos que para el nivel de precios relativos elegido estos existen). Con esto obtenemos un punto de la FPP. Repitiendo el procedimiento infinitas veces derivamos la superficie de la FPP.

Debe notarse que si a dados precios de los factores rehago los cálculos para cada nivel admisible de producción del bien A —dados los rendimientos constantes a escala— voy a obtener reducciones proporcionales en las producciones de B y de C. Por consiguiente, la forma de la FPP en este caso es la que aparece en la figura 3.

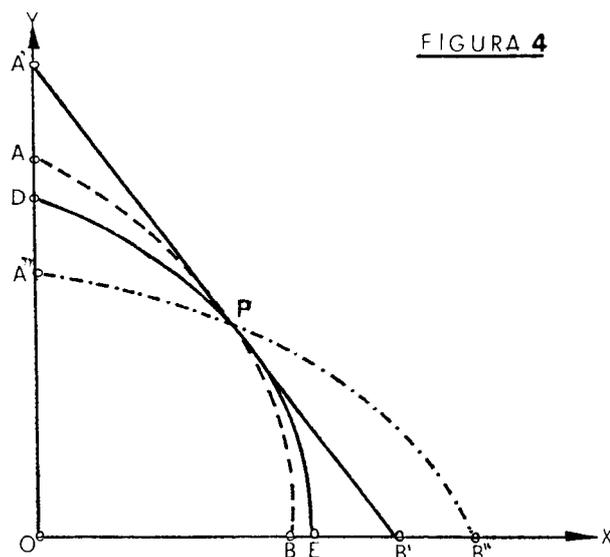


2.2 La oferta de factores en función de sus precios

En el modelo básico se supuso que las dotaciones de factores estaban inelásticamente dadas, lo cual, si bien cómodo desde el punto de vista del análisis gráfico, no parece ser la hipótesis empíricamente más relevante. En esta sección se analiza la forma de la FPP en presencia de oferta de factores que son una función de sus precios.

Es menester diferenciar el caso en discusión del que corresponde al salto de la FPP frente a un aumento *autónomo* en la dotación de un factor (a ser estudiado en 2.10). La diferencia es clara. En este último caso las dimensiones de la caja también se modifican a los mismos precios (además de que su modificación es igual para cualquier precio), mientras que en el primero se necesita una variación en el precio de los factores.

El problema de la forma de la FPP en presencia de factores en función de sus precios fue estudiada por Caves y también en un trabajo anterior (1970e). A continuación se reproduce como figura 4 la figura 3 (p. 105) del trabajo de Caves.



La curva DPE es la FPP que corresponde al caso en que la oferta de factores es completamente inelástica y los precios de los factores se ajustan a sus niveles eficientes (esto es, siempre se cumplen las igualdades de las relaciones marginales). Según Caves, A'PB' es la FPP que corresponde al caso en el cual la oferta de factores es perfectamente elástica a los precios relativos de los factores que corresponden al punto P.¹⁰

Es importante notar que estamos hablando de 2 dotaciones de factores distintas (pues antes era posible producir OD de B y ahora

¹⁰ En realidad si la oferta de los factores es perfectamente elástica, con los supuestos del modelo básico la FPP es infinita.

es posible producir OA'). Para poder comparar los dos casos deberíamos considerar, con las dotaciones con que se trazó la DPE, el caso de precios relativos de factores (y productos) fijos. Si mantenemos el supuesto de pleno empleo tal como es el que corresponde a los precios relativos (no necesariamente iguales para cada industria) de modo que la relación capital-trabajo de cada industria es igual a la diagonal de la caja, lo que obtenemos como FPP es la *recta* que une los puntos D y E.

Resulta claro (dentro del razonamiento de Caves) que si en el caso de oferta de factor infinitamente elástica, la FPP es una recta, cuando la elasticidad es finita, la mencionada curva debe ser convexa en el sentido matemático de teoría de conjunto. Nuestro comentario al caso de la recta implica que hay que volver a analizar el problema de la forma de la FPP.

En un trabajo anterior (1970d) se derivaron una propiedad y un corolario que se pueden deducir del teorema de Rybczynski. La propiedad es la siguiente: cuando las funciones de producción son de rendimientos constantes a escala, los puntos que corresponden a determinado valor de la relación marginal de transformación (RMT) en las distintas fronteras de posibilidades de producción —siendo cada una función de la cantidad de factor de dotación variable— pueden ser unidos por una recta. Por su parte el corolario es el siguiente: cuando el factor que se expande es el trabajo, la recta que une los puntos de igual RMT que corresponde a una relación tasa de salarios-tasa de interés menor está permanentemente por encima de la recta que corresponde a una mayor.

La prueba surge con claridad al tomar una caja de Edgeworth, hacer variar la dotación de uno de los factores y computar las cantidades de equilibrio de cada uno de los bienes que corresponde a dados precios de factores. El corolario surge de comparar dichos niveles con los que corresponden a otra relación de precios de factores. La propiedad y el corolario habrán de sernos útiles para el análisis de la forma de la FPP en el caso de oferta variable de factores.

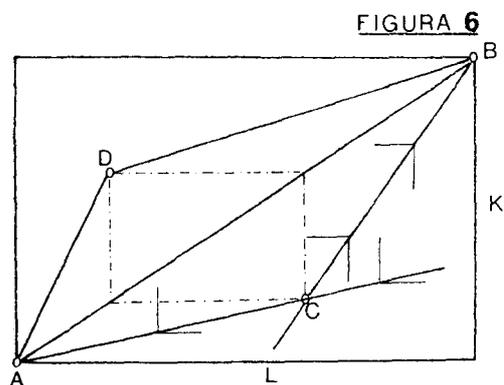
A fin de poder averiguar la forma que tiene en general la FPP en el caso que estamos tratando resulta útil partir de un caso intermedio, vale decir, suponer que la oferta de capital está inelásticamente dada y que la de trabajo es creciente¹¹ con respecto a los

¹¹ Por consiguiente dejamos de lado los problemas derivados de curvas de oferta de factor perversas.

cuando las funciones de producción son tales que la sustitución entre los factores de la producción no es posible.

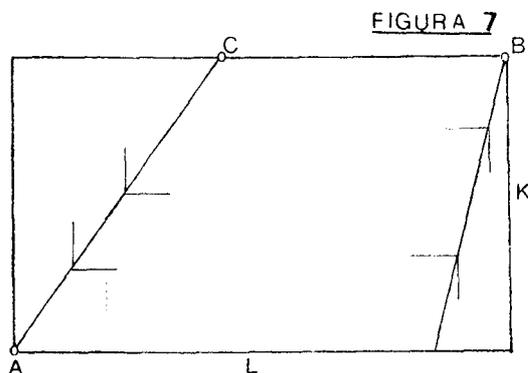
Para discutir este punto hay que distinguir dos casos. En el primero la relación entre la dotación relativa de los factores y las intensidades en el uso de los mismos es tal que hay un nivel de producción para cada uno de los bienes que emplea totalmente las dotaciones de ambos factores. En el segundo siempre hay un factor cuya dotación es "mayor que la necesaria".

El primer caso se discute con ayuda de la figura 6.



En la figura 6, C es el único punto donde ambos factores se utilizan en su totalidad. Procediendo como en el modelo básico se ve con claridad que la FPP que corresponde a este caso es la curva ADB.

El segundo caso se discute con ayuda de la figura 7.



En la figura 7 se ve que el factor trabajo es el redundante.

Es interesante notar que en este caso la FPP es una recta aunque las funciones de producción son lineales homogéneas y las intensidades de uso de los factores son *distintas!* Para esto partimos del punto C que en términos de la FPP muestra el nivel máximo de producción de A y un nivel de cero de B. Si trasladamos una cierta cantidad de capital de la producción de A a la de B, la producción de A disminuye en cierta (la misma) proporción y la producción de B aumenta. Si volvemos a trasladar la *misma* cantidad de capital la reducción en el nivel de producción en B va a ser la misma que antes y el aumento en el nivel de producción de B va a ser el mismo que antes. Por consiguiente la FPP va a ser una recta a pesar de que las intensidades en el uso de los factores difieren. ¿Cómo se explica esto? Porque no existe pleno empleo del otro factor.

De paso vale la pena tener en cuenta que en este caso el teorema de Rybczynski no es necesariamente cierto. Dicho teorema, a pesar de mantener *constant*es las relaciones capital-trabajo en cada industria, supone pleno empleo, lo cual no se da necesariamente cuando las funciones de producción son de coeficientes fijos. Si el aumento en la dotación se produce en el factor redundante el aumento en los niveles de producción es nulo. Si se produce en el otro factor el aumento en los niveles de producción es proporcional.

2.4. La inmovilidad de factores¹³

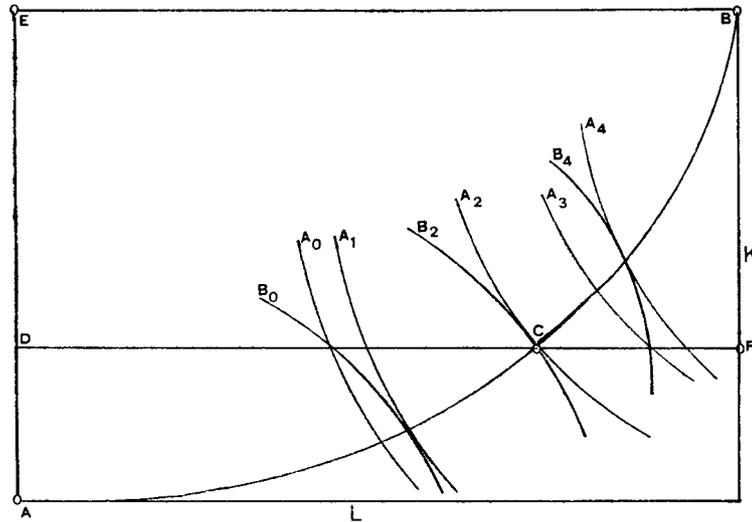
En el modelo básico se supuso que es posible transferir tanto el capital como el trabajo de la producción de un bien a la del otro en forma instantánea y sin costo. Esto que puede ser cierto en el largo plazo no lo es en el corto (ni por consiguiente en el cortísimo).

Cuando se analiza la inmovilidad de factores resulta útil diferenciar el problema de corto plazo (que podemos denominar de inmovilidad parcial, que supone que L es móvil pero que K no lo es) del problema de cortísimo plazo (el de inmovilidad total, tanto de L como de K).

El caso de inmovilidad parcial se analiza con ayuda de la figura 8.

¹³ También tratada en HABERLER y al igual que en las próximas secciones por la literatura sobre distorsiones domésticas en general.

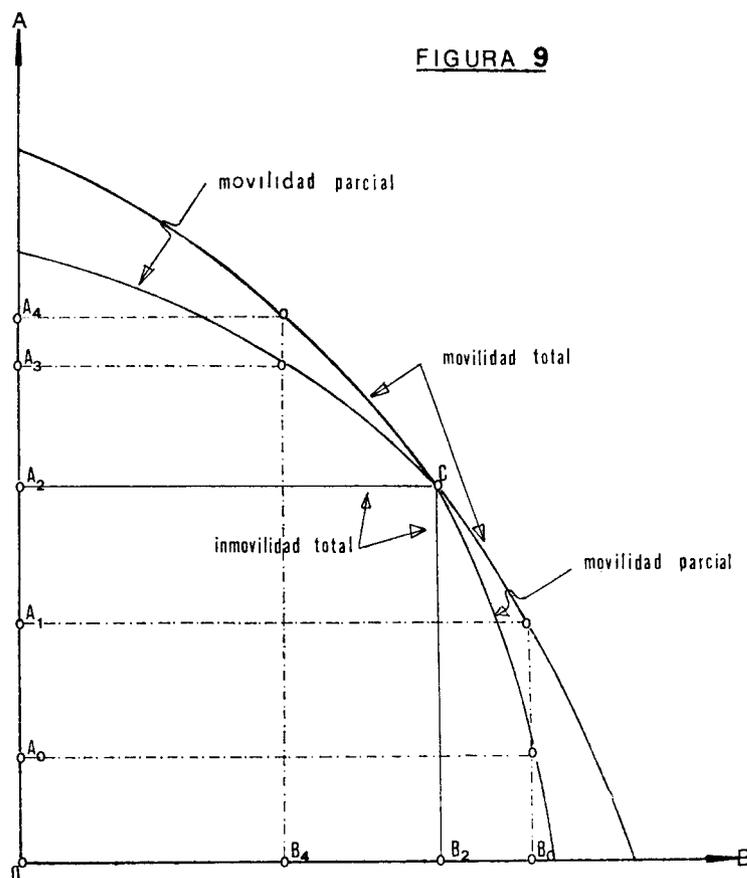
FIGURA 8



Supongamos que dada la demanda del país el punto inicial es el punto C, lo cual implica que inicialmente los niveles de producción son (A_2, B_2) . La inmovilidad del factor capital (en otras palabras, el hecho de que con cualquier distribución del factor trabajo AD de capital estará dedicado a la producción del bien A y DE a la del bien B) implica que la *nueva* curva de contrato (o curva de contrato restringida) viene dada por el segmento DCF. Cada punto de este segmento tiene un correspondiente punto sobre la *verdadera* curva de contrato (o curva de contrato no restringida) donde el nivel de producción de un bien es igual en ambos casos y el del otro es menor que sobre aquélla. Ejemplos: $(A_3, B_4) < (A_4, B_4)$; $(A_0, B_0) < (A_1, B_0)$. Resulta claro que por lo demás la FPP sigue teniendo las mismas propiedades de la del modelo básico.

En el caso de inmovilidad total ninguno de los factores de la producción se pueden transferir de la producción de un bien a la del otro. Por consiguiente la reducción en el nivel de producción de un bien no permite aumentar la del otro.

Las FPPs de los casos de movilidad total y parcial y el de inmovilidad total aparecen en la figura 9. La FPP del caso de inmovilidad total es la "curva" $A_2 CB_2$.



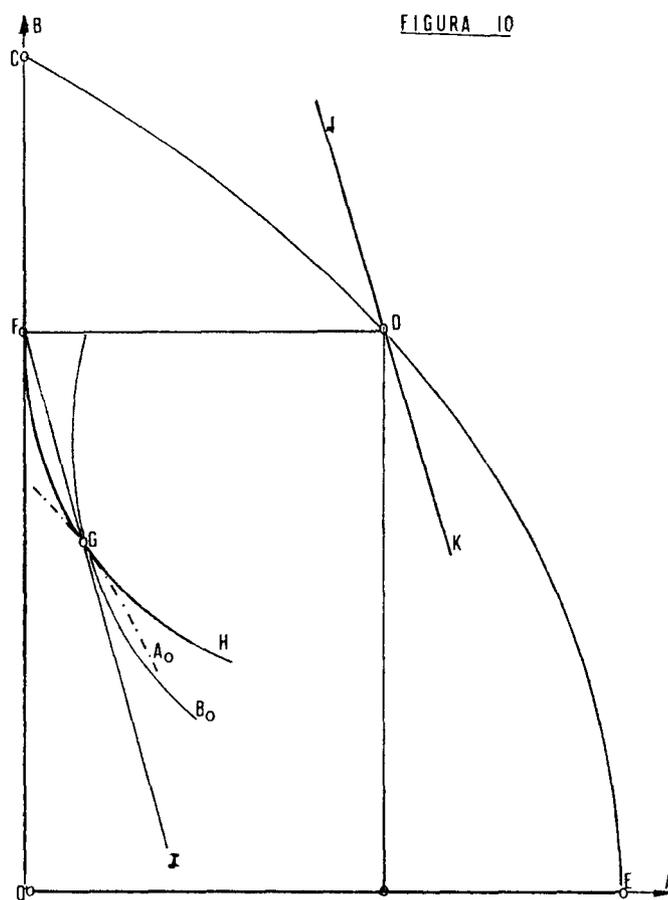
La figura 9 muestra que en ninguno de los casos la FPP pierde la convexidad del modelo básico.

2.5 La existencia de monopolio

En el modelo básico se supuso la existencia de competencia perfecta en todos los mercados (de productos y de factores). Dado que los supuestos de competencia perfecta son algo fuertes resulta útil investigar qué le sucede a la FPP en presencia de monopolios. Este es el objetivo de la presente sección.

Al analizar el problema del monopolio es fundamental precisar en qué parte(s) del modelo éste está ubicado. En este sentido resulta útil distinguir el monopolio en los mercados de productos del monopolio en los mercados de factores.

El caso del monopolio en los mercados de productos fue estudiado en un trabajo anterior (1970c)¹⁴. Debe notarse que dado que se siguen suponiendo condiciones competitivas en los mercados de factores, la relación marginal de *sustitución* entre factores sigue siendo igual a la relación de precios de factores. Sólo que ahora la relación marginal de *transformación* entre bienes no es más igual a la relación de precios de los bienes. La derivación de los precios relativos de los bienes se realiza con ayuda de la figura 10.



¹⁴ Es menester aclarar que sobre este punto existía previamente la literatura sobre distorsiones domésticas. En este sentido la contribución del trabajo citado reside en la derivación *explícita* de los precios relativos de los bienes.

Sea CDE la FPP de un país determinado. Calculemos el precio relativo de los bienes correspondientes al punto D. Supongamos que hay un solo productor del bien A, que se comporta como un monopolista, mientras que los productores de B están en competencia. Supongamos que los gustos se pueden representar por una función de preferencias (igual para A y para B) que tiene las características usuales.

Una vez realizada la producción, el productor de A aparece en el mercado con el total de producción de dicho bien y lo mismo ocurre con los productores del bien B. De modo que el punto de partida del razonamiento es el punto F. Con origen en D trazamos el mapa de indiferencia del individuo que produce el bien A y con origen en O el de los individuos que producen el bien B¹⁵. Dado que el productor del bien A es un monopolista procederá de la siguiente manera: trazará la *curva de oferta* de los productores de B que surge de maximizar el mapa de indiferencia de éstos a cada precio relativo, teniendo como restricción que el valor de la producción de A sea igual al de B. Tal curva es la curva FGH. Luego maximizará su mapa de indiferencia sujeto a dicha curva de oferta. El precio resultante es, en nuestro caso, FI. Nótese que FI (o su paralela, JK) implica un precio relativo para el bien A que es superior en función de la correspondiente relación marginal de transformación¹⁶.

El caso de monopolio en los mercados de factores es un poco más complicado. El punto fue analizado por Johnson enfocándolo como una distinta relación de precios de factores en cada una de las industrias.

Como es bien sabido, si se hace maximizar la producción a cada una de las industrias con respecto a distintos precios de (los mismos!) factores, dado un determinado nivel de producción de la otra industria, en una caja de Edgeworth los puntos de equilibrio no están sobre la curva de contrato. En otras palabras, se introduce una ineficiencia lo que implica que la FPP de este caso se halla por debajo de la correspondiente (es decir, la que corresponde a igual dotación de factores) al caso competitivo.

La pregunta interesante es si esta distorsión puede ser lo sufi-

¹⁵ En el gráfico sólo aparecen las curvas de indiferencia que corresponden a la posición de equilibrio.

¹⁶ Recuérdese que hemos desarrollado el argumento para un punto cualquiera de la FPP.

cientemente grande como para hacer pasar a la FPP de convexa a cóncava y si esto es posible la extensión natural de la pregunta es si ese cambio en la curva se da en toda su extensión o sólo está localizada. Ambas cuestiones fueron analizadas en el trabajo mencionado.

Es importante destacar que hay dos tipos de distorsiones, según que el precio relativo de un factor sea mayor o menor en la industria que lo utiliza en forma intensiva, tipos que habremos de denominar (i) e (ii) respectivamente.

Desde un punto de vista analítico (para el caso en que las funciones de producción sean Cobb-Douglas de rendimientos constantes a escala), se puede ver que un grado de distorsión *suficientemente grande* puede convertir la FPP en cóncava si la distorsión es de tipo (i) —en cuyo caso la conversión es total— o del tipo (ii) —en cuyo caso la conversión puede ser local—. ¿Qué significa *suficientemente grande*? Para analizar cuantitativamente la distorsión de tipo (ii) Johnson realizó un análisis de sensibilidad llegando a la conclusión de que la distorsión debería ser cuantitativamente importante para hacer cambiar la forma de la curva, lo cual le permitió afirmar: “La conclusión no es que las distorsiones en los mercados de los factores son poco importantes como para llamar la atención de los economistas si no que ni su existencia ni su eliminación habrían de afectar sensiblemente el nivel de ingreso y bienestar”. La otra conclusión que surge de las computaciones del referido trabajo de Johnson es que la diferencia en la intensidad del uso de los factores debe ser muy grande para que la FPP se aparte sensiblemente de una recta.

2.6 *La existencia de retornos decrecientes y crecientes a escala*

En el modelo básico se supuso que las funciones de producción de ambos bienes eran de rendimientos constantes a escala. En esta sección se investiga por separado el efecto de la existencia de rendimientos decrecientes y crecientes a escala sobre la forma de la FPP.

El caso de rendimientos decrecientes a escala (en ambas industrias) no ofrece dificultad alguna cuando se lo considera a partir del caso de rendimientos constantes a escala y diferencias en la intensidad del uso de los factores, pues simplemente aumenta la curvatura de la FPP conservando la forma del modelo básico.

El caso de rendimientos crecientes a escala (en ambas industrias)

resulta un poco más complicado. Tal como lo notó Bator aquí existen 2 fuerzas que se contraponen: la magnitud de los rendimientos crecientes a escala y la diferencia en las intensidades de factor de cada una de las industrias.

En un reciente trabajo Herberg y Kemp muestran que en general la FPP no pasa de uniformemente cóncava a uniformemente convexa a medida que cambia la relación entre las variables mencionadas. Es menester aclarar que el caso estudiado es el más general pues los rendimientos a escala son allí “variablemente crecientes”¹⁷.

En un trabajo anterior en colaboración con O. L. Mignini hemos investigado la cuestión para un caso no tan general pero más usual. La idea fue analizar el caso con 2 funciones de producción Cobb-Douglas de rendimientos crecientes¹⁸ para ver si existe alguna relación entre el valor de los rendimientos crecientes y la diferencia en la intensidad del uso de los factores que producen una FPP recta. Hemos probado que tal relación no existe.

Queda por investigar un caso intermedio, es decir, cuando una industria tiene rendimientos crecientes a escala y la otra decrecientes. Para el caso de funciones de producción homogéneas Diéguez concluye: “[la FPP] presenta un tramo de concavidad y uno de convexidad...”. “El punto de inflexión en la FPP corresponde a niveles de producción tales que la elasticidad de la FPP de las funciones homogéneas lineales correspondientes es igual a la relación de los apartamientos que las funciones verdaderas presentan respecto a los rendimientos constantes a escala”.

2.7 Diferencias en la Elasticidad de Sustitución

En la discusión del modelo básico observamos que la diferencia en la intensidad del uso de los factores en la producción de cada uno de los bienes daba lugar a la convexidad de la FPP. Dada una cierta relación de intensidades de factores su variación depende de la elasticidad de sustitución.

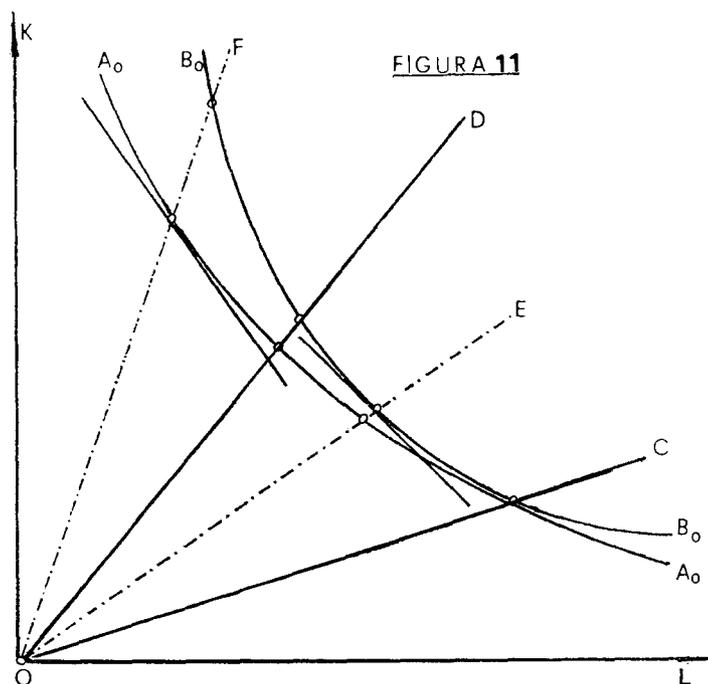
En esta sección habremos de investigar lo que le ocurre a la FPP cuando la elasticidad de sustitución es diferente en los dos bienes,

¹⁷ En otros términos el valor del rendimiento creciente es una función del volumen de producción.

¹⁸ Nótese que en este caso el valor del rendimiento creciente es igual para todo valor de producción.

lo que en la teoría del comercio internacional da lugar a la reversión de factores.

La cuestión se trató en un trabajo anterior (1970b) del cual se reproduce la figura 11 (figura 1 del original).



Como las funciones de producción son lineales y homogéneas, toda la información está contenida en cada una de las isocuantas. Tomemos por ejemplo el nivel A_0 del bien A y el nivel B_0 del bien B. Obsérvese que para relaciones capital-trabajo superiores a OC ¹⁹ el bien A resulta ser intensivo en capital mientras que a relaciones capital-trabajo menores que la mencionada resulta ser intensivo en trabajo. Sea OD la relación capital-trabajo que corresponde a la dotación de factores del país.

Dado que partimos de una situación de pleno empleo, el promedio ponderado²⁰ de las relaciones capital-trabajo de cada una de las industrias debe ser igual al de la economía. Por consiguiente

¹⁹ En rigor deberíamos referirnos a los ejes dado que se trata de relaciones. Se hace referencia a los rayos por simplicidad.

²⁰ Por la ocupación de cada industria. Ver sobre esto STOLPER-SAMUELSON.

vale la pena analizar, con ayuda de la figura 11, el rango de relaciones capital-trabajo de cada una de las industrias compatible con la restricción mencionada. A tal efecto se busca, igualando los precios relativos de los factores, la menor relación capital-trabajo posible para el bien B cuando la relación capital-trabajo de A es OD. Por el otro lado se computa la mayor relación capital-trabajo posible para el bien A cuando la relación capital-trabajo de B es OD. En el primer caso se obtiene OE y en el segundo OF²¹.

Lo importante del razonamiento anterior es que el rayo OC no está comprendido en la zona relevante. Esto, lejos de ser un accidente geométrico, resulta esencial pues si uno de los rayos que corresponde a la relación capital-trabajo de una industria se ubica del otro lado del rayo OC, el correspondiente a la otra industria también habrá de hacerlo y por consiguiente el promedio no podría ser nunca igual a OD.

Del razonamiento anterior surge que aunque la elasticidad de sustitución sea distinta en las dos industrias la FPP tiene la forma del modelo básico salvo que la mayor curvatura se desplaza hacia el origen del bien cuya elasticidad de sustitución es mayor. Nuevamente debemos recordar que este resultado depende de las unidades.

2.8. *La Existencia de Readopción de Técnicas*

En el modelo básico se supuso que no existía el problema de readopción de técnicas, esto es, que todo aumento en la relación tasa de interés-tasa de salarios implica siempre un aumento en la relación trabajo-capital. En esta sección se investiga lo que le sucede a la FPP cuando existe el fenómeno mencionado.

El punto también fue tratado en un trabajo anterior (1970b). Es menester aclarar que para que esto sea cierto es necesario incluir en las funciones de producción heterogeneidad de factores o el tiempo en forma explícita²². Dado que la readopción de técnicas no se da para funciones homogéneas la FPP resultante admite cualquier forma, conservando, como es lógico, la pendiente negativa.

Es importante volver a aclarar que los problemas de reversión

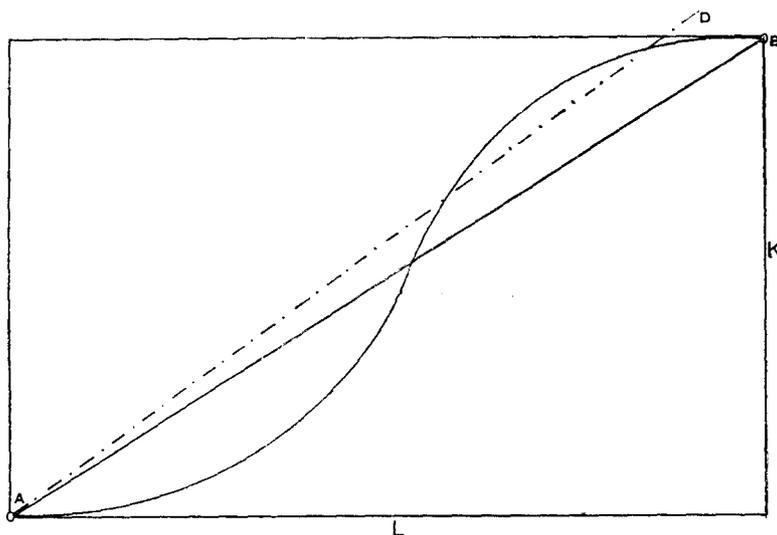
²¹ Nótese que el ángulo DCE es menor que el ángulo DOF. Esto es consecuencia de que la elasticidad de sustitución entre factores es menor en B que en A.

²² Ver MORISHIMA sobre las condiciones para la existencia de readopción de técnicas.

de factores y readopción de técnicas son distintos. La reversión de factores implica que el aumento en las relaciones capital-trabajo frente a un aumento en la relación tasa de salarios-tasa de interés es distinto en cada industria y por consiguiente puede darse el caso en que a determinados precios relativos de los factores una industria es capital intensiva y a otros precios de los factores es trabajo intensiva²³. La readopción de técnicas implica que un aumento en la relación tasa de salarios-tasa de interés no necesariamente implica un aumento en la relación capital-trabajo.

En un reciente trabajo Heller trata en forma incorrecta el problema de reversión de factores. El argumento se desarrolla con ayuda de la figura 12.

FIGURA 12



En la figura 12 se presenta la curva de contrato que según Heller corresponde al caso de reversión de factores, dado que en este caso un bien es a veces intensivo en trabajo y a veces intensivo en capital. Supone Heller que la curva de contrato corta a la diagonal.

²³ Nótese sin embargo que en ambas industrias la relación capital-trabajo siempre aumenta.

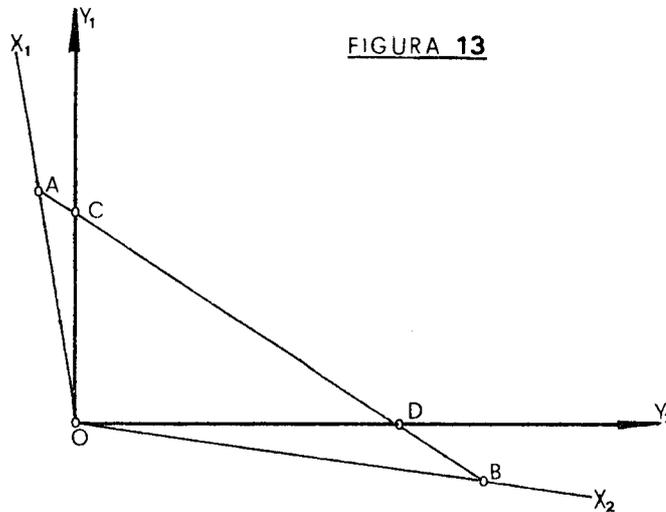
Lo que él no nota es lo que resulta de analizar la curva de contrato a partir de un rayo como el AD. Nótese que a 2 relaciones de precios de los factores distintas corresponde una misma relación capital-trabajo, lo cual claramente es el problema de readopción de técnicas y no de reversión de factores. Por otro lado no hemos tratado el problema de readopción de técnicas como lo sugeriría Heller por cuanto, como hemos señalado, las funciones de producción allí utilizadas no admiten la existencia de readopción de técnicas.

2.9 La Existencia de Insumos

En el modelo básico se supuso que en la producción de ambos bienes la integración vertical es completa, esto es, que ambos bienes se producen directamente a partir de los factores productivos originales, trabajo y capital. En esta parte del trabajo se analiza lo que sucede a la FPP cuando existen insumos.

Al contrario de lo que ocurre en otras partes de este trabajo en este caso hay bastante investigación anterior.

El caso más simple (funciones de producción de coeficientes fijos ²⁴ y un solo factor de producción primario) aparece en Dorfman,



²⁴ La FPP con funciones de producción de coeficientes fijos ya fue derivada en 2.3.

Samuelson y Solow (Cap. 9) aunque es posible que ésta no sea la fuente original. La idea se presenta con ayuda de la figura 13.

En este caso es necesario cambiar la nomenclatura para designar a los bienes. Habremos de llamar X 's a los niveles de producción bruta y de los bienes e Y 's a los niveles de las rentas. La diferencia viene dada por los requerimientos de producción de un bien para la producción del otro (más los requerimientos propios).

Para derivar la FPP en este caso se toma la cantidad de factor productivo existente y se calcula sobre los vectores X_1 y X_2 el máximo que es posible producir de X_1 y X_2 (sin tener en cuenta lo que se necesita de X_2 y X_1 , respectivamente). Supongamos que para X_1 dicho nivel sea OA y para X_2 sea OB.

Dado que se suponen rendimientos constantes a escala y hay un solo factor productivo la FPP viene dada por el pedazo del segmento que une los puntos A y B que pertenece al primer cuadrante (en nuestro caso el segmento CD).

En un trabajo anterior (1970a) se extendieron los resultados de Dorfman, Samuelson y Solow al caso en que existe más de un factor productivo primario. La generalización es directa. La FPP tiene la forma usual, (aunque no cambia de pendiente en cada punto) con quebraduras en la pendiente a medida que se cambia el factor productivo original limitante.

Mc Kinnon (siguiendo a Mc Kenzie y a N. Georgescu-Roeger) presenta la extensión de Dorfman, Samuelson y Solow a una economía abierta, manteniendo el supuesto de un solo factor primario de producción. La diferencia con el caso cerrado es que los tramos AC y DE²⁵ de la figura 13 se vuelven relevantes pues ahora las deficiencias (demanda mayor que oferta) de *algún* bien se pueden compensar con excesos de otro mediante el comercio internacional. Las partes mencionadas se hacen curvas en el trabajo señalado para hacer lugar a la aparición de distintos precios en el intercambio internacional.

Hasta ahora hemos discutido los casos en los cuales existen coeficientes fijos en toda la economía. Una interesante alternativa es la de Vanek quien desarrolla el caso en que existen coeficientes variables para los factores primarios y fijos para los insumos. El caso se presenta en la figura 14.

²⁵ Con las pendientes que corresponden a los precios internacionales.

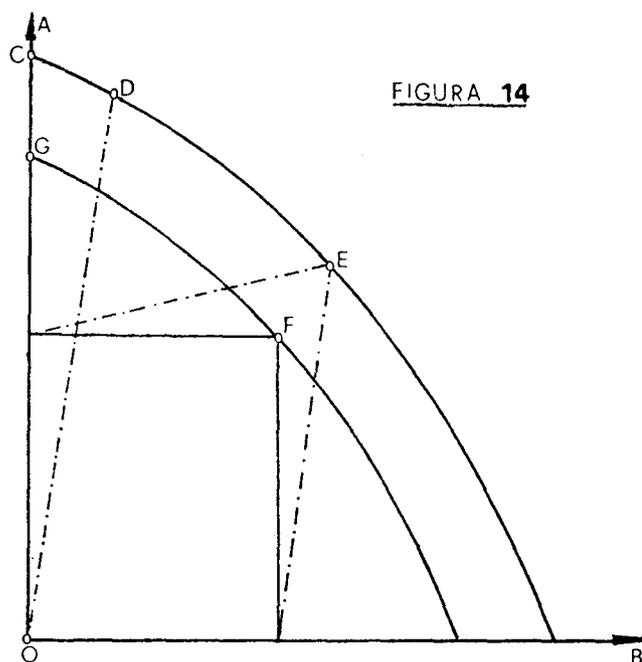


FIGURA 14

Tomemos un punto como el E, que muestra las producciones *brutas* posibles en función de la FPP bruta. A partir de los coeficientes técnicos de insumo de un bien por el otro es posible obtener los niveles de producciones brutas que corresponden al punto E (tal punto es el F). Si repetimos el procedimiento infinitas veces obtenemos la curva GFH que es la FPP neta. Tal como lo observó correctamente Guisinger en una economía cerrada no cualquier punto de la FPP bruta tendrá su correspondiente punto en la FPP neta (por ejemplo los puntos de la posición CD de la FPP bruta).

2.10 El crecimiento en las dotaciones de los factores

En el modelo básico se supuso que las dotaciones de los factores eran constantes en términos físicos y que su oferta estaba inelásticamente dada. Por su parte en la sección 2.2 se analizó el caso en que la oferta de factores era una función (positiva) de su correspondiente precio relativo. En esta sección habremos de considerar los efectos sobre la FPP de la *acumulación* de factores. Esto implica que aquí no habremos de considerar la forma de la FPP sino la comparación entre la "vieja" FPP y la "nueva".

En materia de FPP y acumulación de factores pueden notarse dos enfoques. El primero analiza el efecto de un *dado* aumento en la cantidad de factor sobre la forma de la nueva FPP. El segundo hace depender el salto de una FPP a otra de las condiciones de la economía (entre las cuales figura la FPP vieja). A mi juicio este segundo enfoque es analíticamente más interesante.

El primer enfoque se deduce claramente del trabajo de Rybczynski (y sus generalizaciones), en cuanto no permite trazar la nueva FPP a partir de la vieja y del aumento en un (o más) factor dado.

Amano, al generalizar gráficamente el teorema de Rybczynski, prueba que —a precios constantes— el nivel absoluto de producción del bien que es intensivo en el factor que crece más despacio puede reducirse si la relación de incrementos de capital y trabajo en la economía es inferior a la relación capital-trabajo del otro bien. La prueba surge directamente del planteamiento del problema en términos de una caja de Edgeworth.

Por su parte es fácil ver que una expansión proporcional en las dotaciones de ambos factores produce, a los precios dados, una expansión proporcional en los niveles de producción de *ambos* bienes. Para ello basta imaginar un aumento proporcional (por ejemplo duplicación) en las dotaciones como la suma de los resultados de dos cajas proporcionales (iguales).

La literatura dentro del primer enfoque se ha desarrollado también para caracterizar la relación entre puntos de equilibrio en las FPP vieja y nueva. Por ejemplo el trabajo de Johnson (1959).

2.11 *El Cambio Tecnológico*

Como es bien sabido, existe una gran variedad de cambios tecnológicos. Resulta claro que los únicos cambios tecnológicos capaces de ser incorporados fácilmente en nuestro análisis son los cambios neutrales. El análisis puede asemejarse mucho al de la sección anterior una vez que se recuerda que los cambios tecnológicos neutrales en el sentido de Harrod y Solow pueden ser asimilados a un aumento en la dotación de trabajo y capital respectivamente y el de Hicks a una expansión radial de la FPP.

3. LA COMPARACION ENTRE FPPs

En esta sección no habremos de analizar la forma de *una* FPP

en función de un nuevo supuesto si no la relación entre varias de ellas en un caso particular ²⁶.

En un trabajo sobre movimiento de factores, Mundell afirmó: "bajo ciertos supuestos la sustitución del movimiento de factores por el de mercancías es perfecto". ¿Qué significa esto? Esencialmente que bajo ciertos supuestos el libre comercio asegura, aún en ausencia de movimiento internacional de factores, la igualación de los precios de los mismos ²⁷.

Debe notarse que aún desde el punto de vista del precio de los factores la sustitución no es perfecta necesariamente pues como lo demostró Olivera esta igualación puede tener lugar a un nivel distinto del que se alcanzaría con libre movilidad de factores, "lo cual habría de afectar la composición del producto y del ingreso mundiales", (el subrayado es nuestro) ²⁸.

La pregunta a considerar es si desde el punto de vista de los niveles de producto mundial da lo mismo que haya comercio libre o movimiento internacional de factores. Desde nuestro punto de vista esto equivale a comparar la "suma" de las FPP de cada país con la FPP que surge de sumar los recursos productivos de cada país. La pregunta fue considerada por Travis, siguiendo a Lancaster (1957), para el caso de funciones de producción neoclásicas pero comenzaremos por el caso de coeficientes fijos por ser intuitivamente más claro.

El caso de funciones de producción de coeficientes fijos conviene subdividirlo en 2, a saber: (i) cada país tiene ventaja comparativa en la producción de un bien. Cada país tiene una mayor productividad absoluta en el bien en el cual tiene ventaja comparativa y (ii) cada país tiene ventaja comparativa en la producción de un bien. Un país (por ejemplo el país 1) tiene ventaja absoluta en la producción de ambos bienes.

El caso (i), en símbolos, viene dado por:

$$\frac{a_{11}}{a_{21}} < \frac{a_{12}}{a_{22}} \quad a_{11} < a_{12} ; a_{21} > a_{22} \quad (1)$$

²⁶ En esta sección se presentan los resultados de un trabajo anterior (1970 f).

²⁷ Es interesante observar que SAMUELSON (1948) habla de igualación de precios de factores sin pretender referirse a sustitución perfecta o imperfecta.

²⁸ Supuestamente se está refiriendo a la composición de equilibrio.

donde las "a" son las productividades absolutas del factor de producción (en todos los casos el primer subíndice se refiere al bien y el segundo al país). En otros términos, el país 1 tiene ventaja *comparativa* en la producción del bien 2, siendo la productividad absoluta mayor para el bien 2 en el país 1 y la productividad absoluta mayor para el bien 1 en el país 2.

Comencemos por el análisis de los extremos. En el caso del comercio de bienes si en cada país todos los recursos se dedican a la producción del bien 1, su nivel de producción mundial viene dado por

$$X_1 = X_{11} + X_{12} = a_{11} L_1 + a_{12} L_2 \quad (2)$$

donde X es el nivel del producto y L la dotación del factor primario.

Por otro lado si el movimiento internacional de factores es posible, el nivel máximo de producción mundial del bien 1 viene dado por

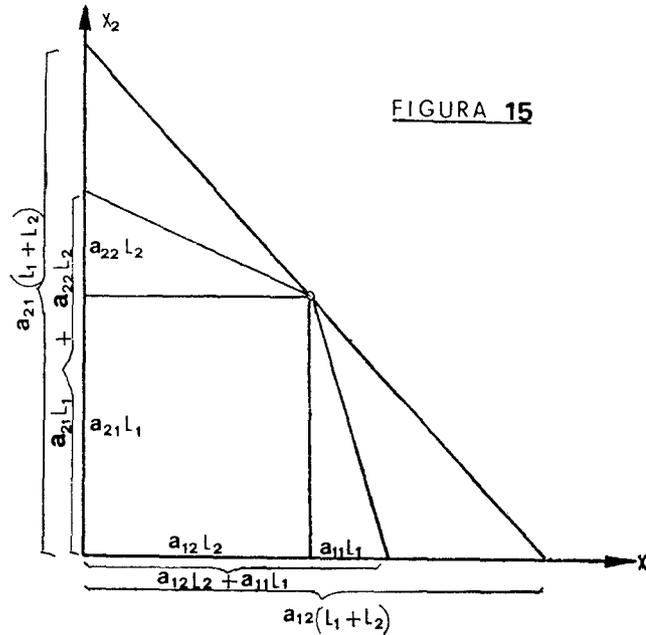
$$X_1^* = a_{12} (L_1 + L_2) \quad (3)$$

es decir, los trabajadores del país 1 se trasladan al país 2. En base a los supuestos del caso es posible afirmar sin dudas

$$X_1 < X_1^* \quad (4)$$

y lo mismo sucede con el bien 2.

A partir de esto surge la siguiente pregunta: ¿hay alguna situación donde los niveles de producción de los dos casos sean iguales? La hay. Tal situación viene dada cuando cada país dedica toda la dotación de su recurso a la producción del bien en el cual tiene ventaja absoluta. Una presentación gráfica aparece en la figura 15.



El caso (ii) en símbolos es:

$$\frac{a_{11}}{a_{21}} < \frac{a_{12}}{a_{22}} \quad a_{11} > a_{12} ; a_{21} > a_{22} \quad (5)$$

El análisis de los extremos es similar al del caso (i). Sólo que ahora como es claro, las 2 curvas no tienen ningún punto en común.

En el caso de funciones de producción neoclásicas la ganancia del movimiento de factores frente al libre comercio no es tan clara. Utilizando el concepto de “región de igualación” Travis muestra, siguiendo a Lancaster (1957), que “cuando la producción en ambos países bajo libre comercio se desarrolla en puntos correspondientes, las dos economías pueden considerarse como si fueran una sola” (en otros términos, el producto mundial es igual en ambos casos).

En resumen, la “suma” de las FPP de los países será igual o inferior a la del mundo dependiendo de si hay especialización incompleta o completa y si hay iguales o distintas funciones de producción en los países, respectivamente.

APENDICE:

LAS OTRAS FRONTERAS DE LA TEORIA ECONOMICA

La FPP como herramienta analítica ha dado lugar a la aparición, dentro de la literatura económica, de otras fronteras. En cada caso haremos una breve mención del significado.

1. *La Envolverte de Posibilidades de Consumo*. Debida a Baldwin (1948) esta curva señala las posibilidades máximas de consumo que tiene un país con sus recursos propios y utilizando el comercio internacional. Surge de desplazar sobre la FPP del país la curva de oferta del resto del mundo. Cuando un país no afecta los precios mundiales esta curva es recta.

2. *La Frontera de Posibilidades de Utilidad*. Construida por Samuelson (1956) para poder ordenar los niveles de bienestar de un país. La curva señala el máximo nivel (ordinal) de utilidad que puede conseguir un individuo para un dado nivel del otro individuo, dadas la tecnología y las dotaciones de factores.

3. *La Frontera de Precios de los Factores*. Deducida por Samuelson (1962) al analizar la posibilidad de tratar como homogéneo el capital en un modelo en que es heterogéneo. La curva expresa la máxima tasa de interés que es posible conseguir en una economía para cada tasa de salarios.

4. *La Frontera de Transformación Óptima*. Generalizada por Bruno a partir de un análisis de Weizäcker, señala las máximas tasas de crecimiento en el consumo y en los stocks de capital que puede alcanzar una economía. Es el concepto dual de la frontera de precios de los factores.

5. *La Frontera de Cambio Tecnológico*. La idea partió del análisis del problema del cambio tecnológico *inducido*. La curva señala los incrementos porcentuales en la productividad de los distintos factores en función de los gastos incurridos en tecnología.

REFERENCIAS

- AMANO, A.: "Factor Endowment and Relative Prices: A Generalization of Rybczynski's Theorem", *Economica*, XXX, N° 120 (Noviembre de 1963), 413-414.
- BALDWIN, R. (1948): "Equilibrium in International Trade: A Diagramma-

- tic Analysis", *Quarterly Journal of Economics*, LXII, N° 4 (Noviembre de 1948), 748-762.
- BALDWIN, R. (1966): "The Role of Capital-Goods Trade in the Theory of International Trade", *American Economic Review*, LVI, N° 4 (Setiembre de 1966), 841-848.
- BATOR, F. M.: "The Simple Analytics of Welfare Maximization", *American Economic Review*, XLVII, N° 1 (Marzo de 1957), 22-59.
- BLACK, J.: "A Formal Proof of the Concavity of the Production Possibility Function", *Economic Journal*, LXVII, N° 265 (Marzo de 1957), 133-135.
- BRUNO, M.: "Fundamental Duality Relations in the Pure Theory of Capital and Growth", *Review of Economic Studies*, XXXVI (1), N° 105 (Enero de 1969), 39-54.
- CAVES, R. E.: *Trade and Economic Structure: Modelos and Methods*, Harvard University Press, Cambridge, 1960.
- CHIPMAN, J. S.: "A Survey of the Theory of International Trade: Part 2, the Neo-Classical Theory", *Econométrica*, XXXIII, N° 4 (Octubre de 1965), 685-760.
- DE PABLO, J. C. (1970a): "La Frontera de Posibilidades de Producción cuando Existen Bienes Intermedios", *El Trimestre Económico*, (Abril-Junio de 1970), 405-413.
- DE PABLO, J. C. (1970b): "Reversión de Factores, Readopción de Técnicas y Frontera de Posibilidades de Producción", *Económica (La Plata)*, XVI, N° 2 (Mayo-Agosto de 1970), 195-212.
- DE PABLO, J. C. (1970c): "Monopolio en el Modelo de Heckscher-Ohlin", (mimeo).
- DE PABLO, J. C. (1970d): "Una Nota Sobre el Teorema de Rybczynski", (mimeo).
- DE PABLO, J. C. (1970e): "La Frontera de Posibilidades de Producción con Oferta de Factores Variables", (mimeo).
- DE PABLO, J. C. (1970f): "El Comercio de Bienes Intermedios en la Teoría Pura del Comercio Internacional", a ser publicado en *El Trimestre Económico*.
- DE PABLO, J. C. y MIGNINI, O.: "Rendimiento Crecientes, Intensidad de Factor y Frontera de Posibilidades de Producción: El Caso Cobb-Douglas", (mimeo).
- DIEGUEZ, H. L.: "Función de Transformación y Funciones de Producción", publicado en *Económica (La Plata)*, N° 1 (Enero-Abril 1971), 29-42.
- DORFMAN, R.; SAMUELSON, P. A. y SOLOW, R.: *Programación Lineal y Análisis Económico*, Aguilar, Madrid, 1962.
- GUISINGUER, S. E.: "Negative Value Added and the Theory of Effective Protection", *Quarterly Journal of Economics*, LXXXIII, N° 3 (Agosto de 1969), 415-440.
- HABERLER, G.: "Some Problems in the Pure Theory of International Trade", *Economic Journal*, LX, N° 2 (Junio de 1950), 223-240.
- HELLER, H. R.: *International Trade Theory and Empirical Evidence*, Prentice Hall, Nueva Jersey, 1968.

- HERBERG, H.: "On the Shape of the Transformation Curve in the Case of Homogeneous Production Functions", *Zeitschrift Für Die Gesante Staatswissenschaft*, (Abril de 1969), 202-210.
- HERBERG, H. y KEMP, M. C.: "Some Implications of Variable Returns to Scale", *Canadian Journal of Economics*, II, N° 3 (Agosto de 1969), 403-415.
- JOHNSON, H. G. (1959): "Economic Development and International Trade", *Nationalokonomisk Tidsskrift*, XCVII, N° 5-6 (1959), 253-272. Reproducido en Johnson, H. G.: *Money, Trade and Economic Growth*, Unwin, Londres, 1962, Cap. 4.
- JOHNSON, H. G. (1966): "Factor Market Distortions and the Shape of the Transformation Curve", *Econométrica*, XXXIV, N° 3 (Julio de 1966), 686-698.
- LANCASTER, K. (1957): "The Heckscher-Ohlin Trade Model: A Geometric Treatment", *Economica*, XXIV, (Febrero de 1957), 19-39.
- LANCASTER, K. (1968): *Mathematical Economics*, Macmillan, Londres, 1968, 127-134.
- Mc KINNON, R. I.: "Intermediate Products and Differential Tariffs: A Generalization of Lerner's Symmetry Theorem", *Quarterly Journal of Economics*, LXXX, N° 4 (Noviembre de 1966), 584-615.
- MELVIN, J. R.: "Production and Trade with Two Factores and Three Goods", *American Economic Review*, LVIII, N° 5, Parte 1 (Diciembre de 1968), 1249-1268.
- MORISHIMA, M.: "Refutation of the Nonswitching Theorem", *Quarterly Journal of Economics*, LXXX, N° 4 (Noviembre de 1966).
- MUNDELL, R. A.: "International Trade and Factor Mobility", *American Economic Review*, XLVII, N° 3 (Junio de 1957), 321-335.
- OLIVERA, J. H. G.: "Is Free Trade a Perfect Substitute for Factor Mobility?", *Economic Journal*, LXXXVII, N° 305 (Marzo de 1967), 165-169.
- PEARCE, I. F.: *International Economics*, Macmillan, Londres, 1970, Libro II, p. 427.
- SAMUELSON, P. A. (1948): "International Trade and the Equalisation of Factor Prices", *Economic Journal*, LVIII, N° 230 (Junio de 1948), 163-184.
- SAMUELSON, P. A. (1949): "International Factor Price Equalisation Once Again", *Economic Journal*, LIX, N° 234 (Junio de 1949), 181-197.
- SAMUELSON, P. A. (1956): "Social Indifference Curves", *Quarterly Journal of Economics*, LXX, N° 1 (Febrero de 1956), 1-22.
- SAMUELSON, P. A. (1962): "Parable and Realism in Capital Theory: the Surrogate Production Function", *Review of Economic Studies*, XXIX (3), N° 80 (Junio de 1962), 193-206.
- SAVOSNICK, K. M.: "The Box Diagram and the Production Possibility Curve", *Ekonomisk Tidsskrift*, LI (Setiembre de 1958), 183-197.
- STOLPER, W. F. y SAMUELSON, P. A.: "Protection and Real Wages", *Review of Economic Studies*, IX, N° 1 (Noviembre de 1941), 58-73.
- TRAVIS, W. P.: *The Theory of Trade and Protection*, Harvard University Press, Cambridge, 1964, Cap. 1.

VANEK, J.: "Variable Factor Proportions and Inter-Industry Flows in the Theory of International Trade", *Quarterly Journal of Economics*, LXXVII, N° 1 (Febrero de 1963), 129-142.

UNA RESEÑA SOBRE LA FRONTERA DE POSIBILIDADES DE PRODUCCION

Resumen

Tal como se indica en el título, el objetivo del trabajo es presentar una reseña sobre la frontera de posibilidades de producción. Esta reseña es de tipo teórico en el sentido de que no interesa tanto el origen y desarrollo histórico del concepto y sus ampliaciones sino fundamentalmente el estado actual del conocimiento sobre el tema.

El trabajo se divide en dos partes fundamentales. En la primera se presenta una deducción de la curva explicitando en forma detallada los supuestos del modelo básico. En la segunda parte se remueven uno a uno cada uno de los supuestos de la primera a fin de analizar la "robustez" de la forma de la frontera. El trabajo incluye un comentario sobre las "otras" fronteras que existen en la literatura económica.

La conclusión general del estudio es que la frontera de posibilidades de producción conserva la forma del modelo básico (es decir, la convexidad en el sentido matemático de teoría de conjunto) con supuestos mucho menos fuertes de los frecuentemente utilizados.

A SURVEY ON THE PRODUCTION POSSIBILITY FRONTIER

Summary

As indicated in the title, this paper's objective is to survey the literature on the production possibility frontier. The approach is analytical rather than historical and the idea being to present an up-to-date version of the subject.

The paper is divided in two sections. In the first section the frontier is deduced by making explicit, in a detailed form, the assumptions of the basic model. In the second section the assumptions are dropped one at a time to analyse the "robustness" of the frontier's shape. The survey includes a comment on the "other" frontiers existing in the economic literature.

The general conclusion is that the production possibility frontier maintains the shape of the basic model (ie.: convexity with respect to the origin) with much weaker assumptions than frequently used.