

## Recolección óptima de residuos patológicos: un modelo matemático para el problema de asignación y ruteo de vehículos periódico

Sebastián Nicolás Pereira<sup>1</sup>, Gabriela Corsano<sup>1</sup> y Yanina Fumero<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Instituto de Desarrollo y Diseño, CONICET-UTN, Avellaneda 3657, S3002GJC Santa Fe, Argentina.

{spereira, gcorsano, yfumero}@santafe-conicet.gov.ar

**Resumen.** Este trabajo presenta un modelo de programación mixta entera lineal basado en un caso real de recolección de residuos patológicos generados en entornos hospitalarios. Diariamente, una flota heterogénea de vehículos es la encargada de recoger los residuos de distintos lugares esparcidos geográficamente y llevarlos a la planta en donde se realiza el proceso de limpieza. Se plantea como un Problema de Ruteo de Vehículos Periódico (PVRP) dado que cada locación tiene una frecuencia de visita semanal específica. Además, se incorporan distintos factores del mundo real, como ventanas de tiempo, tiempo de espera, restricciones de clúster, capacidad de vehículos, entre otras, haciendo el problema más complejo. El objetivo es determinar para cada día del horizonte de planificación, los centros hospitalarios que serán visitados y las rutas que seguirá cada vehículo, a fin de satisfacer las condiciones mencionadas y minimizando los costos de transporte. El enfoque de optimización simultánea propuesto es evaluado en una instancia basada en una empresa local. A través de los resultados obtenidos, se puede observar el importante rol de las herramientas de optimización para guiar la toma de decisiones logísticas de las empresas de gestión de residuos, que normalmente operan de forma empírica.

**Palabras claves:** Residuos Patológicos, PVRP, MILP, Optimización.

### 1 Introducción

Los residuos patológicos son aquellos desechos generados por actividades relacionadas con la atención médica, como las que se llevan a cabo en hospitales, clínicas, consultorios médicos, laboratorios y establecimientos de investigación biomédica. Algunos ejemplos de este tipo de residuos incluyen algodón, gazas, vendas usadas, objetos filosos, entre otros. Debido a su naturaleza y potencial riesgo para la salud pública y el medio ambiente, estos desechos deben ser manejados, almacenados, tratados y eliminados de manera segura y adecuada, siguiendo normativas y protocolos específicos establecidos por autoridades sanitarias y ambientales. Por este motivo, existen compañías dedicadas exclusivamente a la recolección, tratamiento y disposi-

ción final de estos residuos. Sin embargo, estas compañías enfrentan grandes desafíos logísticos para cumplir con las demandas de sus clientes.

El problema de asignación y ruteo de vehículos, conocido en la literatura como el Problema de Ruteo de Vehículos (VRP), ha sido objeto de considerable atención a lo largo de los años debido a su importancia en situaciones prácticas y su naturaleza desafiante. Algunos trabajos de revisión bibliográfica como en [1] y [2], presentan un extenso análisis y clasificación de los trabajos realizados y listan oportunidades de investigación en el área. En una de las revisiones más recientes, los autores presentan una guía concisa de los VRPs existentes y emergentes [3]. En dicho trabajo, se remarca la importancia del estudio de casos reales y la integración de diferentes variantes, como el ruteo, el tipo de flota, y la multiplicidad de períodos de tiempo. Además, un esfuerzo significativo se ha realizado en la investigación de problemas más complejos, que surgen al considerar, por ejemplo, ventanas de tiempos o condiciones especiales para los choferes o los clientes, como suceden realmente en las redes de transporte.

Particularmente, en este trabajo, una de las principales características del problema es la periodicidad de las visitas a cada cliente, que de acuerdo con las variantes y extensiones del VRP presentadas en [4], [5] y [6], es considerado como un VRP Periódico (PVRP), y donde se menciona la recolección de residuos como su principal aplicación. Esta variante es bien estudiada en la literatura desde hace varias décadas. Campbell y Wilson [7] realizan una revisión bibliográfica del PVRP y remarcan la utilización de metaheurísticas, como la principal estrategia de resolución, y el creciente interés en métodos exactos gracias a la constante mejora del poder computacional.

En las últimas décadas, muchas formulaciones se han adaptado a condiciones específicas de problemas particulares. Enfocado exclusivamente al ruteo de los vehículos, Alshraideh y Qdais [8] presentan un modelo matemático para gestionar la recolección de residuos patológicos de hospitales ubicados en la región norte de Jordania. El objetivo es minimizar la distancia recorrida por los vehículos garantizando el nivel de servicio requerido por los hospitales, para lo cual los autores recurren a un enfoque metaheurístico.

Combinando los problemas de ruteo y localización de plantas, Mantzaras y Voudras [9] proponen un modelo no lineal para el diseño de una cadena logística de recolección de residuos hospitalarios para un caso real de Grecia. El modelo propuesto permite determinar la ubicación óptima de las plantas de tratamiento, las estaciones de transferencia, sus capacidades, la cantidad y capacidad de los vehículos y los recorridos. Para la resolución utilizan una metodología basada en metaheurísticas, particularmente con el uso de algoritmo genético y simulación Monte Carlo.

En [10] plantean un modelo matemático lineal multiobjetivo con el fin de minimizar los costos, el riesgo asociado al transporte y tratamiento de los residuos médicos infecciosos y el máximo nivel de residuos en los almacenes de los generadores de residuos. El modelo se aplica a un caso de estudio real de centros médicos ubicados en una ciudad del norte de Irán. Entre las principales decisiones que toma el modelo está la cantidad de centros de tratamiento de residuos temporarios a ser instalados, la ubicación óptima de cada uno, los flujos entre los distintos centros y el máximo nivel de inventario óptimo.

Por otro lado, Taslimi y col. [11] presentan una variación del PVRP considerando simultáneamente el riesgo asociado al transporte de los residuos infecciosos y el riesgo laboral de almacenarlos temporalmente en los centros de salud, para múltiples periodos de tiempo. Con el fin de minimizar el riesgo de contagio total, los autores proponen un método de generación de columnas para resolver el problema.

En [12] abordan la recolección de residuos patológicos de un único hospital con múltiples especialidades médicas ubicado en Coimbatore. El objetivo es reacomodar las distintas guardias médicas con el fin de minimizar las distancias para la recolección de los residuos y proponen una metaheurística para la resolución.

En el presente trabajo se estudia y resuelve el problema de recolección de residuos patológicos de una empresa local, cuyo objetivo es minimizar los costos de transporte satisfaciendo la demanda de sus clientes. Se propone un modelo de programación mixta entera lineal (MILP) para cumplir con los objetivos propuestos. La principal contribución de este trabajo es la resolución simultánea de las decisiones de asignación y ruteo de vehículos, considerando, además, múltiples factores de la realidad como ser distintos tipos de vehículos, periodicidad de visitas, condiciones temporales, entre otras. Este enfoque permite encontrar una solución óptima al problema planteado y representa una herramienta útil al momento de tomar y evaluar decisiones en la empresa.

En la siguiente sección, se detalla la descripción del problema. En la sección 3, el modelo matemático y las principales suposiciones son presentadas, mientras que en la sección 4 se evalúa el modelo y los resultados obtenidos para un ejemplo de tamaño real. Finalmente, en la sección 5, se detallan las conclusiones del presente trabajo.

## 2 Descripción del Problema

El problema que se aborda se centra en una compañía a cargo de la recolección y tratamiento de residuos patológicos que son producidos en distintos ambientes hospitalarios. La empresa acuerda con cada cliente  $i \in I_c$  una frecuencia de visita semanal,  $F_i$ , y una cantidad estimada de recolección  $Dem_{id}$ , donde  $I_c$  denota el conjunto de todos los clientes, y  $d \in D$  representa los días de la semana, con  $D = \{d_1, \dots, d_6\}$ . Con esta información, la empresa debe decidir qué día/s visitar a cada cliente.

Para este propósito, se dispone de una flota fija y heterogénea de vehículos  $k \in K$ . Cada vehículo tiene una capacidad máxima de carga  $Cap_k$  y solo puede realizar un viaje por día, comenzando y finalizando el recorrido en la planta, denotada como  $i_0$ . Se define además la ventana de tiempo  $[e_{kd}, l_{kd}]$ , esto es, el intervalo de tiempo permitido para operar cada camión  $k$  en el día  $d$ , y se le permite demorar a lo sumo  $\beta$  unidades de tiempo para comenzar con su recorrido.

Se define  $I = \{i_0\} \cup I_c$  como el conjunto de todas las locaciones (planta y clientes). Debido a que la empresa presta servicios en distintas localidades y tiene ciertas restricciones sobre los recorridos entre localidades, los clientes son clasificados en  $m$  conjuntos disjuntos dos a dos (clústeres), tales que  $I_c = C_1 \cup C_2 \dots \cup C_m$ . Por otro lado, de acuerdo con la frecuencia de visitas, los clientes se dividen en conjuntos dis-

juntos  $I_{F_i}$ , donde  $I_1$  son los clientes que se visitan una vez en la semana,  $I_2$  dos veces,  $I_3$  tres veces e  $I_6$  todos los días.

Cada día, al menos un vehículo debe partir desde la planta y visitar a un grupo de clientes respetando sus respectivas ventanas de tiempo, representadas por  $[a_{id}, b_{id}]$ , siendo sus extremos el inicio y el fin, respectivamente, de cada ventana. El tiempo requerido para la recolección de residuos en cada cliente es proporcional a su demanda del día  $d$ , y se denomina  $ST_{id}$ . Además, existe un tiempo límite de espera en cada cliente denotado por  $\alpha$ . Una consideración a tener en cuenta es que en el último día laboral de la semana (denotado por  $d_6$ ), la empresa trabaja solo media jornada y con personal reducido, lo que solo permite la utilización de un único vehículo para visitar un conjunto reducido de clientes.

Conociendo además las distancias y tiempos entre todas las locaciones y los parámetros asociados a los costos, se debe determinar:

1. La asignación de los vehículos cada día.
2. Los clientes que serán visitados cada día por cada vehículo seleccionado.
3. La secuencia de visitas para cada vehículo cada día, lo cual establece la ruta del vehículo.
4. La cantidad de residuo a ser transportado entre clientes consecutivos.
5. El tiempo de arribo a cada locación cada día en el vehículo seleccionado.
6. El tiempo de espera en cada visita realizada.
7. El tiempo total de recorrido de cada camión.

### 3 Modelo Matemático

#### 3.1 Notación

A continuación, en las Tablas 1, 2 y 3 se describen los conjuntos, parámetros y variables del modelo, respectivamente.

**Tabla 1.** Conjuntos

Conjunto	Descripción
$C$	Clústeres (ciudades)
$D$	Días laborales
$I = \{i_0\} \cup I_c$	Planta y clientes
$I_c$	Clientes
$I_1$	Nodos visitados una vez por semana
$I_2$	Nodos visitados dos veces por semana
$I_3$	Nodos visitados tres veces por semana
$I_6$	Nodos visitados diariamente
$K$	Vehículos

**Tabla 2.** Parámetros

Parámetro	Descripción
$a_{id}$	Límite inferior de la ventana de tiempo del cliente $i$ el día $d$
$b_{id}$	Límite superior de la ventana de tiempo del cliente $i$ el día $d$
$Cap_k$	Capacidad del vehículo $k$
$CF_k$	Costo fijo por el uso del vehículo $k$
$CP$	Costo de espera
$CV_{ijk}$	Costo de traslado desde el cliente $i$ al cliente $j$ en el vehículo $k$
$Dem_{id}$	Demanda del cliente $i$ en el día $d$
$e_{kd}$	Límite inferior de la ventana de tiempo del vehículo $k$ el día $d$
$F_i$	Frecuencia de visita del cliente $i$
$l_{kd}$	Límite superior de la ventana de tiempo del vehículo $k$ el día $d$
$ST_{id}$	Tiempo de servicio en el cliente $i$ el día $d$
$TT_{ij}$	Tiempo de traslado desde el cliente $i$ al cliente $j$
$\alpha$	Máximo tiempo de espera permitido
$\beta$	Máximo tiempo de salida desde la planta

**Tabla 3.** Variables binarias y continuas

Variable	Descripción
$Q_{ijkd}$	Cantidad de residuos transportados en el vehículo $k$ , viajando desde el cliente $i$ al nodo $j$ en el día $d$ .
$R_{kd}$	Tiempo operativo del vehículo $k$ el día $d$ .
$T_{ikd}$	Tiempo de arribo al cliente $i$ en el vehículo $k$ el día $d$ .
$W_{ikd}$	Tiempo de espera en el cliente $i$ en el vehículo $k$ el día $d$ .
$X_{ikd}$	Toma valor 1 si el cliente $i$ es asignado al vehículo $k$ el día $d$ , y 0 en caso contrario.
$Y_{ijkd}$	Toma valor 1 si el cliente $j$ es visitado luego del cliente $i$ en el vehículo $k$ el día $d$ , y 0 en caso contrario.
$Z_{kd}$	Toma valor 1 si el vehículo $k$ es utilizado el día $d$ , y 0 en caso contrario.

### 3.2 Restricciones

**De asignación.** Sea la variable binaria  $X_{ikd}$ , que toma valor 1 cuando el cliente  $i$  es visitado con el vehículo  $k$  el día  $d$ , y 0 en caso contrario. La Ec. (1) garantiza que cada cliente es visitado, al menos, la frecuencia de visita requerida semanalmente:

$$\sum_{k \in K} \sum_{d \in D} X_{ikd} \geq F_i \quad \forall i \in I_c \quad (1)$$

Con el objetivo de distribuir las visitas a lo largo de la semana, los clientes imponen algunas condiciones. Por ejemplo, para aquellos clientes cuya frecuencia de visita es

dos,  $i \in I_2$ , el número máximo de días entre visitas consecutivas debe ser dos, lo cual se indica mediante las ecuaciones (2) y (3):

$$\sum_{k \in K} X_{ikd} + \sum_{k \in K} X_{ik,d+4} \leq 1 \quad \forall i \in I_2, d \in \{d_1, d_2\} \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K} X_{ikd_1} + \sum_{k \in K} X_{ikd_6} \leq 1 \quad \forall i \in I_2 \quad (3)$$

Además, para los clientes pertenecientes a los subconjuntos  $I_2$  e  $I_3$ , las visitas no pueden ocurrir en días consecutivos, lo cual se representa en la siguiente ecuación:

$$\sum_{k \in K} X_{ikd} + \sum_{k \in K} X_{ik,d+1} \leq 1 \quad \forall i \in I_2 \cup I_3, d \in D - \{d_6\} \quad (4)$$

La Ec. (5) implica que como máximo un vehículo puede visitar cada cliente  $i$  cada día  $d$ :

$$\sum_{k \in K} X_{ikd} \leq 1 \quad \forall i \in I_c, d \in D \quad (5)$$

Siendo la variable binaria  $Z_{kd}$  que toma valor 1 si el vehículo  $k$  es usado en el día  $d$ , y 0 en caso contrario, y considerando que el subconjunto  $I_6$  incluye clientes que son visitados diariamente, entonces al menos un vehículo debe ser utilizado todos los días, excepto los sábados. Dicho día, la planta trabaja a media jornada y con personal reducido, por lo cual se utiliza un único vehículo y sólo se visitan a los clientes del conjunto  $I_6$ . Las siguientes ecuaciones representan lo anterior:

$$\sum_{k \in K} Z_{kd} \geq 1 \quad \forall d \in D - \{d_6\} \quad (6)$$

$$\sum_{k \in K} Z_{kd_6} = 1 \quad (7)$$

$$\sum_{i \in I_c - \{I_6\}} X_{ikd_6} = 0 \quad (8)$$

**De ruteo.** Para poder generar la ruta diaria de cada camión es necesaria la definición de la variable  $Y_{ijkd}$ , la cual toma valor 1 si luego del nodo  $i$ , se visita el nodo  $j$  con el vehículo  $k$  el día  $d$ , y 0 de lo contrario. La Ec. (9) implica que, si el cliente  $i$  es asignado a un vehículo  $k$  el día  $d$ , debe tener un sucesor en el ruteo.

$$X_{ikd} = \sum_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} Y_{ijkd} \quad \forall i \in I_c, k \in K, d \in D \quad (9)$$

Similar a la Ec. (9), la Ec. (10) asegura que, si el cliente  $j$  es asignado al vehículo  $k$  el día  $d$ , debe tener un predecesor en el ruteo.

$$X_{jkd} = \sum_{\substack{i \in I \\ i \neq j}} Y_{ijkd} \quad \forall j \in I_c, k \in K, d \in D \quad (10)$$

La Ec. (11) representa la restricción de conservación de flujo, asegurando que, si el vehículo  $k$  realiza un viaje hacia el cliente  $u$  el día  $d$ , también debe realizar un viaje desde ese cliente hacia algún otro cliente  $o$ , en su defecto, a la planta.

$$\sum_{\substack{i \in I \\ i \neq u \neq j}} Y_{iukd} = \sum_{\substack{j \in I \\ i \neq u \neq j}} Y_{ujkd} \quad \forall u \in I_c, k \in K, d \in D \quad (11)$$

La Ec. (12) evita los subtours entre dos nodos.

$$Y_{ijkd} + Y_{jikd} \leq 1 \quad \forall i, j \in I_c (i \neq j), k \in K, d \in D \quad (12)$$

Si el vehículo  $k$  es asignado al día  $d$ , entonces ese vehículo debe partir de la planta  $i_0$  solo una vez, es decir:

$$\sum_{j \in I_c} Y_{i_0jkd} = Z_{kd} \quad \forall k \in K, d \in D \quad (13)$$

**De capacidad.** La demanda total recolectada por cualquier vehículo no debe exceder su capacidad, como se indica en la Ec. (14):

$$\sum_{i \in I} Dem_{id} X_{ikd} \leq Cap_k Z_{kd} \quad \forall k \in K, d \in D \quad (14)$$

Para poder definir la cantidad de residuo acumulada hasta cierta visita por un vehículo en un día específico, se introduce la variable no negativa  $Q_{ijkd}$ , que representa la carga en el vehículo  $k$  después de visitar el nodo  $i$  el día  $d$ . La Ec. (15) establece que la cantidad de residuos transportada desde el nodo  $i$  hasta el nodo  $j$  por el vehículo  $k$  el día  $d$ , más los residuos recolectados en el nodo  $j$ , debe ser igual a la cantidad transportada luego de visitar este último nodo.

$$\sum_{\substack{i \in I \\ i \neq j}} Q_{ijkd} + \sum_{\substack{i \in I \\ i \neq j}} Dem_{jd} Y_{ijkd} = \sum_{\substack{i \in I \\ i \neq j}} Q_{jikd} \quad \forall j \in I_c, k \in K, d \in D \quad (15)$$

El vehículo parte desde la planta vacío (sin carga) como se expresa en la ecuación (16):

$$\sum_{j \in I'} Q_{i_0jkd} = 0 \quad \forall k \in K, d \in D \quad (16)$$

Las ecuaciones (17) y (18) definen los límites inferiores y superiores para la cantidad de residuos transportados. En la Ec. (16), la carga en el vehículo  $k$  luego de visitar al nodo  $i$  el día  $d$  debe ser al menos igual a la cantidad de residuo recolectado en dicho nodo, mientras que, en la Ec. (17), la cantidad que recolectará al visitar al siguiente nodo no debe exceder la capacidad libre restante en el vehículo.

$$Dem_{id}Y_{ijkd} \leq Q_{ijkd} \quad \forall i, j \in I (i \neq j), k \in K, d \in D \quad (17)$$

$$Q_{ijkd} \leq (Cap_k - Dem_{jd})Y_{ijkd} \quad \forall i, j \in I (i \neq j), k \in K, d \in D \quad (18)$$

**De clúster.** Una política de la empresa establece que todos los clústeres estén conectados como máximo por un arco de ida y otro arco de vuelta por cada vehículo  $k$  cada día  $d$ . Esto se presenta en las Ecs. (19) y (20), respectivamente:

$$\sum_{i \in C_n} \sum_{j \in I - \{C_n\}} Y_{ijkd} \leq 1 \quad \forall k \in K, d \in D, n \in \{1, \dots, m\} \quad (19)$$

$$\sum_{i \in I - \{C_n\}} \sum_{j \in C_n} Y_{ijkd} \leq 1 \quad \forall k \in K, d \in D, n \in \{1, \dots, m\} \quad (20)$$

**De tiempo.** La variable  $R_{kd}$  representa el tiempo operativo del vehículo  $k$  en el día  $d$  y es calculada como la sumatoria de los tiempos de traslados, los tiempos de servicio y los tiempos de espera, como lo indica la Ec. (21):

$$\sum_{j \in I} \sum_{i \in I} TT_{ij}Y_{ijkd} + \sum_{i \in I_c} (ST_{id}X_{ikd} + W_{ikd}) = R_{kd} \quad \forall k \in K, d \in D \quad (21)$$

El tiempo que está en funcionamiento cada camión no puede superar la longitud de su ventana de tiempo, como lo expresa la Ec. (22):

$$R_{kd} \leq (l_{kd} - e_{kd})Z_{kd} \quad \forall k \in K, d \in D \quad (22)$$

Considerando la ventana de tiempo del cliente  $i$  para el día  $d$ ,  $[a_{id}, b_{id}]$ , si el cliente  $i$  es visitado con el camión  $k$  en el día  $d$ , entonces el tiempo de arribo a dicho cliente,  $T_{ikd}$ , debe ser mayor o igual al tiempo de inicio del servicio,  $a_{id}$ , como se describe en la Ec. (23).

$$X_{ikd}a_{id} \leq T_{ikd} \quad \forall i \in I_c, k \in K, d \in D \quad (23)$$

Por otro lado, la recolección en el cliente  $i$  debe comenzar antes del tiempo de cierre del cliente,  $b_{id}$ , menos el tiempo de servicio de recolección,  $ST_{id}$ , como lo indica la Ec. (24):

$$T_{ikd} \leq X_{ikd}(b_{id} - ST_{id}) \quad \forall i \in I_c, k \in K, d \in D \quad (24)$$

Si el camino entre el cliente  $i$  y el cliente  $j$  es recorrido por el camión  $k$  el día  $d$ , entonces el tiempo de llegada al cliente  $i$ , más el tiempo de servicio, más el tiempo de

espera en el cliente  $i$  y el tiempo de traslado hasta el cliente  $j$  debe ser igual al tiempo de arribo al cliente  $j$ , presentado en las ecuaciones (25) y (26):

$$T_{ikd} + ST_{id} + W_{ikd} + TT_{ij} - T_{jkd} \geq M(1 - Y_{ijkd}) \quad \forall i \in I_c, j \in I, k \in K, d \in D \quad (25)$$

$$T_{ikd} + ST_{id} + W_{ikd} + TT_{ij} - T_{jkd} \leq M(1 - Y_{ijkd}) \quad \forall i \in I_c, j \in I, k \in K, d \in D \quad (26)$$

La Ec. (27) implica que se puede esperar como máximo  $\alpha$  unidades de tiempo, si es que se visita dicho nodo:

$$W_{ikd} \leq \alpha X_{ikd} \quad \forall i \in I_c, k \in K, d \in D \quad (27)$$

Dada la ventana de tiempo del camión  $k$  para el día  $d$ ,  $[e_{kd}, l_{kd}]$ , la ecuación (28) establece que el arribo al cliente  $i$  será, al menos, el comienzo de la ventana del camión  $k$  más el tiempo de traslado hasta ese cliente. Por otro lado, la ecuación (29) describe que, si el camión  $k$  es utilizado el día  $d$ , entonces el tiempo de llegada a la planta será como máximo el límite superior de la ventana.

$$e_{kd}X_{ikd} + TT_{i_0i}Y_{i_0ikd} \leq T_{ikd} \quad \forall i \in I_c, k \in K, d \in D \quad (28)$$

$$T_{i_0kd} \leq l_{kd}Z_{kd} \quad \forall k \in K, d \in D \quad (29)$$

El vehículo  $k$  que parte de la planta  $i_0$  el día  $d$ , tienen como máximo un tiempo  $\beta$  para comenzar su recorrido, expresado en la ecuación (30):

$$T_{ikd} \leq e_{kd} + \beta + Y_{i_0ikd}TT_{i_0i} + (1 - Y_{i_0ikd})(l_{kd} - e_{kd}) \quad \forall i \in I_c, k \in K, d \in D \quad (30)$$

Finalmente, teniendo en cuenta que las relaciones de precedencia se pueden establecer entre clientes diferentes, todas las variables  $Q_{iikd}$  e  $Y_{iikd}$  toman valor nulo.

### 3.3 Función Objetivo

El objetivo de este problema es minimizar los costos totales representados en la Ec. (31). El parámetro  $CV_{ijk}$  representa los costos variables, los cuales son directamente proporcionales a la distancia recorrida entre pares de nodos por cada camión, mientras que  $CF_k$  representa el costo fijo de utilizar cada camión y  $CP$  es el costo por tener a los camiones en espera.

$$\text{Minimizar} \sum_{k \in K} \sum_{d \in D} \left( CF_k Z_{kd} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in I} CV_{ijk} Y_{ijkd} + CP \sum_{i \in I_c} W_{ikd} \right) \quad (31)$$

## 4 Resultados

Se considera una instancia basada en un caso real de una empresa local dedicada a la recolección, transporte, tratamiento y disposición final de residuos patológicos generados en distintos centros de salud y atención médica. La compañía cuenta con dos

vehículos,  $k_1$  y  $k_2$ , con 1000 y 1500 kg de capacidad, respectivamente, para recolectar la demanda de 30 clientes ( $i_1, i_2, \dots, i_{30}$ ) dispersos geográficamente en 4 clústeres ( $C_1, C_2, C_3, C_4$ ). También, los clientes se clasifican según sus frecuencias de visitas posibles: una vez a la semana, dos veces, tres veces y seis veces ( $I_1, I_2, I_3, I_6$ ). Las ubicaciones, demandas y ventanas de tiempo de los clientes son parámetros del modelo, que por motivo de confidencialidad no son provistos. Sus costos fijos y variables se estimaron considerando que es preferible utilizar el vehículo de menor tamaño. Además, los camiones pueden operar desde las 5:30 am hasta las 13:30 pm, contando con una tolerancia máxima de 15 minutos para salir de la planta con el fin de visitar al primer cliente del día, y un límite máximo de 30 minutos para los tiempos de espera. Es importante mencionar que las distancias y los tiempos de traslado entre los nodos simulan una situación real, por lo tanto, no están relacionados directamente ya que consideran factores del contexto real como semáforos, sentidos de circulación de las calles, cruces, entre otros.

El modelo es implementado y resuelto en Python 3.9.18 utilizando el solver Gurobi v. 10.0.0, en un procesador Intel(R) Core (TM) i7-11700, 2.50GHz y 16 GB de RAM. La formulación incluye 12333 variables continuas, 11934 binarias y 10800 restricciones. A pesar de la naturaleza combinatoria de este problema, su resolución demandó un tiempo de CPU de 1771 segundos para encontrar la solución óptima, lo cual demuestra una buena performance del modelo.

El valor óptimo de la función objetivo es de \$719125. En la Tabla 1 se muestra un resumen de los principales resultados obtenidos, donde se presenta, para cada día de la semana, la capacidad utilizada de cada vehículo al regresar a la planta, la distancia total recorrida, el costo y el tiempo total de cada recorrido. En todos los casos, se aprecia un alto porcentaje de ocupación de los vehículos, por lo que se puede afirmar que los vehículos se utilizan eficientemente. Además, los tiempos de espera de cada vehículo para la solución obtenida son nulos.

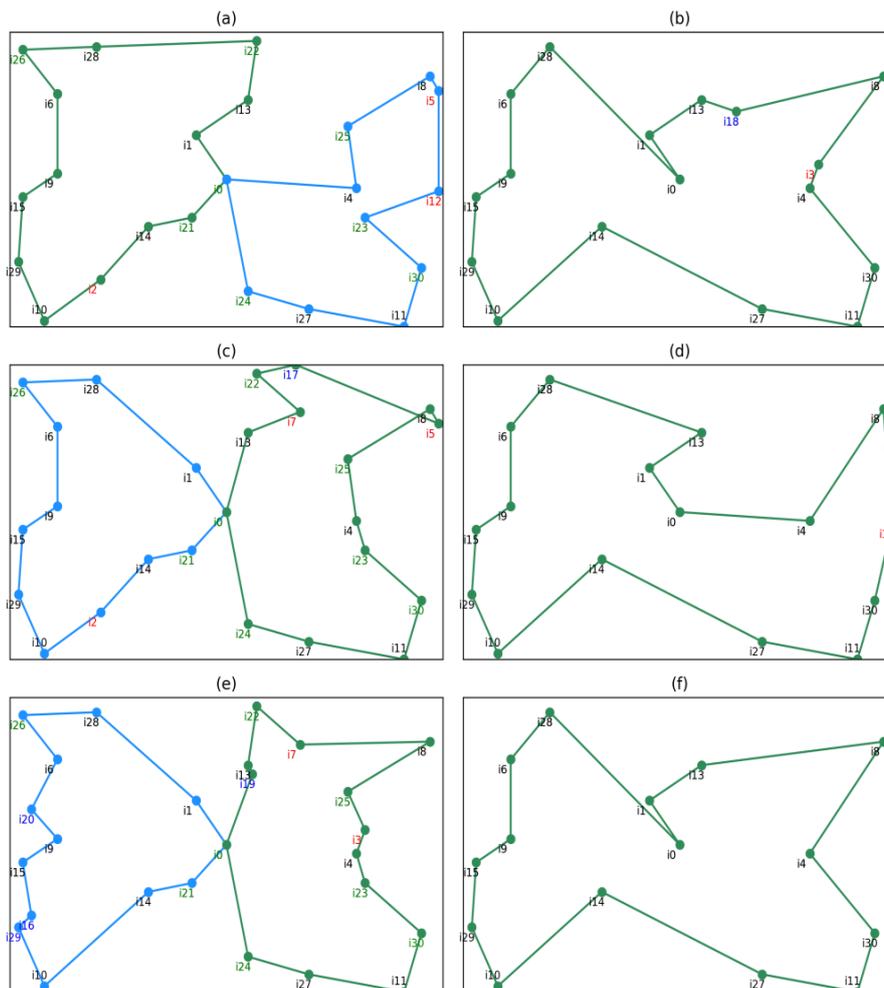
**Tabla 4.** Porcentaje de carga, distancia recorrida, costo y tiempo de cada vehículo

Día	Vehículo 1				Vehículo 2			
	Cap. (%)	Dist. (km)	Costo (\$)	Tiempo (hh:mm)	Cap. (%)	Dist. (km)	Costo (\$)	Tiempo (hh:mm)
$d_1$	95.74	27.3	54125	3:19	93.44	29	79300	4:18
$d_2$	-	-	-	-	93.81	45.1	106670	5:02
$d_3$	99.10	24.8	51000	3:24	98.13	30.4	81680	4:23
$d_4$	-	-	-	-	97.07	46	108200	4:57
$d_5$	99.35	25.2	51500	3:30	98.16	29	79300	4:20
$d_6$	-	-	-	-	88.2	45.5	107350	4:40

En la Fig. 1 se observan, para cada día, las rutas recorridas por cada vehículo usado, donde los esquemas (a) a (f) representan los días  $d_1$  a  $d_6$ , respectivamente. Por ejemplo, en la figura (c), el vehículo  $k_1$ , en color azul, realiza el recorrido:  $i_0 - i_1 - i_{28} - i_{26} - i_6 - i_9 - i_{15} - i_{29} - i_{10} - i_2 - i_{14} - i_{21} - i_0$ , mientras que el vehículo  $k_2$ , en color verde, realiza el recorrido:  $i_0 - i_{13} - i_7 - i_{22} - i_{17} - i_5 - i_8 - i_{25} - i_4 - i_{23} - i_{30} - i_{11} - i_{27} - i_{24} - i_0$ .

Adicionalmente, para una rápida visualización, el color de la etiqueta de cada nodo representa la frecuencia de visita semanal: en negro se indican los nodos que se visitan a diario, en verde aquellos que se visitan tres veces, en rojo dos veces y en azul una vez.

Aunque desde el punto de vista de los datos del modelo se consideró la distancia real entre pares de nodos, a los fines de representar la secuencia de visitas en cada recorrido, el tramo entre pares de clientes visitados de manera consecutiva se representa con una línea recta.



**Fig. 1.** Rutas diarias de cada vehículo.

## 5 Conclusiones

En el presente trabajo, se propone un modelo MILP que simultáneamente resuelve la asignación de vehículos a una particular combinación de cliente-día y el ruteo diario de los mismos, minimizando los costos totales de los recorridos.

El modelo se aplicó a una instancia simulando un caso real, obteniendo así una planificación logística detallada. Específicamente, para cada día, se determinan los clientes a visitar, los vehículos a utilizar, la asignación de cada vehículo a los clientes, la ruta óptima, la cantidad de residuos a recolectar, las distancias y tiempos de recorrido, los horarios de visita y los tiempos de espera, con el objetivo de minimizar los costos de las rutas seleccionadas. A pesar de la naturaleza combinatoria del problema, la solución óptima se obtuvo en tiempos de cómputo razonables. A partir de los resultados, se puede observar que el modelo MILP contribuye a la reducción de los costos, maximizando el uso de la capacidad de los camiones utilizados y disminuyendo el tiempo de utilización de cada vehículo. Si bien el modelo se aplicó a un problema específico de recolección de residuos patológicos, el enfoque propuesto representa una herramienta útil para la toma de decisiones en la planificación semanal de actividades de recogida que respondan a las características consideradas.

Como trabajo futuro, se desarrollarán nuevas estrategias de resolución del modelo que disminuyan los tiempos de cómputo, a fin de ser implementado en instancias donde la combinatoriedad sea aún mayor (mayor número de clientes, vehículos, diversidad de frecuencias, entre otras).

## Referencias

1. Ekşioğlu, B., Vural, A. V., & Reisman, A. The Vehicle Routing Problem: A taxonomic review. *Computers & Industrial Engineering*, 57(4), 1472-1483. (2009)
2. Braekers, K., Ramaekers, K., & Van Nieuwenhuysse, I. The Vehicle Routing Problem: State of the Art Classification and Review. *Computers & Industrial Engineering*, 99, 300-313. (2016)
3. Vidal, T., Laporte, G., & Matl, P. A concise guide to existing and emerging vehicle routing problem variants. *European Journal of Operational Research*, 286(2), 401-416. (2020)
4. Irnich, S., Schneider, M., & Vigo, D. Chapter 9: Four variants of the Vehicle Routing Problem. En *Society for Industrial and Applied Mathematics eBooks* (pp. 241-271). (2014b)
5. Francis, P., Smilowitz, K., & Tzur, M. The period vehicle routing problem and its extensions. En *Operations research, computer science. Interface series* (pp. 73-102). (2008)
6. Rodríguez-Martín, I., & Yaman, H. Periodic Vehicle Routing Problem with Driver Consistency and service time optimization. *Transportation Research. Part B: Methodological/Transportation Research. Part B, Methodological*, 166, 468-484. (2022)

7. Campbell, A. M., & Wilson, J. H. Forty years of periodic vehicle routing. *Networks*, 63(1), 2-15. (2013)
8. Alshraideh, H., & Qdais, H. A. Stochastic modeling and optimization of medical waste collection in northern Jordan. *Journal of Material Cycles and Waste Management*, 19(2), 743-753. (2016)
9. Mantzaras, G., & Voudrias, E. A. An optimization model for collection, haul, transfer, treatment and disposal of infectious medical waste: application to a Greek region. *Waste Management*, 69, 518-534. (2017)
10. Kargar, S., Pourmehdi, M., & Paydar, M. M. Reverse logistics network design for medical waste management in the epidemic outbreak of the novel coronavirus (COVID-19). *Science of The Total Environment*, 746, 141183. (2020)
11. Taslimi, M., Batta, R., & Kwon, C. Medical waste collection considering transportation and storage risk. *Computers & Operations Research*, 120, 104966. (2020)
12. Faizal, U. M., Jayachitra, R., Ponnusamy, V., & Rajasekar, M. Optimization of inbound vehicle routes in the collection of bio-medical wastes. *Materials Today: Proceedings*, 45, 692-699. (2021b)