

COMUNICACIONES

LA EFICIENCIA EN LA FRONTERA DE POSIBILIDADES DE UTILIDAD: UNA NOTA PEDAGOGICA

JUAN CARLOS DE PABLO*

La frontera de posibilidades de utilidad (FPU) señala el máximo nivel —ordinal— de utilidad que puede alcanzar un individuo sujeto a un nivel de utilidad del otro individuo, dadas las cantidades de recursos productivos y las funciones de producción.

El objetivo de este trabajo es demostrar gráficamente que toda combinación de utilidades donde la relación marginal de sustitución (RMS) de los individuos es igual a la relación de transformación (RMT) de la economía pertenece a la FPU de la sociedad y que todo punto de la FPU corresponde a una combinación de utilidades donde la RMS es igual a la RMT.

En el artículo original de SAMUELSON [2] el punto no se toca (por lo menos explícitamente) y en el trabajo de BATOR [1] se brinda la siguiente explicación:

“Si es posible obtener 2 manzanas reasignando recursos y reduciendo la producción de nueces en 1 unidad, a partir de un punto en la curva de contrato donde la RMS (igual para todos los individuos) es igual a 1 se puede realizar la siguiente operación de ‘arbitraje’. Reasignemos tierra y trabajo para producir 2 manzanas más y 1 nuez menos. Dejando constante al individuo X le reemplazamos a Y 1 manzana por 1 nuez. Dado que la RMS es igual 1 tanto X como Y están igual que antes. Pero existe otra manzana y puesto que su consumo de utilidad a X y/o Y, la situación inicial no estaba en la frontera $U_x U_y$ ”.

Habremos de realizar la demostración en dos partes, aunque utilizando siempre la misma técnica.

* Profesor Adjunto, Universidad del Salvador e Investigador Jefe de la Fundación Investigaciones Económicas Latinoamericanas (FIEL). Agradezco a los alumnos de Economía Internacional II de 1969 de dicha Universidad por haberme forzado a buscar una explicación satisfactoria del punto en consideración.

I

La primera parte de la demostración se realiza en la figura 1.

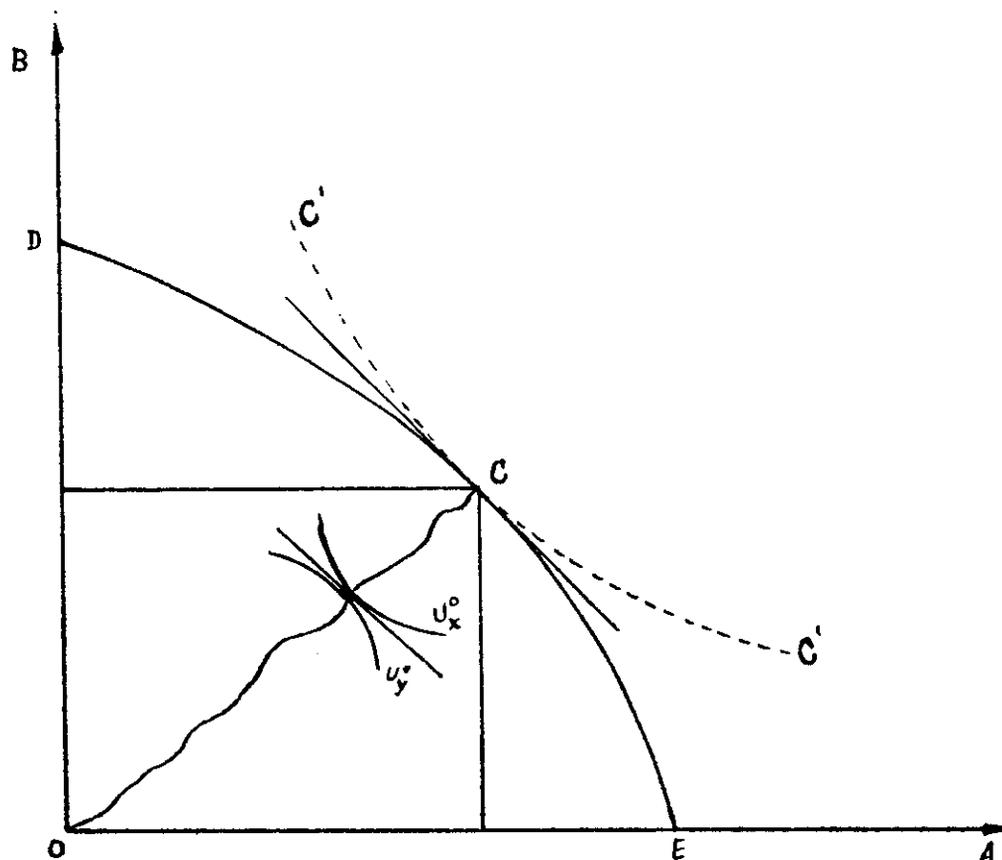


Figura 1

En base a las dotaciones disponibles de factores (L, K) y a las funciones de producción de los bienes (A, B) se obtiene la frontera de posibilidades de producción (FPP) —la curva DCE de la figura 1—. Tomemos un punto dado en la FPP (por ejemplo, el punto C). En C hay una cierta RMT, la tangente da la FPP en dicho punto.

Construimos la caja de EDGEWORTH para ver las posibles distribuciones del total de bienes que corresponde a C entre los individuos. Algunas de esas distribuciones (aquellas para las cuales la RMS es igual para todos los individuos) son eficientes desde el punto de vista del consumo. La unión de todos los puntos donde se sa-

tisface dicha condición genera la curva de contrato (la curva OC de la figura 1).

Busquemos el punto ¹ —dentro de la curva de contrato— donde la RMS es igual a la RMT. En dicho punto el individuo X tiene un nivel —ordinal— de bienestar U^0_x y por su parte el individuo Y tiene uno igual a U^0_y . Esto implica que en el plano de utilidades tenemos un punto (U^0_x, U^0_y) .

Para demostrar que este punto pertenece a la FPU debemos estar seguros de que es imposible —dados los bienes que puede producir la economía— que un individuo tenga más utilidad que la señalada sin que el nivel de utilidad del otro se deteriore. Pero esto es lo mismo que demostrar que, para satisfacer dichos niveles de utilidad, se necesitan, con distintas cantidades de bienes que en C, más bienes de los que pueden existir.

Como es bien sabido, la curva de SCITOVSKY (CS) —la curva C'C' de la figura 1— une los puntos que señalan las distintas cantidades de bienes que se necesitan para satisfacer niveles dados de utilidad de cada uno de los individuos [2, p. 6]. Procederemos entonces a trazar la CS que corresponde a la distribución de utilidades (U^0_x, U^0_y) . Al respecto conviene tener presente: (i) la pendiente en C de la CS es igual a la RMS de los individuos; (ii) en este caso la RMS es igual a la RMT, por lo que la CS es tangente en C a la FPP; (iii) dado que los mapas de utilidad de los individuos son convexos (hacia el origen) la CS también lo es y (iv) dado que se suponen rendimientos constantes a escala y distinta intensidad de factor en las funciones de producción, la FPP es cóncava hacia el origen.

En estas condiciones resulta claro que ningún punto de la CS pasa por adentro del conjunto de posibilidades de producción (el conjunto formado por las ordenadas y la FPP). Pero esto quiere decir que es imposible para la economía producir otras combinaciones de bienes que brinden un nivel de utilidad superior para un individuo que no sea menor para el otro, con lo cual se prueba la primera parte del enunciado final.

Hasta ahora probamos que toda combinación de utilidades donde la RMS de los individuos es igual a la RMT de la economía pertenece a la FPU. Pero esto no implica que la FPU esté formada **exclusivamente** por puntos que tengan esta condición.

1 Para este razonamiento habremos de ignorar la posibilidad de que haya varios puntos en los cuales $RMS = RMT^0$. La conclusión del trabajo, sin embargo, no se modifica.

En la sección siguiente probaremos que todo punto que no cumpla con esta condición no pertenece a la FPU.

II

La demostración se realiza con la ayuda de la figura 2.

Los símbolos son equivalentes a los del caso anterior. La pendiente en C de la CS es nuevamente igual a la RMS. Pero en este

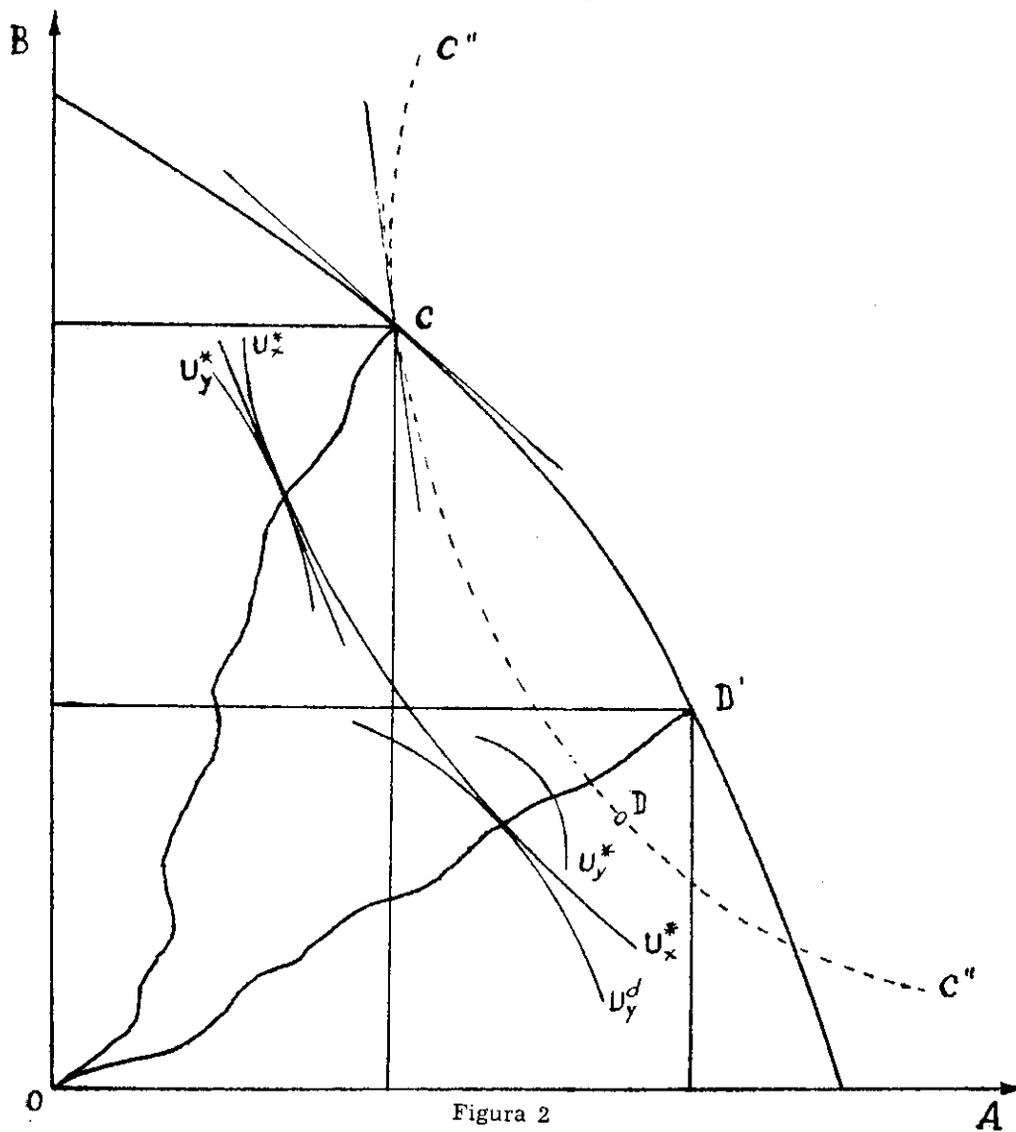


Figura 2

caso la RMS **no** es igual a la RMT, por lo que la CS **no** es tangente de la FPP en C.

Tal como lo muestra la figura 2, en este caso la CS pasa por adentro del conjunto de posibilidades de producción. Tomemos un punto de la CS que sea anterior a dicho conjunto, por ejemplo el punto D. Por definición de CS, en D los niveles de utilidad son U_x^* y U_y^* . Pero tal como lo muestra la figura 2 el punto D es superado por el punto D', que es un punto de producción factible dada la FPP. Por consiguiente al trazar la caja de EDGEWORTH correspondiente a D', el nivel de utilidad eficiente que corresponde a Y para el dado nivel de X (que es U_x^*) será mayor que U_y^* —obsérvese la posición de U_y^d en la nueva caja cuando el origen del mapa de utilidad de Y es D'—. Esto implica —tal como se nota en la figura 3— que

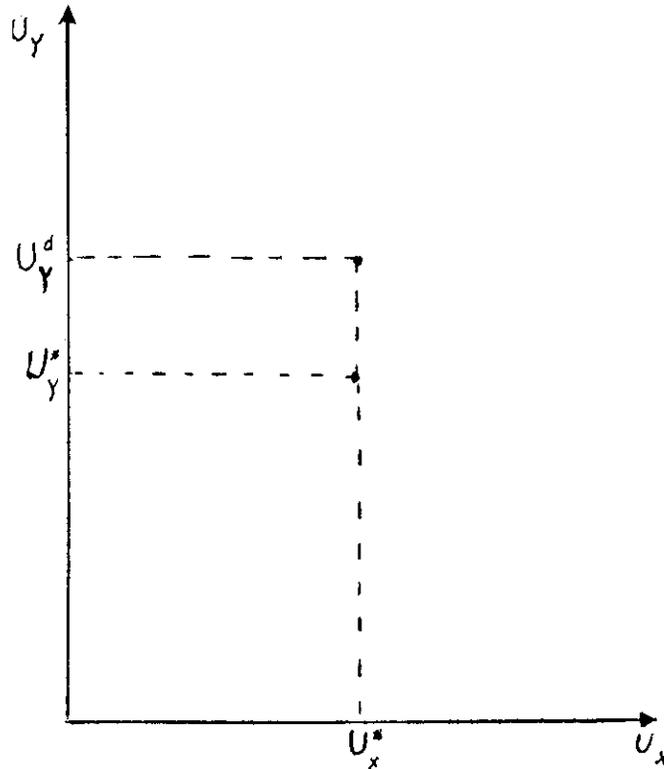


Figura 3

la distribución (U_x^*, U_y^*) no aparecerá en la FPU, con lo cual también se prueba la segunda parte del enunciado inicial.

De la demostración anterior surge claramente que una distribución de utilidades que no es eficiente ni en el consumo ni en la producción tampoco pertenece a la FPU.

REFERENCIAS

- [1] BATOR, F. M.: "The Simple Analytic of Welfare Maximization", *The American Economic Review*, Marzo de 1957, pág. 22-59. Reimpreso en: Breit, W. y Hochman, H. M. (eds.): *Readings in Microeconomics*, Holt, Rinehart & Winston, Inc., 1968, págs. 385-413.
- [2] SAMUELSON, P. A.: "Social Indifference Curves", *Quarterly Journal of Economics*, Febrero de 1956, págs. 1-22. Reimpreso en: Stiglitz, J. E. (ed.): *The Collected Scientific Paper of Paul A. Samuelson*, The M. I. T. Press, 1966, vol. II, pág. 1073-1094.