

ESTIMACION DE SISTEMAS DE ECUACIONES DE GASTOS Y DEMANDA *

ALAIN DE JANVRY **

El objeto de este trabajo es presentar e ilustrar un método para la estimación de sistemas de funciones de gastos y demanda, y para la proyección de cantidades demandadas por los consumidores. El método hace uso de una combinación de datos transversales, y de series temporales, a fin de minimizar el requerimiento en datos temporales, los cuales son generalmente escasos, pero aún más, con el objeto de medir respuestas a cambios en el nivel de los precios. Deriva directamente de la teoría clásica de la conducta del consumidor, con el supuesto adicional de la determinación del óptimo de utilidad por intermedio de la asignación preliminar del presupuesto en períodos a través del tiempo y en grupos de artículos en un mismo período. Permite entonces la medición de cambios en el nivel de gastos de grupos de artículos en respuesta a cambios porcentuales en los precios de artículos específicos con el solo uso de datos de encuestas de consumidores. Permite también la estimación de elasticidades de precio e ingreso para artículos específicos con el uso adicional de series temporales únicamente sobre los artículos del grupo de interés. Finalmente permite la predicción por etapas de cantidades demandadas: el nivel del consumo global en un período puede ser determinado primero, luego el nivel del gasto en un grupo del presupuesto, y finalmente la cantidad demandada de cualquier item en este grupo.

Presentamos en una primera parte la estrategia propuesta para un análisis empírico de la conducta del consumidor. El método requiere una estimación de la elasticidad de la utilidad marginal del ingreso con respecto al ingreso. Obtenemos una medición de esta elasticidad en la segunda parte y hacemos comparaciones del nivel

* Agradezco los comentarios y sugerencias del Lic. Héctor LAZZARINI a una versión de este trabajo presentada en la V Reunión de Centros de Investigación Económica, Noviembre de 1969, en La Plata. Los errores que pudieran existir, son míos.

** Profesor Asistente en la Universidad de California en Berkeley y asesor en el Proyecto Pro Economía Agraria de la Fundación Ford en Buenos Aires.

obtenido para la Argentina con el obtenido para otros países de distintos grados de desarrollo económico. En la tercera parte, obtenemos estimaciones de los cambios en el nivel de gastos de los consumidores argentinos en los principales rubros de gastos en respuesta a cambios en el nivel de precios e ingreso. Finalmente hacemos en la cuarta parte una estimación de las elasticidades de demanda para las carnes vacuna, ovina, porcina y otros alimentos en la Argentina.

I

Un método para el análisis empírico de la conducta del consumidor

Consideramos, por simplificación, solamente un período y suponemos que el consumidor hace, en su busca de un óptimo de utilidad bajo la restricción de un presupuesto dado para este período, una asignación del presupuesto m sobre S rubros de artículos ($R = 1, \dots, S$). En la primera etapa de la determinación del óptimo, obtenemos entonces funciones de gasto del tipo:

$$m_R = m_R (P_1, \dots, P_S, m) \quad (I)$$

donde m_R es el gasto en el grupo R y P_1, \dots, P_S son índices de precio para cada grupo del presupuesto, del tipo

$$P_R = P_R [(p_{R1}, \dots, p_{Rn_R})].$$

Los p_{R1}, \dots, p_{Rn_R} denotan los precios de los n_R artículos que componen el grupo R . Esta primera asignación está hecha bajo la restricción que $\sum_R m_R = m$.

La segunda etapa de la determinación del óptimo consiste en la resolución de la cantidad demandada del artículo $r \in R$, bajo la restricción de gasto $\sum_R p_r q_r = m_R$. Estas cantidades son determinadas en las funciones de demanda de segunda etapa.

$$q_r = q_r (p_{R1}, \dots, p_{Rn_R}, m_R), r \in R. \quad (II)$$

Las funciones de demanda en dos etapas son entonces del tipo

$$q_r = q_r [p_{R1}, \dots, p_{Rn_R}; m_R (P_1, \dots, P_S, m)], r \in R.$$

Los cambios en las cantidades demandadas en respuesta a cambios en precios e ingreso son entonces

$$\frac{\partial q_r}{\partial p_{r'}} = \left(\frac{\partial q_r}{\partial p_{r'}} \right)_{m_R} + \frac{\partial q_r}{\partial m_R} \frac{\partial m_R}{\partial P_R} \frac{\partial P_R}{\partial p_{r'}} \quad r, r' \in R;$$

$$\frac{\partial q_r}{\partial p_k} = \frac{\partial q_r}{\partial m_R} \frac{\partial m_R}{\partial P_K} \frac{\partial P_K}{\partial p_k} \quad , r \in R, k \in K \neq R;$$

$$\frac{\partial q_r}{\partial m} = \frac{\partial q_r}{\partial m_R} \frac{\partial m_R}{\partial m} \quad , r \in R.$$

El símbolo ()_{m_R} indica que m_R ha permanecido constante en el proceso de diferenciación.

Hacemos ahora uso de la hipótesis de separabilidad fuerte ("strong separability")¹ de la función de utilidad lo que implica que

$$\partial \left(\frac{UM_r}{UM_s} \right) / \partial q_k = 0 \text{ por } k \in K; r, s \notin K,$$

donde UM_r denota la utilidad marginal del producto r. Probamos en el Apéndice I que los índices de precio tienen, entonces, en forma diferencial la expresión siguiente:

$$dP_R = \sum_r \left(\theta \frac{\partial q_r}{\partial m} - q_r \right) dp_r / \theta \frac{\partial m_R}{\partial m} \quad \text{(III)}$$

lo que corresponde a una función de gasto, también en forma diferencial:

$$dm_R = -\theta \frac{\partial m_R}{\partial m} \left(1 - \frac{\partial m_R}{\partial m} \right) dP_R + \theta \frac{\partial m_R}{\partial m} \sum_{K \neq R} \frac{\partial m_K}{\partial m} dP_K + \frac{\partial m_R}{\partial m} dm. \quad \text{(IV)}$$

El parámetro θ es un factor de proporcionalidad.

Utilizando entonces esta forma funcional de los índices en las pendientes relativas a precio e ingreso, obtenemos

$$\frac{\partial q_r}{\partial p_{r'}} = \left(\frac{\partial q_r}{\partial p_{r'}} \right)_{m_R} + \frac{\partial q_r}{\partial m_R} \left(1 - \frac{\partial m_R}{\partial m} \right) \left(q_{r'} - \theta \frac{\partial q_{r'}}{\partial m} \right), \quad r, r' \in R$$

¹ Por una definición de las distintas formas de separabilidad, ver GOLDMAN, S. y UZAWA, H. (1)

$$\frac{\partial q_r}{\partial p_k} = \frac{\partial q_r}{\partial m_R} \frac{\partial m_R}{\partial m} \left(q_k - \theta \frac{\partial q_k}{\partial m} \right), r \in R, k \in K \neq R.$$

$$\frac{\partial q_r}{\partial m} = \frac{\partial q_r}{\partial m_R} \frac{\partial m_R}{\partial m}$$

Bajo el supuesto de cardinalidad de la función fuertemente separable, el factor θ toma la forma conveniente

$$\theta = - m / \overset{\vee}{\omega},$$

donde $\overset{\vee}{\omega}$ es la elasticidad de la utilidad marginal del ingreso con respecto al ingreso, llamada por FRISH (2) la flexibilidad de dinero ("Money flexibility"). Las elasticidades de precio, E , y de ingreso η , son entonces

$$E_{rr'} = (E_{rr'})_{m_R} + w_{r'} \eta_{r'/R} \left(\frac{m}{m_R} - \eta_R \right) \left(1 + \frac{1}{\overset{\vee}{\omega}} \eta_{r'/R} \eta_R \right), r, r' \in R, \quad (V)$$

$$E_{rk} = - w_k \eta_{r/R} \eta_R \left(1 + \frac{1}{\overset{\vee}{\omega}} \eta_{k/K} \eta_K \right), r \in R, k \in K \neq R, \quad (VI)$$

$$\eta_r = \eta_{r/R} \eta_R \quad (VII)$$

donde los $w_r = p_r q_r / m$ son las porciones del presupuesto total ("budget shares") y donde:

$$\eta_R = \frac{\partial m_R}{\partial m} \frac{m}{m_R} \quad \text{y} \quad \eta_{r/R} = \frac{\partial q_r}{\partial m_R} \frac{m_R}{m}$$

Las elasticidades de precio e ingreso pueden entonces ser medidas de la estimación de

- i) $(E_{rr'})_{m_R}$: éstas se obtienen del ajuste de las funciones de demanda de segunda etapa (II) con series temporales únicamente en los artículos que constituyen el grupo R del presupuesto.
- ii) $\eta_R, \eta_K; \eta_{r/R}, \eta_{k/K}$: éstas se obtienen del ajuste de funciones de Engel y de funciones de demanda de segunda etapa (II) con datos de encuestas de consumidores.
- iii) $\overset{\vee}{\omega}$: ésta se obtiene del conocimiento de las elasticidades de precio e ingreso para un grupo separable, o puede ser pre-

decida por comparaciones internacionales como función del nivel de precio e ingreso.

Predicciones de la demanda pueden, entonces, ser obtenidas en dos (o más) etapas: primero se predice el nivel de gastos en un grupo de interés; y luego se obtiene la cantidad demandada de cada artículo en este grupo, dado el nivel de gasto en el grupo. La segunda etapa consiste en obtener con las ecuaciones (II)

$$\hat{q}_r = q_r (p_{R_1}^f, \dots, p_{R_n}^f, \hat{m}_R)$$

donde el superscripto f denota variables exógenas predecidas, y el sombrero, variables endógenas predecidas. La primera etapa consiste en obtener con las ecuaciones (I) en forma diferencial

$$\hat{m}_R = m_R^0 + dm_R (dP_I^f, \dots, dP_S^f, dm^f),$$

donde m_R^0 es el último punto de equilibrio observado a partir del cual son medidos los cambios en las variables exógenas. El uso de la función (I) en forma integrada para predecir m_R ,

$$\hat{m}_R = m_R (P_I^f, \dots, P_S^f, m^f),$$

implica, además del supuesto de la asignación del presupuesto, que la función de utilidad es separable en funciones homogéneas de grado uno.² Pero se puede verificar (4) que el uso de (I) en forma integrada en lugar de diferenciada, conduce a predicciones de cantidades demandadas que difieran unas de las otras de una manera despreciable.

II

Estimación de la Flexibilidad del Dinero en la Argentina y Comparaciones Internacionales

Para estimar las elasticidades de demanda siguiendo el esquema propuesto, necesitamos medir ω . La flexibilidad del dinero fue estimada en algunos estudios donde han sido especificadas funciones de

² Ver GORMAN, S. (3)

utilidad aditivas. La Tabla I da los valores obtenidos por BRANDOW (5), POWELL (6, 7), DILLON y POWELL (8), AMUNDSEN (9), FRISH (2), JOHANSEN (10), BARTEN (11, 12, 13), THEIL (14), PEARCE (15), GRUEN et.al. (16). En la Tabla I indicamos también el país para el cual ω^v fue obtenido, el intervalo de tiempo sobre el cual fue estimado, el nivel promedio de ingreso disponible per cápita en U\$S para este período y el año al cual corresponde aproximadamente, y por último, el índice del nivel de costo de vida en los Estados Unidos en ese mismo año.

Si asumimos que el grupo alimentos es aditivamente separable de los otros ítems en el presupuesto del consumidor, otras medidas de ω^v pueden ser derivadas de estudios donde son estimadas las elasticidades de precios e ingresos de alimentos. En este caso, la flexibilidad del dinero es vinculada a las elasticidades de precio e ingreso por la relación (2, p. 187).

$$\omega^v = \frac{\eta_i (1 - w_i \eta_i)}{E_{ii} + w_i \eta_i}$$

Evaluando las porciones del presupuesto en el año correspondiente al nivel promedio de ingreso disponible, en el intervalo de la muestra, damos en la Tabla I una serie de otras medidas de ω^v basadas en los análisis econométricos de DALY (17), WAUGH (18), BRANDOW (19), BURK (20), TWEETEN (21), GIRSHICK and HAAVELMO (22), TOBIN (23), COCHRANE y LAMPE (24), CHETTY (25), FOX (26), SUITS y SPARKS (27), BARREIROS, FUCARACCIO y HERSHEL (28).

Para Argentina obtenemos estimaciones de las elasticidades de precio e ingreso de la demanda para alimentos del informe de las Cuentas Nacionales (29) en el período 1950-1963 (ver Apéndice II). Designamos con:

- Q_F la cantidad total de alimentos demandados (incluyendo alimentos procesados), representando esta variable los gastos en alimentos a precios constantes de 1960, en miles de millones de pesos.
- P_F el precio implícito de alimentos dado por la razón entre gastos en alimentos a precios corrientes y a precios constantes de 1960.

TABLA I
ESTIMACIONES DE LA FLEXIBILIDAD DEL DINERO

País	Número del caso	Autor	Período	$\frac{v}{-\omega}$	$\frac{\bar{m}}{m}$ US\$ ¹	Año de $\frac{\bar{m}}{m}$	P ²	$\frac{v}{-\omega}$ Predecido
U.S.A.	1	Daly	1929-41, 48-56	3,46	957	1943	60,3	1,31
"	2	Waugh	1926-41	1,57	570	1932	47,6	1,52
"	3	"	1926-41	1,30	570	1932	47,6	1,52
"	4	"	1948-62	1,12	1,668	1955	93,3	1,22
"	5	"	1948-62	0,61	1,668	1955	93,3	1,22
"	6	Brandow	1923-41	1,01	559	1932	47,6	1,54
"	7	"	1948-56	0,99	1,520	1951	90,5	1,27
"	8	"	1955-57	0,86	1,737	1956	94,7	1,21
"	9	Burk	1924-41	1,96	564	1932	47,6	1,53
"	10	"	1948-57	0,89	1,548	1952	92,5	1,27
"	11	Tweeten	1922-41	1,53	553	1932	47,6	1,54
"	12	"	1946-65	1,23	1,668	1955	93,3	1,22
"	13	Girshick & Haavelmo	1922-41	1,26	553	1932	47,6	1,54
"	14	Tobin	1929-41	2,44	566	1932	47,6	1,53
"	15	Cochrane & Lampe	1929-42, 47-49	1,34	704	1941	51,3	1,41
"	16	Chetty	1929-41	1,22	566	1932	47,6	1,53
"	17	Fox	1922-41	1,26	553	1932	47,6	1,54

TABLA I (Continuación)

País	Número del caso	Autor	Período	$\frac{v}{-\omega}$	$\frac{\bar{m}}{\text{US\$}}^1$	Año de $\frac{\bar{m}}{\bar{m}}$	P ²	$\frac{v}{-\omega}$ Predecido
"	13	Suits & Sparks	1947-60	1,47	1,600	1955	93,3	1,25
Argentina	19	de Janvry	1950-63	2,97	380	1959	101,5	2,85
"	20	Barreiros, Fucaraccio, Herschel	1950-63	3,90	380	1959	101,5	2,85
Chile	21	Dillon - Powell	1952-63	1,12	348	1959	101,5	2,99
Canadá	22	Powell	1952-63	1,55	1,325	1956	94,7	1,40
Noruega	23	Amundsen	1930-59	3,00	755	1956	94,7	1,89
"	24	Frish	1959	2,00	863	1959	101,5	1,83
"	25	Johansen	1950	2,00	647	1950	83,8	1,93
Holanda	26	Barten	1923-39, 50-61	2,00	529	1956	94,7	2,29
"	27	"	1921-39, 48-58	2,16	476	1955	93,3	2,41
"	28	"	1921-39, 48-58	3,14	476	1955	93,3	2,41
"	29	Theil	1921-39, 48-63	2,50	573	1958	100,7	2,27
Reino Unido	30	Pearce	1952-58	2,00	778	1955	93,3	1,92
Australia	31	Gruen & Others	1950-62	2,87	997	1958	100,7	1,68
"	32	Powell	1950-60	2,35	958	1956	94,7	1,66

¹ Nivel promedio del ingreso disponible per cápita, en US\$, durante el período de observación, obtenido de Naciones Unidas, *Year-book of National Accounts Statistics*, Departamento de Economía de Asuntos Sociales, N. S., Nueva York.

² P es el índice de Precio consumidor que utiliza el US Department of Labor, para todos los artículos (1957-59 = 100). Está reproducido en el USDA, *Agricultural Statistics 1967*, Washington, p. 503.

- P_I el precio implícito de los productos industriales, medidos similarmente.
- P_s el precio implícito de servicios, medidos de igual forma;
- m el ingreso disponible a precios corrientes en miles de millones de pesos;
- N la población total en millones de individuos.

Usando el precio de los productos industriales como deflactor, el ajuste que obtenemos para la demanda de alimentos per cápita es

$$\log_e \left(\frac{Q_F}{N} \right) = \begin{matrix} 3,091 \\ (2,576) \end{matrix} - \begin{matrix} 0,309 \\ (-2,215) \end{matrix} \log_e \left(\frac{P_F}{P_I} \right) - \begin{matrix} 0,006 \\ (-0,379) \end{matrix}$$

$$\log_e \left(\frac{P_s}{P_I} \right) + \begin{matrix} 0,530 \\ (2,602) \end{matrix} \log_e \left(\frac{m}{N \cdot P_I} \right)$$

$$R^2 = 0,562, DW = 2,393, \rho = 0,9$$

Las cantidades entre paréntesis son los "t" de STUDENT. Un esquema de autoregresión de primer orden en los residuales fue usado para eliminar correlaciones seriales. El valor de ρ fue seleccionado exhaustivamente para maximizar R^2 . La elasticidad de alimentos con respecto a precios industriales es igual a $-0,215$ y con respecto a la población es $0,470$. El nivel promedio de ingreso disponible per cápita en el intervalo de la muestra es alcanzado en 1959 y la porción del presupuesto gastado para alimentos en ese año es $w = 0,30$. La elasticidad precio y la de ingreso para alimentos, junto con las porciones del ingreso dieron una flexibilidad de dinero de $-2,97$.

Es interesante tratar de establecer una relación empírica entre ω y los niveles de ingreso disponible y de precio. De esta manera se puede predecir ω para cualquier nivel de ingresos y precios.

Para obtener una forma funcional que relacione ω con ingreso y precios, tomamos un desarrollo de TAYLOR de segundo grado de una función de utilidad aditiva en bloques ("block additive") resultando entonces una función de utilidad cuadrática aditiva en bloques.

$$u(q) = a' q + \frac{1}{2} q' A q$$

donde A es una matriz bloque-diagonal ("block-diagonal"). Maximizando $u(q)$ bajo una restricción presupuestaria, las condiciones de primer orden son

$$\begin{bmatrix} A & -p \\ -p' & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} a \\ m \end{bmatrix}$$

Pueden ser resueltas por las ecuaciones de forma reducida,

$$\begin{bmatrix} q \\ \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} A^{-1} - A^{-1} p p' & A^{-1} (p' A^{-1} p)^{-1} & -A^{-1} p (p' A^{-1} p)^{-1} \\ -p' A^{-1} & (p' A^{-1} p)^{-1} & - (p' A^{-1} p)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ m \end{bmatrix}$$

Entonces tenemos

$$\lambda = \frac{m + p' A^{-1} a}{p' A^{-1} p} \quad \text{y} \quad \lambda_m = \frac{1}{p' A^{-1} p}$$

de manera que

$$\frac{v}{\omega} = \frac{m \lambda_m}{\lambda} = \frac{m}{m + a' A^{-1} p}$$

Usando un teorema de WILKS sobre números índices (30), $a' A^{-1} p$ puede ser aproximada por cualquier índice de precio P lineal y homogéneo, por ejemplo, el índice de costo de vida. Ajustando esta ecuación, obtenemos

$$\log_e \left(-\frac{v}{\omega} \right) = 0,079 - \frac{4,102}{(0,527)} \left[\log_e \frac{m}{P} - \log_e \left(\frac{m}{P} + 1 \right) \right], R^2 = 0,268$$

Así también hemos ajustado

$$\log_e \left(-\frac{v}{\omega} \right) = \frac{1,760}{(5,545)} - \frac{0,540}{(-4,013)} \log_e \left(\frac{m}{P} \right), R^2 = 0,349 .$$

La figura I da una representación geométrica de las observaciones en el espacio $\left(-\frac{v}{\omega}, m/P \right)$ y del ajuste obtenido. En ambos ajustos

tes los coeficientes de regresión del ingreso real son significativamente diferentes de cero a un nivel de confianza del 95 %. Es de hacer notar que usando para P el índice del costo de vida en los Estados Unidos, no tomamos en cuenta las diferencias en el poder adquisitivo del dólar entre los países.

Los valores predecidos de ω para la Argentina son iguales a $-2,86$ en el primer ajuste y $-2,85$ en el segundo. Sobre la base de estas dos medidas y de la estimación directa obtenida con datos de las Cuentas Nacionales, usaremos posteriormente un valor de -3 para la flexibilidad del dinero en la Argentina en los años 1950-1963.

III

Estimación de las Funciones de Gasto en las Categorías más importantes de Artículos en Argentina en 1963

El esquema de FRISH (2) para estimar todas las elasticidades precio e ingreso para las cantidades demandadas en las categorías más importantes de artículos, basado en el supuesto de aditividad de la función de utilidad, ha sido usado frecuentemente en la literatura. El método es apropiado si existen índices de cantidad de los grupos. Así sucede, siempre y cuando el Teorema de HICKS se cumpla dentro de cada grupo (separable), o si las subfunciones separables en la función de utilidad son homogéneas de grado uno. Observaciones sobre precios demuestran que el primer caso no se encuentra en la práctica. Las estimaciones disponibles de las elasticidades de las cantidades demandadas de cada artículo en un mismo grupo, con respecto al gasto total en el grupo no son todos iguales a uno, contradiciendo el segundo caso.

Como no existen índices de cantidad de los grupos, parecería razonable desviar el énfasis de las *cantidades* demandadas de las categorías de artículos hacia los niveles del *gasto* total en los grupos, y tratar de buscar la forma de determinar los cambios en el nivel del gasto en los grupos, resultantes de cambios en los niveles de precios y de ingresos. Las funciones de gasto (IV) nos permiten obtener estos cambios.

De (IV) vemos que las pendientes del precio en las funciones de gastos en los grupos son:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial m_R}{\partial P_R} &= -\theta \frac{\partial m_R}{\partial m} \left(1 - \frac{\partial m_R}{\partial m} \right) = \\
&= \frac{1}{\frac{v}{\omega}} m_R \eta_R \left(1 - \frac{m_R}{m} \eta_R \right) \\
\frac{\partial m_R}{\partial P_K} &= \theta \frac{\partial m_R}{\partial m} \frac{\partial m_K}{\partial m} = \\
&= -\frac{1}{\frac{v}{\omega}} \left(\frac{m_R m_K}{m} \right) \eta_R \eta_K
\end{aligned}$$

Además, una vez conocidos los coeficientes en los índices de precio (III), el impacto en el nivel de gasto de un grupo por un cambio en cualquier precio elemental es obtenido. Pero, antes de obtener éstos, debemos realizar una prueba de la hipótesis de separabilidad en una particular partición del conjunto de bienes. Los datos usados pertenecen al estudio efectuado por el CONADE, en el año 1963, sobre los presupuestos de consumidores en todo el país (31).

Idealmente, la prueba de la hipótesis de separabilidad tendría que estar basada, ya sea en las propiedades de la función de utilidad (revealed preferences), o en las estimaciones de los términos de sustitución de SLUTSKY. Ambas requieren datos sobre series de tiempo, y son, por esta razón, difíciles de realizar. Una simple prueba, que es necesaria pero no suficiente para determinar la separabilidad, se puede efectuar sobre la base de datos transversales. Consiste en controlar, en una partición dada, el hecho que bajo la hipótesis de separabilidad,

$$\eta_r / \eta_{r/R} = \eta_R$$

toma el mismo valor para todos los r en un mismo grupo R.

Usando la partición dada por CONADE, fueron obtenidos los estimadores de η_r y de $\eta_{r/R}$ con respecto al ingreso disponible y a los gastos por grupo, respectivamente.

La Tabla II muestra el código de la partición usada. La Tabla III proporciona, en la segunda columna, los ajustes de mínimos cuadrados de funciones doble logarítmicas, relacionando gastos en artículos específicos con el ingreso disponible. También da, en la tercera columna, ajustes similares sobre los niveles del gasto en los grupos. En la cuarta columna, proporciona las razones $\eta_R = \eta_r / \eta_{r/R}$. Se puede

TABLA II
 CODIGO DEL ESTUDIO DE PRESUPUESTOS FAMILIARES,
 CONADE - 1963

I - <i>Alimentos</i> 1.1 Carne y pescado 1.2 Papas y batatas 1.3 Frutas y vegetales 1.4 Pan y féculas 1.5 Leche y crema 1.6 Azúcar 1.7 Aceite 1.8 Queso 1.9 Bebidas sin alcohol 1.10 Cerveza 1.11 Vino 1.12 Otras bebidas alcohólicas 1.13 Otros alimentos 1.14 Restaurantes y confiterías	5.2 Gastos y mantenimiento 5.3 Impuestos
II - <i>Menaje</i> 2.1 Artículos de limpieza 2.2 Combustibles domésticos	VI - <i>Automóvil</i> 6.1 Combustible y lubricantes 6.2 Seguros 6.3 Garage 6.4 Repuestos y accesorios
III - <i>Gastos generales</i> 3.1 Otros gastos 3.2 Cigarrillos 3.3 Diarios 3.4 Higiene personal 3.5 Peluquería 3.6 Tintorería 3.7 Recreamiento 3.8 Transporte local 3.9 Luz, gas y teléfono 3.10 Cuotas de clubs y mutuales	VII - <i>Gastos no frecuentes</i> 7.1 Transporte nacional 7.2 Transporte internacional 7.3 Vacaciones y turismo 7.4 Escuela 7.5 Médico y sanatorio 7.6 Vajilla y mantelería 7.7 Otros gastos 7.8 Gastos extraordinarios
IV - <i>Servicio doméstico</i> V - <i>Vivienda</i> 5.1 Alquileres y amortizaciones	VIII - <i>Indumentaria</i> 8.1 Ropa de hombre 8.2 Ropa de mujer 8.3 Ropa de niños
	IX - <i>Calzado</i> X - <i>Bienes durables</i> 10.1 Casas y departamentos 10.2 Terrenos 10.3 Automóvil 10.4 Muebles 10.5 Joyas y pieles 10.6 Heladera y lavarropas 10.7 Televisión 10.8 Cocina y calefacción 10.9 Radio y aspiradora 10.10 Aire acondicionado 10.11 Otros bienes

TABLE III
 TEST DE SEPARABILIDAD Y COEFICIENTES DEL INDICE PRECIO

Código	η_r	$\eta_{r/R}$	η_R	w_r	$-a^*_r$
I —	0,502	—	0,502	0,338	—
1,1	0,489	1,017	0,481	0,087	1,282
1,2	0,327	0,638	0,513	0,018	0,282
1,3	0,543	1,095	0,496	0,055	0,794
1,4	0,295	0,617	0,478	0,027	0,429
1,5	0,560	1,122	0,499	0,021	0,300
1,6	0,308	0,642	0,480	0,012	1,188
1,7	0,311	0,622	0,500	0,011	0,176
1,8	0,659	1,321	0,499	0,010	0,135
1,9	0,599	1,235	0,485	0,016	0,224
1,10	1,713	3,615	0,474	0,002	0,018
1,11	0,369	0,763	0,484	0,016	0,247
1,12	1,365	2,958	0,529	0,002	0,180
1,13	0,490	0,942	0,520	0,048	0,706
1,14	1,343	2,543	0,528	0,012	0,118
II —	0,242	—	0,242	0,020	—
2,1	0,481	1,957	0,246	0,014	7,000
2,2	0,257	1,018	0,252	0,006	4,000
III —	0,763	—	0,763	0,134	—
3,1	1,625	2,194	0,739	0,002	0,029
3,2	0,990	1,330	0,744	0,019	0,373
3,3	0,965	1,266	0,762	0,010	0,196
3,4	0,428	0,562	0,762	0,023	0,578
3,5	1,014	1,332	0,761	0,009	0,176
3,6	1,581	2,115	0,748	0,004	0,053
3,7	1,463	1,930	0,758	0,007	0,108
3,8	1,043	1,407	0,741	0,020	0,382
3,9	0,581	0,754	0,771	0,034	0,804
3,10	0,859	1,116	0,770	0,006	0,127
IV —	2,193	—	2,193	0,014	—
V —	0,746	—	0,746	0,037	—
5,1	0,780	1,046	0,746	0,027	2,179

TABLA III (Continuación)

Código	η_r	$\eta_{r/R}$	η_R	w_r	$-a_r^*$
5,2	1,186	1,581	0,750	0,004	0,250
5,3	0,372	0,498	0,747	0,006	0,571
VI —	2,481	—	2,481	0,023	—
6,1	2,620	0,925	2,832	0,013	0,088
6,2	3,310	1,074	3,082	0,006	0,035
6,3	2,870	0,905	3,171	0,002	0,000
6,4	2,809	0,910	3,087	0,003	0,018
VII —	1,041	—	1,041	0,083	—
7,1	1,175	1,121	1,048	0,003	0,058
7,2	2,789	2,656	1,050	0,001	0,000
7,3	2,054	1,970	1,043	0,014	0,151
7,4	1,601	1,533	1,044	0,013	0,209
7,5	0,768	0,722	1,050	0,016	0,419
7,6	1,333	1,274	1,046	0,006	0,116
7,7	0,984	0,940	1,047	0,018	0,413
7,8	0,152	0,102	1,490	0,011	0,407
VIII —	0,988	—	0,988	0,061	—
8,1	1,093	1,119	0,977	0,028	0,883
8,2	0,894	0,892	1,002	0,250	0,883
8,3	1,111	1,127	0,986	0,008	0,250
IX —	0,673	—	0,673	0,021	—
X —	2,120	—	2,120	0,074	—
10,1	3,431	1,339	2,562	0,010	0,029
10,2	2,681	1,092	2,455	0,003	0,007
10,3	3,454	1,410	2,450	0,027	0,088
10,4	2,586	1,106	2,338	0,006	0,015
10,5	2,606	1,050	2,482	0,002	0,007
10,6	1,435	0,853	1,682	0,007	0,081
10,7	1,619	0,935	1,732	0,011	0,111
10,8	1,508	0,800	1,885	0,002	0,022
10,9	1,263	0,706	1,789	0,001	0,015
10,10	2,356	0,949	2,483	0,001	0,007
10,11	1,704	0,678	2,513	0,004	0,037

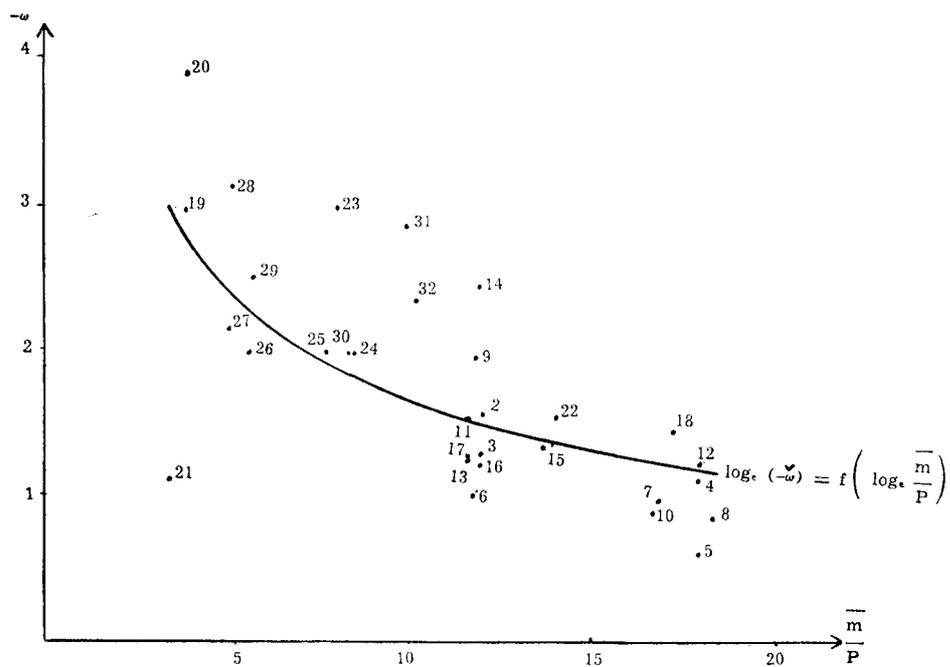


FIGURA I.—Comparaciones internacionales de la flexibilidad del dinero.

observar que η_r es aproximadamente constante dentro de cada grupo, siendo el último grupo el peor, compuesto por bienes de consumo durable. Por lo tanto no hemos rechazado la hipótesis de que la partición de CONADE sea separable, aunque una descomposición del grupo de durables puede ser prudente.

El próximo paso consiste en determinar los coeficientes

$$a_r = \frac{\theta \partial q_r / \partial m - q_r}{\theta \partial m_r / \partial m} = \frac{(\theta \eta_r - m) q_r}{\theta m_r \eta_r} = \frac{(\eta_r + \omega) q_r}{m_r \eta_r}$$

en los índices de precio de grupos $dP_R = \sum_r a_r dp_r$. Todos los elementos de estos coeficientes pueden obtenerse de datos de sección transversal. Si, como es común, se está interesando en la tasa de cambios de los precios, entonces se puede computar las ponderaciones:

$$a_r^* = \left(\frac{\eta_r + \omega}{w_r \eta_r} \right) w_r$$

$$\text{para el índice } dP_R = \sum_r a_r^* \left(\frac{dp_r}{p_r} \right)$$

Estas últimas ponderaciones tienen la ventaja de no requerir la definición de cantidades, las cuales usualmente no están disponibles para la mayoría de los ítems. La Tabla III nos da w_r y $-\overset{\vee}{a}_r^*$ para cada artículo usando $\omega = -3$.

Finalmente las estimaciones de los cambios en gastos de grupo $\partial m_r / \partial P_R$, $\partial m_r / \partial P_K$, están dadas en la Tabla IV.

En resumen, el conocimiento de las ponderaciones a_r^* nos da el cambio en el índice de precio del grupo correspondiente a cualquier porcentaje de cambio en los precios de artículos de este grupo. El conocimiento de estos cambios y de los coeficientes $\partial m_r / \partial P_K$ nos da entonces el cambio en el nivel de gastos de grupo.

Por ejemplo una suba en el nivel de precio de la carne del 10 % se traduce en un cambio en el índice de precio de alimentos de 0,128 pesos de 1963. Este cambio induce una baja en el gasto en alimentos de 393,34 pesos, la cual representa una disminución del 1,8 % en el nivel de gasto en alimentos; induce también una baja en el gasto de artículos de menaje de 12,67 pesos, o sea una disminución del 1 % en el nivel de gasto en artículos de menaje, etc.

TABLA IV
CAMBIOS EN NIVELES DE GASTOS: $\partial m_R / \partial P_K$, EN PESOS DE 1963

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	Per cap. m_R
I Alimentos	-3073	99	375	115	100	210	314	220	53	575	21.861
II Menaje		-575	60	18	16	34	50	35	8	92	1.310
III General			-1991	69	61	127	190	133	32	348	8.700
VI Servicio				-657	19	39	58	41	10	106	926
V Vivienda					-580	34	51	36	9	93	2.379
VI Automóvil						-1180	107	75	18	195	1.500
VII No frecuente							-1704	111	27	291	5.338
VIII Indumentaria								-1217	19	204	3.933
IX Calzado									-309	49	1.390
X Durables										-2883	4.800
Ingreso											64.693

Fuente m_R per capita: CONADE (31), usando un tamaño promedio del hogar familiar de 3,9 personas, en base de los datos de CELADE, "Estimación del Número de Hogares Familiares según Sexo - Edad del Jefe, 1960-1980, Argentina". Serie C, Nº 83, p. 9.

IV

Estimación de los Parámetros de Demanda para Carnes y Otros Alimentos en la Argentina, 1950-63

Habiendo obtenido estimaciones de ω^v en la Parte II y de los parámetros de primera etapa $\partial m_R / \partial m$ en la Parte III, todo lo que necesitamos, a fin de estimar las elasticidades de precio e ingreso para bienes específicos, como las carnes vacuna, ovina y porcina en la Argentina, es estimar los parámetros de segunda etapa $(\partial q_r / \partial p_r)_{m_R}$ y $\partial q_r / \partial m_R$. Solamente se necesitan para este fin series de datos de las cantidades consumidas de vacunos, ovinos y porcinos, de los precios de todos los artículos del grupo alimentos separable y del total de gastos en alimentos.

Los datos que se usan a fin de ajustar las funciones de demanda de segunda etapa son dados en el Apéndice III. Las variables son:

- Q_r/N Consumo anual del bien r en kilogramos per cápita.
- p_r Precio corriente minorista del bien r en pesos.
- P_o Índice de precio de productos alimenticios excluyendo las carnes vacunas, ovinas y porcinas, obtenido del índice de costo de vida para alimentos.
- m_A Gastos anuales totales en alimentos en la Argentina, tomados en miles de millones de pesos corrientes.
- N Población total, en millones de personas.

Obtenemos, por mínimos cuadrados, ajustes de ecuaciones del tipo:

$$\log_e \left(\frac{Q_r}{N} \right) = a_r + \sum_{r'=1}^3 (E_{r'r'})_{m_A} \log_e \frac{P_{r'}}{P_o} + \eta_{r/A}$$

$$\log_e \left(\frac{m_A}{N p_o} \right), r' = 1, 2, 3.$$

Regresiones con una tendencia y con consumo defasado de un año fueron probadas, y el mejor de los tres ajustes, en base al R^2 , fue retenido. Los resultados aparecen en la Tabla V.

TABLA V

ELASTICIDADES PRECIO E INGRESO DE SEGUNDA ETAPA Y EN DOS ETAPAS

	$(E_{r,r'})_{m_A}$		$\eta_{r/A}$	$w_{r/A}$	$(\frac{Q_r}{N})_{-1}$	t	R ²	DW	
Vacunos	- 0,466 (-15,101)	-0,062 (-1,656)	0,151 (2,182)	-0,073 (-0,562)	-0,450 (4,882)	0,227	-0,026 (-0,316)	0,979	2,25
Ovinos	0,181 (1,658)	-0,164 (-1,548)	0,138 (0,812)	-0,385 (-2,265)	0,232 (0,630)	0,013	-0,031 (-3,438)	0,818	3,23
Porcinos	- 0,161 (- 4,756)	0,133 (2,554)	-0,813 (-11,293)	-0,012 (0,028)	0,853 (7,237)	0,014	0,333 (3,025)	0,963	3,12
Otros	- 0,189	-0,019	-0,005	-0,971	1,184 (14,095)	0,746			
	$E_{r,r'}$		η_r	w_r					
Vacunos	- 0,387 (< -15,101)	-0,067	0,155	0,514	0,226 (5,650)	0,077			
Ovinos	0,223	-0,162 (< -1,548)	0,138	-0,270	0,116 (0,446)	0,004			
Porcinos	- 0,011	0,140	-0,806 (-11,293)	0,411	0,428 (4,756)	0,005			
Otros	0,017	-0,007	0,007	-0,384	0,594 (8,486)	0,252			
Alimentos					0,502 (10,745)	0,338			

La elasticidad precio cruzada entre cada carne y los otros alimentos $(E_{ro})_{m_A}$ es igual a la suma con signo cambiado de los coeficientes de regresión correspondientes a regresores deflacionados. Las elasticidades de precio e ingreso de los otros alimentos se obtienen de las elasticidades de precio e ingreso de las carnes, utilizando la restricción presupuestaria en el grupo alimentos, $\sum_{r \in A} p_r q_r = m_A$.

Derivando esta restricción con respecto a m_A , obtenemos una restricción de ENGEL de segunda etapa, $\sum_{r \in A} w_{r/A} \eta_{r/A} = 1$, donde $w_{r/A} = p_r q_r / m_A$ es la porción de gastos en el artículo r dentro del grupo alimentos. Estas porciones de gastos aparecen en la Tabla V. Podemos entonces resolver para la elasticidad de gastos en otros alimentos,

$$\eta_{o/A} = (1 - \sum_{r=1}^3 w_{r/A} \eta_{r/A}) / w_{o/A} = 1,184$$

Derivando también la restricción presupuestaria de segunda etapa con respecto a los precios, obtenemos una restricción de COURNOT de segunda etapa, la cual implica que

$$\sum_{r \in A} (E_{or})_{m_A} + \eta_{o/A} = 0.$$

Esta ecuación nos permite obtener $(E_{oo})_{m_A}$ la elasticidad precio propio de segunda etapa de los otros alimentos, una vez obtenidos los $(E_{or})_{m_A}$. Estos se consiguen de los $(E_{ro})_{m_A}$ usando la propiedad de simetría de los términos de sustitución de segunda etapa de SLUTSKY:

$$(E_{or})_{m_A} = (E_{ro})_{m_A} (w_{r/A} / w_{o/A}) + w_{r/A} (\eta_{r/A} - \eta_{o/A}).$$

Los resultados aparecen en la Tabla V.

Una vez obtenidos todos los parámetros de segunda etapa, podemos conseguir las elasticidades de demanda en dos etapas, de las ecuaciones (V), (VI), y (VII). Estas aparecen en la parte inferior de la Tabla V. Las elasticidades de precio cruzadas entre productos alimenticios y productos no-alimenticios detallados en la encuesta del CONADE pueden ser obtenidos directamente de la ecuación (VI), pero no son presentados para economizar impresión.

Los tests de significancia de las elasticidades de demanda en dos etapas pueden ser obtenidos de la distribución de los estimadores

de los parámetros de segunda etapa, usando la aproximación de RAO.³ Bajo el supuesto que los términos estocásticos en las ecuaciones de gastos y de demanda representan errores en el proceso de maximización de la función de utilidad, los residuales no serán correlacionados cuando pertenezcan a ecuaciones que correspondan a distintas decisiones. Por eso, los residuales en las funciones de gastos no son correlacionados con los residuales en las ecuaciones de demanda de segunda etapa, ni tampoco los residuales en las funciones de demanda de segunda etapa entre sí cuando pertenecen a distintos grupos. Entonces,

$$\text{Cov} (\eta_R, \eta_{r/R}) = \text{Cov} (\eta_{k/K}, \eta_{r/R}) = 0.$$

Las varianzas de las elasticidades de ingreso en dos etapas son:

$$\text{Var} (\eta_R) = \eta_R^2 \text{Var} (\eta_{r/R}) + \eta_{r/R}^2 \text{Var} (\eta_R)$$

Las varianzas de las elasticidades de precio en dos etapas en término de las varianzas de los estimadores de los parámetros de segunda etapa pueden ser obtenidos igualmente. La expresión que se consigue es más complicada. Pero, por lo menos por las elasticidades de precio propio, el factor que se agrega a la elasticidad de segunda etapa es positivo y relativamente pequeño. Entonces podemos considerar como significativamente distintas de cero las elasticidades que corresponden a un parámetro de segunda etapa que ya lo es.

³ Ver RAO, C. D., *Advanced Statistical Methods en Biometric Research*, Wiley 1952, p. 207. Ver también FULLER, W. A., "Estimating the Reliability of Quantities Derived from Empirical Production Functions", *Journal of Farm Economics* 44: 1962, 82-99.

BIBLIOGRAFIA

- (1) GOLDMAN, S. y UZAWA, H., "A Note on Separability in Demand Analysis", *Econometrica* 32: 1964, 387-398.
- (2) FRISCH, R., "A Complete Scheme for Computing all Direct and Cross Demand Elasticities in a Model of Many Sectors", *Econometrica* 27: 1959, 177-196.
- (3) GORMAN, S., "Separable Utility and Aggregation", *Econometrica* 27: 1959, 469-481.
- (4) DE JANVRY, A., "Empirical Analysis of Consumer Behavior; An Application to Argentina", ITDT Seminar, Revised September 1969, 90 p.
- (5) BRANDOW, G. E., *Interrelations Among Demands for Farm Products and Implications for Control of Market Supply*, Pennsylvania Agr. Exp. Sta. Bul. 680, Aug. 1961.
- (6) POWELL, A., "Post-war Consumption in Canada: a first look at the aggregates", *Canadian Journal of Economics and Political Science* 31, 1965, pp. 559-565.
- (7) POWELL, A., "A Complete System of Consumer Demand Equations for the Australian Economy Fitted by a Model of Additive Preferences", *Econometrica* 34: 1966, 661-675.
- (8) DILLON, J. and POWELL, A., "Un Modelo Económico de la Demanda al Detalle en Santiago de Chile", *Cuadernos de Economía*, Año 2, N° 7, Sept-Dec. 1965, pp. 31-38.
- (9) AMUNDSEN, A., "Private Consumption in Norway", in *Europe's Future Consumption*. J. Sandee edition, North-Holland Publishing Co., 1964, pp. 162-164.
- (10) JOHANSEN, L., *A Multi-Sectoral Study of Economic Growth*, Amsterdam, North Holland Publishing Co., 1960.
- (11) BARTEN, A. P., "Estimating Demand Equations", *Econometrica* 36: 1968, p. 240.
- (12) BARTEN, A. P., "Evidence on the Slutsky conditions for Demand Equations", *Review of Economics and Statistics*, 49: 1967, 77-84.
- (13) BARTEN, A. P., "Consumer Demand Functions Under Conditions of Almost Additive Preferences", *Econometrica* 32: 1964, p. 22.
- (14) THEIL, H., "The Information Approach to Demand Analysis", *Econometrica* 33: 1965, 67-68.
- (15) PEARCE, I., "An Exact Method of Consumer Demand Analysis", *Econometrica* 29: 1961, p. 507.
- (16) GRUEN, F. H. and others, "Long Term Projections of Agricultural Supply and Demand, Australia 1965-1980", *Department of Economics*, Monash University, Clayton, Victoria, Australia, 1967, pp. 4-12.
- (17) DALY, R., "Demand for Farm Products Retail and the Farm Level", *JASA* September 1958.

- (18) WAUGH, ., "Demand and Price Analysis", *U.S.D.A. Technical Bulletin* N° 1316, Wash. D. C. 1964, p. 13.
- (19) BRANDOW, G. E., *Interrelations Among Demands for Farm Products and Implications for Control of Market Supply*, Pennsylvania Agr. Exp. Sta. Bul. 680, Aug. 1961.
- (20) BURK, M., "Trends and Patterns of U. S. Food Consumption", *U.S.D.A. Economic Research Service, Agriculture Handbook* N° 214, 1961, Table 3.2.
- (21) TWEETEN, L., "The Demand for United States Farm Output", *Stanford Food Research Institute*, 1968.
- (22) GIRSCHICK, M. A., and HAAVELMO, T., "Statistical Analysis of the Demand for Food: Examples of Simultaneous Estimations of Structural Equations", *Econometrica*, Vol. 15, 1947.
- (23) TOBIN, J., "A Statistical Demand Function for Food in the USA", *J. Roy Stat. Soc. Ser. A.*, 113: 141.
- (24) COCHRANE, W. and LAMPE, H., "The Nature of the Race Between Food Supplies and Demand in the United States", *J. P. E.*, 35: 1953, p. 206.
- (25) CHETTY, V., "Pooling of Time Series and Cross Sections data", *Econometrica*, 36: 1968, 287-288.
- (26) FOX, K., "A Structural Analysis and the Measurement of Demand for Farm Products", *Review of Economics and Statistics*, Feb. 1954, p. 63.
- (27) SUITS, D. and SPARKS, G., "Consumption Regressions with Quarterly Data", in the *Brookings Quarterly Econometric Model of the United States*, J. Duesenberry and others ed., Chapter 7, Rand Mc Nally, 1965.
- (28) BARREIROS, I. de, FUCARACCIO, A. and HERSCHEL, F., "Funciones de Consumo en la Argentina", *Reunión de Centros de Investigación Económica*, Dec. 1965, pp. 30.
- (29) CONADE-CEPAL, *Distribución del Ingreso y Cuentas Nacionales en Argentina*, Buenos Aires 1965.
- (30) WILKS, S., "Weighting Systems for Linear Functions of Correlated Variables when there is no Dependent Variable", *Psychometrika*, 3: 1938, 23-40.
- (31) CONADE, *Estudios de Política Fiscal en la Argentina*, Tema de Divulgación Interna N° 65, Tomo VI, Buenos Aires, 1967.

APENDICE I

*DETERMINACION DE LOS INDICES DE PRECIO PARA MAXIMIZACION
EN DOS ETAPAS DE UNA FUNCION DE UTILIDAD
FUERTEMENTE SEPARABLE*⁴

Queremos determinar índices de precio, para grupos de bienes en el presupuesto, de forma

$$dP_R = \sum_{r \in R} a_r dp_r, \quad a_r = a_r(p_1, \dots, p_n, m), \quad R = 1, \dots, S,$$

en la base de los cuales una función de utilidad fuertemente separable pueda ser maximizada en dos etapas, y llegar a cantidades demandadas que sean igual a las obtenidas por maximización directa de la misma función de utilidad. Como lo demostró GORMAN (3, p. 271), estos índices tienen que ser tal que

$$\frac{\partial m_R / \partial p_k}{\partial m_R / \partial p_{k'}} = \frac{(\partial m_R / \partial P_R) (\partial P_R / \partial p_k)}{(\partial m_R / \partial P_R) (\partial P_R / \partial p_{k'})} \equiv \frac{a_k}{a_{k'}},$$

independiente de R.

Bajo el supuesto de separabilidad fuerte, los términos de sustitución de SLUTSKY para bienes en distintos grupos toman la forma $K_{rk} = \theta (\partial q_r / \partial m) (\partial q_k / \partial m)$, $r \in R$, $k \in K \neq R$, donde θ es un factor de proporcionalidad [ver (1)].

Entonces las diferenciales totales de las funciones de demanda resultando de la maximización directa de una función de utilidad fuertemente separable pueden ser escritas, usando la descomposición de SLUTSKY en efectos de sustitución y de ingreso,

$$dq_r = \sum_{r' \in R} K_{rr'} dp_{r'} + \theta \frac{\partial q_r}{\partial m} \sum_{K \neq R} \sum_k \frac{\partial q_k}{\partial m} dp_k$$

$$+ \frac{\partial q_r}{\partial m} \left(dm - \sum_{R=1}^S \sum_r q_r dp_r \right), \quad r \in R.$$

Multiplicando por el precio, y sumando sobre todos los bienes en el mismo grupo R, obtenemos,

⁴ Por un desarrollo más completo, ver A. DE JANVRY (4).

$$\sum_r p_r dq_r = \sum_r \sum_{r'} K_{rr'} p_r dp_{r'} + \theta \left(\sum_r p_r \frac{\partial q_r}{\partial m} \right) \left(\sum_{k \neq R} \sum_k \frac{\partial q_k}{\partial m} dp_k \right) \\ + \left(\sum_r p_r \frac{\partial q_r}{\partial m} \right) \left(dm - \sum_R \sum_r q_r dp_r \right)$$

Pero, de la restricción del presupuesto,

$$\sum_R \sum_r K_{rr'} p_r = 0 \text{ y } \sum_R \sum_r p_r (\partial q / \partial m) = 1 \text{ (agregación de ENGEL).}$$

Entonces,

$$\sum_r K_{rr'} p_r = -\theta \frac{\partial q_{r'}}{\partial m} \left(1 - \sum_{r \in R} \frac{\partial q_r}{\partial m} p_r \right).$$

Sustituyendo en las ecuaciones de demanda, y denotando por

$$\partial m_R / \partial m = \sum_r p_r (\partial q_r / \partial m),$$

obtenemos

$$\sum_r p_r dq_r = -\theta \sum_{r \in R} \frac{\partial q_r}{\partial m} dp_r + \frac{\partial m_R}{\partial m} \sum_k \sum_k \left(\theta \frac{\partial q_k}{\partial m} - q_k \right) dp_k + \\ + \frac{\partial m_R}{\partial m} dm.$$

Entonces, el cambio en el nivel de gasto en el grupo R,

$$dm_R = \sum_r p_r dq_r + \sum_r q_r dp_r,$$

determinado por maximización directa es

$$dm_R = - \sum_{r \in R} \left(\theta \frac{\partial q_r}{\partial m} - q_r \right) dp_r + \frac{\partial m_R}{\partial m} \sum_k \sum_k \left(\theta \frac{\partial q_k}{\partial m} - q_k \right) dp_k + \\ + \frac{\partial m_R}{\partial m} dm.$$

Entonces, si definimos índices de precio de grupo como

$$dP_R = \sum_r \left(\theta \frac{\partial q_r}{\partial m} - q_r \right) dp_r / \theta \frac{\partial m_R}{\partial m}$$

estos índices satisfacen las condiciones de agregación de GORMAN,

$$a_r / a_{r'} = \left(\theta \frac{\partial q_r}{\partial m} - q_r \right) / \left(\theta \frac{\partial q_{r'}}{\partial m} - q_{r'} \right)$$

independiente de K.

Las funciones de gasto correspondiendo a estos índices son entonces, también en forma diferencial,

$$dm_R = -\theta \frac{\partial m_R}{\partial m} \left(1 - \frac{\partial m_R}{\partial m} \right) dP_R + \theta \frac{\partial m_R}{\partial m} \sum_{K \neq R} \frac{\partial m_K}{\partial m} dP_K + \frac{\partial m_R}{\partial m} dm.$$

APENDICE II

DATOS UTILIZADOS PARA ESTIMAR UNA FUNCION DE DEMANDA AGREGADA PARA ALIMENTOS EN LA ARGENTINA, 1950-1963

Años	Q_F 10 ⁹ m\$ _n de 1960	P_F	P_I 1960 = 100	P_s	m 10 ⁹ m\$ _n	N 10 ⁶
1950	224,1	7	9	12	56,2	17,085
1	223,0	9	13	16	56,2	17,496
2	214,6	13	16	20	92,4	17,893
3	226,2	15	17	22	104,2	18,217
4	229,8	15	18	23	118,1	18,559
5	250,4	17	20	26	143,7	18,908
6	258,9	20	26	30	175,9	19,293
7	253,4	27	31	35	225,0	19,668
8	272,4	35	41	47	336,3	20,086
9	241,5	78	81	81	639,2	20,476
1960	249,3	100	100	100	790,5	20,850
1	265,8	110	117	128	950,1	21,203
2	268,4	143	148	153	1.217,8	21,540
3	270,3	173	186	187	1.471,8	21,870

Fuentes: Q_F , P_F , P_I , P_s , m : CONADE-CEPAL (29, P. 152-153).

N: Instituto Nacional de Estadística y Censos, Proyección Quincenal de la Población, 1965-2000, Buenos Aires, 1968.

APENDICE III

DATOS UTILIZADOS PARA ESTIMAR FUNCIONES DE DEMANDA DE SEGUNDA ETAPA,
ARGENTINA 1950-1963

Años	Vacunos Q_1/N kg	Ovinos Q_2/N kg	Porcinos Q_3/N kg	Vacunos p_1 m\$/kg	Ovinos p_2 m\$/cab.	Porcinos p_3 m\$/kg	Otros p_0 1960 = 100	m_A 10 ⁹ m\$
1950	94,50	7,14	7,70	1,40	29,32	1,57	8,65	15,49
1	92,79	7,04	6,91	2,15	50,26	2,36	11,39	19,69
2	84,54	6,74	6,92	3,56	55,95	2,84	16,16	26,50
3	84,27	6,95	7,24	4,00	68,08	3,09	16,29	31,58
4	85,32	7,07	7,15	4,00	68,21	3,49	16,16	33,18
5	91,60	6,27	7,57	4,00	74,95	3,56	18,43	38,85
6	97,10	6,28	8,25	4,00	112,09	4,27	21,51	46,72
7	95,16	5,54	8,67	6,00	127,33	5,63	28,09	65,33
8	94,28	6,61	7,80	8,50	144,45	7,99	38,35	90,29
9	69,72	6,29	6,94	29,80	378,77	16,40	79,60	179,04
1960	72,32	5,92	8,27	34,38	414,61	16,23	100,00	235,41
1	82,49	5,93	8,46	33,32	362,10	19,72	113,24	275,26
2	85,13	5,77	7,10	40,37	455,11	31,82	148,19	364,22
3	85,67	5,23	6,63	52,47	916,38	42,95	172,45	458,02

Fuentes: Q_1 , Q_2 , Q_3 : Junta Nacional de Carnes, Estadísticas Básicas 1968, p. 7.

p_1 , p_2 , p_3 : Junta Nacional de Carnes, Estadísticas Básicas 1968, p. 18 (Ovinos: 1 cabeza = 18,15 kg.).

p_0 : obtenido del índice de Costo de Vida para alimentos, Dirección Nacional de Estadística y Censos.

m_A : CONADE-CEPAL (29, pp.154-155).

ESTIMACION DE SISTEMAS DE ECUACIONES DE GASTOS Y DEMANDA**Resumen**

Severas limitaciones al uso de la teoría clásica de la conducta del consumidor como base del análisis empírico surgen del gran número de parámetros dentro de las ecuaciones de demanda, de la dificultad de definir cantidades para muchas categorías de gastos, de la escasez general de series de datos, así como también de la existencia de multicolinealidad entre series de precios. Restringiendo el modelo clásico a uno donde las decisiones se hacen en etapas por una asignación preliminar del presupuesto sobre períodos de tiempo y categorías de artículos, se obtiene un medio por el cual se alivian estas limitaciones. El método propuesto permite la estimación de funciones de gastos para categorías mayores de artículos y de ecuaciones de demanda. Utiliza ambos datos de sección transversal y de series de tiempo a fin de limitar los requerimientos de estos últimos. Permite predecir por etapas desde el consumo hasta el nivel de gastos en categorías mayores de artículos y las cantidades demandadas. Se ha hecho una aplicación con datos Argentinos.

Summary**ESTIMATION OF SYSTEMS OF EXPENDITURE AND DEMAND EQUATIONS**

Severe limitations to the use of the classical theory of consumer behavior as a basis for empirical analysis stem from the large number of parameters demand equations contain, from the difficulty of defining quantities for many categories of expenditures, from the general lack of time series data and from the occurrence of multicollinearity among price series. Restricting the classical model to one where decision making is made stepwisely by preliminary budgeting over time periods and categories of items provides a mean of alleviating these limitations and of bridging the gap between theory and empirical analysis. The method proposed, permits the estimation of expenditure functions for major categories of items and of demand equations. It makes use of both cross-section and time series data to limit the requirements of these last. It enables to make forecasts stepwisely, from consumption to expenditure levels on major categories of items, and to quantities demanded. An application is made with Argentine data.