

Estrategia de Resolución Iterativa para el Problema de Ruteo Periódico de Vehículos

Sebastián Nicolás Pereira^{1[0009-0007-3326-6875]}, Gabriela Corsano^{1[0000-0002-0235-4262]} and Yanna Fumero^{1[0000-0002-1975-983X]}

¹ Instituto de Desarrollo y Diseño, CONICET-UTN, Avellaneda 3657, S3002GJC Santa Fe, Argentina.
{spereira, gcorsano, yfumero}@santafe-conicet.gov.ar

Resumen. Dado un horizonte temporal de planificación y una flota limitada y heterogénea, el problema de ruteo periódico de vehículos busca determinar un conjunto de rutas que minimice el costo total de traslado, garantizando al mismo tiempo la satisfacción de la demanda y la frecuencia de visitas requerida por los clientes. La complejidad de este problema radica en la gran cantidad combinatoria de alternativas, ya que se deben tomar decisiones simultáneas sobre qué días visitar a cada cliente, qué vehículos utilizar cada día y cuáles serán las rutas para cada vehículo seleccionado. Este trabajo presenta una metodología eficiente basada en la descomposición del problema en dos subproblemas: uno de asignación y otro de ruteo diario de una flota de vehículos. Se desarrolla una estrategia iterativa que utiliza dos modelos de programación mixta entera lineal: el primero asigna los clientes a días de visita, minimizando los costos fijos de utilización de los vehículos, mientras que el segundo optimiza la asignación de vehículos a clientes y las rutas diarias de cada uno de ellos, de acuerdo con la asignación obtenida en el primer modelo, con el objetivo de reducir el costo total de transporte. Se comparan los resultados obtenidos con un enfoque previamente desarrollado, observándose que, en tiempos de cómputo reducidos, se obtienen soluciones de alta calidad. La estrategia propuesta representa una herramienta útil para la optimización de tareas logísticas, y es aplicable a problemas tanto de recolección como de distribución.

Palabras clave: Descomposición, MILP, PVRP, Optimización.

Iterative Solution Strategy for the Periodic Vehicle Routing Problem

Abstract. Given a planning horizon and a limited and heterogeneous fleet, the Periodic Vehicle Routing Problem (PVRP) seeks to determine a set of routes that minimizes the total transportation cost while satisfying both the demand and the visit frequency required by each customer. The complexity of this problem lies in the vast combinatorial number of alternatives, since decisions must be made simultaneously regarding which days to visit each customer, which vehicles to

use each day, and what routes those vehicles should follow. This work proposes an efficient methodology based on the decomposition of the problem into two subproblems: an assignment model and a daily routing model of a vehicle fleet. An iterative strategy is developed using two mixed-integer linear programming models. The first model assigns customers to visit days in order to minimize the fixed costs of vehicles usage, while the second optimizes both the assignment of vehicles to customers and their daily routes, based on the allocation obtained in the first model, with the goal of minimizing total transportation cost. The proposed strategy is compared with a previously developed approach, showing that high-quality solutions can be obtained in significantly reduced computation times. The proposed solution strategy represents a useful decision-support tool for optimizing logistics tasks and is applicable to both distribution and collection problems.

Keywords: Decomposition, MILP, PVRP, Optimization.

1 Introducción

El conocido Problema de Ruteo de Vehículos (VRP, por sus siglas en inglés) consiste en diseñar rutas eficientes para una flota de vehículos con el objetivo de cumplir tareas de distribución y/o recolección de bienes, atendiendo a un conjunto de restricciones operativas como la capacidad de los vehículos, ventanas de tiempo, distancias máximas permitidas, entre otras (Abidin y col., 2025). A lo largo de las últimas décadas, este problema ha dado lugar a un amplio conjunto de variantes, cada una de ellas modelando diferentes condiciones y características del mundo real. Una clasificación detallada de estas variantes puede encontrarse en Elatar y col. (2023), donde se destacan extensiones claves como el VRP con múltiples depósitos, el VRP con restricciones de tiempo y el VRP estocástico, entre otros. Según Vidal y col. (2020), la tendencia actual en la literatura está orientada hacia el abordaje de problemas más complejos e integrados, que consideran simultáneamente múltiples dimensiones logísticas, buscando representar de manera más realista los desafíos a los que se enfrentan las empresas a diario.

Entre estas variantes, una de las más relevantes es el Problema de Ruteo de Vehículos Periódico (PVRP, por sus siglas en inglés), que extiende el VRP clásico incorporando un horizonte temporal de planificación compuesto por varios días y frecuencias de visitas para cada cliente. Específicamente, en el PVRP cada cliente puede requerir múltiples visitas en el período de planificación considerado, de acuerdo con una frecuencia de atención predefinida. Así, se deben tomar decisiones simultáneas sobre qué días se visitará a cada cliente, qué vehículos se utilizarán cada día, y cuál será la secuencia óptima de visitas en cada jornada. La consideración conjunta de todas estas decisiones incrementa significativamente la complejidad del problema, lo que lo convierte en un gran desafío tanto para enfoques exactos como heurísticos.

Irnich y col. (2014) ofrecen una definición formal y destacan la importancia práctica de este problema debido a sus múltiples aplicaciones, las cuales abarcan tanto operaciones de distribución como de recolección. Algunos ejemplos típicos incluyen la entrega periódica de productos a minoristas (Ronen y col., 2007), la recolección de

residuos o reciclables (Palomio-Pérez y col., 2024), y servicios como el de atención médica (Maya y col., 2012).

Como lo señalan Campbell y Wilson (2014), debido a su elevada complejidad, el PVRP ha sido abordado mayormente a través de métodos heurísticos y metaheurísticos. No obstante, en los últimos años el foco se ha puesto en el desarrollo de técnicas de solución exactas que permitan resolver grandes instancias del problema de manera más eficiente, abriendo así, nuevas oportunidades para su aplicación en entornos reales.

Respecto a las metodologías exactas, Baldacci y col. (2011) presentan un algoritmo para la resolución del PVRP que asume una flota homogénea y no considera restricciones sobre la duración de las rutas. El procedimiento utiliza rutas generadas previamente, sobre las cuales se aplican distintos procedimientos de acotación construidos a partir de diversas relajaciones del problema. Estas acotaciones permiten reducir el número de variables en la formulación, lo que hace posible resolver el problema resultante de manera exacta mediante un solver de programación entera.

En Alves y col. (2019) se propone un modelo de programación mixto entero orientado a resolver el PVRP aplicado al ámbito de los servicios de atención médica domiciliaria. En este contexto particular, el problema se enfoca en la planificación eficiente de visitas a pacientes, sin necesidad de modelar la cantidad de productos transportados ni de considerar restricciones asociadas a la capacidad de los vehículos. Asimismo, se aplica a una instancia pequeña que contempla un conjunto de 15 clientes y un horizonte temporal de 5 días. Además, se limita a un subconjunto específico de patrones de visita, lo que simplifica el espacio de búsqueda y permite obtener soluciones viables en tiempos razonables.

En un trabajo reciente, Basir y col. (2024) presentan una comparación de seis formulaciones para el PVRP y sus extensiones con Ventanas de Tiempo (PVRPTW). Los supuestos claves incluyen una flota homogénea de vehículos y un conjunto predefinido de posibles patrones de visita. Los autores realizan experimentos computacionales para evaluar las diferentes formulaciones y proporcionan información sobre el rendimiento de los enfoques propuestos. Finalmente, enfatizan la importancia de revisar las formulaciones existentes para que se adapten fácilmente a nuevas variantes del PVRP y puedan proporcionar buenas soluciones en tiempos de cálculo razonables.

En el presente trabajo se propone una metodología eficiente de solución iterativa del PVRP, basada en la descomposición jerárquica del mismo en dos subproblemas: en el primero, se resuelve la asignación de los clientes a patrones de visita, minimizando los costos fijos de utilización de los vehículos, mientras que en el segundo se optimiza simultáneamente la asignación de clientes a vehículos y el ruteo diario de los mismos, con el objetivo de reducir el costo total de transporte. Este enfoque permite encontrar soluciones de alta calidad en tiempos reducidos de cómputo y representa una herramienta útil para la programación de múltiples rutas en el horizonte de planificación considerado.

En la siguiente sección, se detalla la descripción del problema y la notación empleada. En la sección 3, se describe el procedimiento de solución propuesto, mientras que en la sección 4 se evalúa la estrategia comparando los resultados obtenidos con una metodología previamente desarrollada. Finalmente, en la sección 5, se detallan las conclusiones del presente trabajo.

2 Descripción del problema

El problema abordado se centra en una compañía a cargo de la recolección de un único producto de un conjunto de clientes esparcidos geográficamente que requieren de varias visitas en un horizonte de tiempo, donde $d \in D$ representa los días del horizonte considerado. La empresa acuerda con cada cliente $i \in I_c$ una frecuencia de visita en el horizonte de planificación, F_i , un conjunto de patrones posibles de acuerdo con la frecuencia, P_i , y una cantidad estimada de recolección para cada visita al cliente i , Dem_i , siendo I_c el conjunto de todos los clientes. El tiempo requerido para la recolección del producto en cada cliente es proporcional a su demanda, y se denomina ST_i .

Para este propósito, se dispone de una flota limitada y heterogénea de vehículos $k \in K$, cada uno con una capacidad máxima de carga Cap_k y restringido a realizar un solo viaje por día, comenzando y finalizando el recorrido en la planta, denotada como i_0 . Cada día, al menos un vehículo debe partir desde la planta y visitar a un grupo de clientes respetando su tiempo máximo permitido de operación (TM_{kd}).

Se define $I = \{i_0\} \cup I_c$ como el conjunto de todos los nodos (planta y clientes, respectivamente). De acuerdo con la cantidad de patrones posibles para cada cliente, los clientes se dividen en dos conjuntos disjuntos $I_c = I_m \cup I_u$, donde I_m representa el subconjunto de clientes con más de un patrón posible, e I_u el subconjunto de aquellos con un único patrón de visita asociado (por ejemplo, aquellos clientes que deben ser visitados todos los días).

Conociendo las distancias y tiempos entre todas las locaciones y los parámetros asociados a los costos, se debe determinar:

1. La asignación de un único patrón a cada cliente y, para cada día del horizonte de planificación:
2. La asignación de vehículos
3. Los clientes que serán visitados por cada vehículo seleccionado
4. La secuencia de visitas de cada vehículo, es decir la ruta del vehículo
5. La cantidad de residuo a ser transportado entre clientes consecutivos

2.1 Notación

A continuación, en las Tablas 1 y 2 se describen los conjuntos y parámetros con los que se inicializa la estrategia de solución, respectivamente.

Tabla 1. Conjuntos

Conjunto	Descripción
D	Horizonte de planificación
$I = \{i_0\} \cup I_c$	Nodos (planta y clientes, respectivamente)
I_u	Subconjunto de clientes con un único patrón de visita asociado
I_m	Subconjunto de clientes con múltiples patrones de visita asociados
P_i	Patrones posibles para cada cliente i
K	Vehículos

Tabla 2. Parámetros

Parámetro	Descripción
Cap_k	Capacidad del vehículo k
CF_k	Costo fijo por el uso del vehículo k
CV_k	Costo variable asociado al vehículo k
D_{ij}	Distancia desde el nodo i al nodo j
Dem_i	Demanda del cliente i que es recogida en una visita
F_i	Frecuencia de visita del cliente i
ST_i	Tiempo de servicio en el cliente i
TT_{ij}	Tiempo de traslado desde el cliente i al cliente j
TM_{kd}	Tiempo máximo de operación permitido del vehículo k en el día d

3 Metodología de solución

Para resolver el problema de asignación y ruteo se propone una metodología iterativa de dos etapas. En cada una de ellas se resuelve un modelo de programación mixto entero lineal (MILP). En la primera etapa, el modelo, denominado M_1 , selecciona un patrón de visitas para cada cliente, determinando la asignación “cliente-día” a lo largo del horizonte temporal, satisfaciendo la demanda de los clientes y la restricción de capacidad de carga de los vehículos, a fin de minimizar el costo fijo por la utilización de la flota.

En la segunda etapa, se resuelve un modelo de ruteo de vehículos con flota heterogénea, llamado M_2 , donde los clientes y los días de visita se encuentran fijos según los patrones seleccionados en la primera etapa. En este subproblema se busca minimizar el costo total de los recorridos, asegurando que la capacidad de cada uno de los vehículos no sea excedida.

Las etapas se ejecutan iterativamente, agregando restricciones de corte en el modelo M_1 a fin de asegurar la modificación de al menos un patrón respecto de las asignaciones previas y de esta manera se evalúen nuevas soluciones. Este enfoque permite descomponer el problema original en dos subproblemas manejables, facilitando su resolución y mejorando la eficiencia computacional.

Una ventaja de la estrategia propuesta es que garantiza optimalidad en un número finito de iteraciones, dado que el número de patrones para cada cliente es finito. Sin embargo, debido a la alta escalabilidad del problema, para instancias de tamaño medio a grande se establece como criterio de parada adicional un número máximo de iteraciones, a fin de alcanzar soluciones eficientes en tiempos de cómputo razonables.

En la Fig. 1 se presenta el diagrama de flujo del algoritmo propuesto. En celeste, se remarcán los pasos de cada iteración, detallados en la sección 3.2.

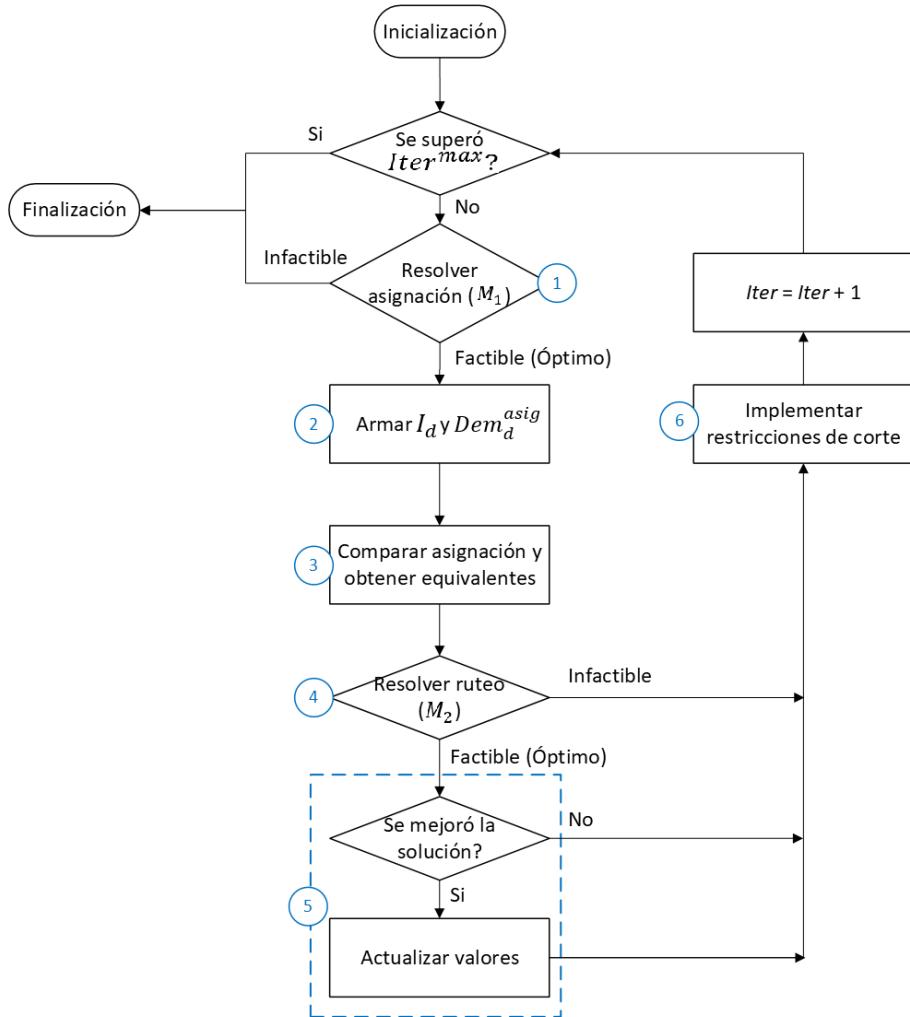


Fig 1. Diagrama de flujo de la metodología de solución.

3.1 Inicialización y Modelo de Asignación (M₁)

Se inicializan los conjuntos y parámetros definidos previamente y se establece el contador de iteraciones en cero. Los patrones de visita se codifican como la suma de potencias de base dos, donde cada exponente está asociado a los días en que se realizan las visitas, iniciando con el exponente 0 para el primer día del horizonte, y el coeficiente que acompaña a cada término de la forma 2^h es 1 si el día d_{h+1} corresponde a un día de visita del patrón y 0 en caso contrario. Esto garantiza que cada patrón posea un valor único asociado.

Dado que pueden existir clientes con un único patrón de visita asociado ($I_u \neq \emptyset$), para cada día d del horizonte de planificación considerado se define el parámetro

Dem_d^{obl} como la suma de las demandas de los clientes $i \in I_u$ que son visitados ese día. Como estas demandas se deben satisfacer para su correspondiente día, las mismas deben ser consideradas en el planteo del modelo M_1 para asegurar el cumplimiento de las restricciones de capacidad de los vehículos que se utilicen dicho día.

A continuación, se detallan las variables, restricciones y función objetivo del modelo M_1 .

Variables binarias:

- X_{kd} : Toma valor 1 si el vehículo k es asignado el día d , y 0 en caso contrario.
- Y_{ip} : Toma valor 1 si al cliente i se le asigna el patrón p , y 0 en caso contrario.

Restricciones:

A cada cliente i se le asigna un único patrón p , expresado en la Ec. (1):

$$\sum_{p \in P_i} Y_{ip} = 1 \quad \forall i \in I_m \quad (1)$$

Siendo R_{pd} un parámetro binario que establece si con el patrón p se realiza una visita el día d , la Ec. (2) establece que, si algún cliente i es visitado el día d , entonces algún vehículo k debe ser asignado:

$$\sum_{p \in P_i} R_{pd} Y_{ip} \leq \sum_{k \in K} X_{kd} \quad \forall i \in I_m, d \in D \quad (2)$$

La Ec. (3) asegura que la demanda total asignada para un día d no debe sobrepasar la capacidad total de los vehículos asignados.

$$Dem_d^{obl} + \sum_{\substack{p \in P_i \\ i \in I_m}} Dem_i R_{pd} Y_{ip} \leq \sum_{k \in K} Cap_k X_{kd} \quad \forall d \in D \quad (3)$$

Para evitar simetrías, se implementa un orden en la asignación de vehículos que tienen la misma capacidad, como se expresa en la Ec. (4), donde los vehículos de menor índice son asignados primero.

$$X_{kd} \geq X_{k'd} \quad \forall k, k' \in K: k < k' \wedge Cap_k = Cap_{k'}, d \in D \quad (4)$$

La función objetivo del problema asociado a esta etapa es minimizar los costos fijos totales, representado en la Ec. (5), donde el parámetro CF_k representa el costo fijo de utilizar cada camión k .

$$\text{Min} \sum_{k \in K} \sum_{d \in D} CF_k X_{kd} \quad (5)$$

3.2 Iteraciones

El criterio de parada del algoritmo está sujeto al número máximo de iteraciones permitidas o bien, a la infactibilidad que se presente en el modelo M_1 . En cada iteración:

- 1) Se resuelve el modelo M_1 , pudiendo presentarse dos escenarios:
 - Escenario factible: El modelo encuentra una solución óptima para la asignación de patrones a clientes.

- Escenario infactible: No existe ninguna asignación de patrones que cumpla con las restricciones en todo el espacio solución, por lo que se finaliza la ejecución del algoritmo.
- 2) A partir de la solución obtenida en el modelo M_1 , se determinan:
 - I_d : Conjunto de clientes que deben ser visitados el día d .
 - Dem_d^{asig} : Demanda asignada a cada día d .
 - 3) Se identifican los días cuya asignación se mantiene respecto a algún día de la mejor solución encontrada hasta el momento, con el objetivo de evitar el recálculo de rutas previamente optimizadas. Además, se generan las asignaciones equivalentes, que surgen de visitar los mismos conjuntos de clientes en distintos días del horizonte, las cuales representarán soluciones alternativas para el modelo M_2 .
 - 4) El modelo de ruteo M_2 , que se detalla en la sección 3.3, se resuelve únicamente para aquellos días cuya asignación cliente-día no forma parte de la mejor solución encontrada hasta el momento. A medida que se resuelven los modelos diarios, se actualiza el valor de la función objetivo global, calculado como la suma acumulada de los costos de ruteo por día. Si en algún momento este valor supera la mejor solución registrada (que actúa como cota superior), se interrumpe la optimización y se continúa con la siguiente iteración del algoritmo, ya que no se podrá mejorar la solución global. Por otro lado, si el modelo resulta infactible, significa que no es posible satisfacer la demanda de los clientes con los vehículos disponibles o que se violan restricciones de duración de las rutas. En ese caso, se descarta la asignación y se avanza a la próxima iteración.
 - 5) Finalizada la ejecución del modelo M_2 sobre todo el horizonte, en caso de arrojar una solución óptima, se compara el valor global de la función objetivo con la mejor solución obtenida hasta ese momento. Si la nueva solución representa una mejora, se actualizan los valores almacenados al de la solución óptima actual, incluyendo la asignación de clientes por día, las rutas de los vehículos y el nuevo valor de la función objetivo. Esta última se utiliza como nueva cota superior para las siguientes iteraciones del algoritmo.
 - 6) A partir de las asignaciones equivalentes obtenidas en el paso 3, se implementan restricciones de corte en el modelo M_1 para que en las próximas iteraciones se evalúen distintas soluciones. El procedimiento de obtención de las asignaciones equivalentes y la implementación de las restricciones de corte se desarrollan en la sección 3.4.

3.3 Modelo de Asignación y Ruteo de vehículos (M_2)

Variables:

- Z_{ijk} : Toma valor 1 si desde el nodo i se visita al nodo j con el vehículo k , y 0 en caso contrario.
- Q_{ijk} : Cantidad de productos transportados desde el nodo i al nodo j en el vehículo k .
- A_{ik} : Toma valor 1 si el cliente i se asigna al vehículo k , y 0 en caso contrario.

Restricciones:

Cada cliente i puede ser visitado por un único vehículo k , presentado en la Ec. (6), donde I_d representa el conjunto de clientes visitados el día d (solución del problema de asignación de patrones):

$$\sum_{k \in K} A_{ik} = 1 \quad \forall i \in I_d \quad (6)$$

La Ec. (7) implica que cada vehículo k puede salir como máximo una vez desde la planta i_0 .

$$\sum_{j \in I_d} Z_{i_0, jk} \leq 1 \quad \forall k \in K \quad (7)$$

Si el cliente j se asigna al vehículo k , en el ruteo debe tener un predecesor y un sucesor, expresado en las Ecs. (8) y (9), respectivamente:

$$\sum_{\substack{i \in I_d \cup \{i_0\} \\ i \neq j}} Z_{ijk} = A_{jk} \quad \forall j \in I_d, k \in K \quad (8)$$

$$\sum_{\substack{i \in I_d \cup \{i_0\} \\ i \neq j}} Z_{jik} = A_{jk} \quad \forall j \in I_d, k \in K \quad (9)$$

La Ec. (10) representa la conservación de flujo ya que, si el vehículo k realiza un viaje desde el nodo i hacia el nodo u , también debe realizar un viaje desde ese nodo hacia alguna otra ubicación j .

$$\sum_{\substack{i \in I_d \cup \{i_0\} \\ i \neq u}} Z_{iuk} = \sum_{\substack{j \in I_d \cup \{i_0\} \\ u \neq j}} Z_{ujk} \quad \forall u \in I_d, k \in K \quad (10)$$

La Ec. (11) establece la relación entre la cantidad de productos transportados y la demanda a recolectar en cada nodo. La misma permite la eliminación de subtours.

$$\sum_{\substack{i \in I_d \cup \{i_0\} \\ i \neq j}} Q_{ijk} + Dem_j A_{jk} = \sum_{\substack{i \in I_d \cup \{i_0\} \\ i \neq j}} Q_{jik} \quad \forall j \in I_d, k \in K \quad (11)$$

La ecuación (12) presenta los límites inferiores y superiores para la variable Q_{ijk} . La cota inferior garantiza que la cantidad de productos transportados después de visitar el nodo i sea, al menos, igual a la cantidad recolectada en dicho nodo. Por otro lado, la cota superior impone que, al dirigirse al siguiente nodo, la demanda no debe exceder la capacidad disponible restante en el vehículo.

$$Dem_i Z_{ijk} \leq Q_{ijk} \leq (Cap_k - Dem_j) Z_{ijk} \quad \forall i, j \in I_d \cup \{i_0\}, k \in K \quad (12)$$

Para cada día del horizonte, el vehículo k cuenta con un límite de tiempo para realizar las tareas de traslado y recolección asignadas, representado en la Ec. (13).

$$\sum_{\substack{i, j \in I_d \cup \{i_0\} \\ i \neq j}} TT_{ij} Z_{ijk} + \sum_{i \in I_d} ST_i A_{ik} \leq \sum_{j \in I_d} TM_{kd} Z_{i_0, jk} \quad \forall k \in K \quad (13)$$

La capacidad total debe ser suficiente para satisfacer la demanda asignada por el modelo M₁.

$$Dem_d^{asig} \leq \sum_{k \in K} \sum_{j \in I_d} Cap_k Z_{i_0, jk} \quad (14)$$

Las ecuaciones (15) y (16) presentan restricciones que eliminan simetrías para evitar soluciones alternativas. La Ec. (15) establece un orden en la asignación de vehículos de igual capacidad, donde primero se deben utilizar los vehículos de menor índice. La Ec. (16) impone que, para vehículos de igual capacidad, aquellos de menor índice recorran mayor distancia.

$$\sum_{j \in I_d} Z_{i_0, jk} \geq \sum_{j \in I_d} Z_{i_0, jk'} \quad \forall k, k' \in K: k < k' \wedge Cap_k = Cap_{k'} \quad (15)$$

$$\sum_{\substack{i, j \in I_d \cup \{i_0\} \\ i \neq j}} D_{ij} Z_{ijk} \geq \sum_{\substack{i, j \in I_d \cup \{i_0\} \\ i \neq j}} D_{ij} Z_{ijk'} \quad \forall k, k' \in K: k < k' \wedge Cap_k = Cap_{k'} \quad (16)$$

La función objetivo de este modelo, consiste en la minimización del costo total de transporte que involucra los costos variables de distribución y los costos fijos de utilización de los vehículos, como se presenta en la ecuación 17.

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{\substack{i, j \in I_d \cup \{i_0\} \\ i \neq j}} CV_k D_{ij} Z_{ijk} + \sum_{j \in I_d \cup \{i_0\}} CF_k Z_{i_0, jk} \quad (17)$$

3.4 Asignaciones equivalentes y restricciones de corte

Cada solución obtenida del modelo de asignación puede representarse por medio de una matriz donde las columnas corresponden a los días del horizonte temporal y las filas a los clientes del conjunto I_m . Cada elemento (i, d) de la matriz toma el valor 1 si el cliente i es visitado el día d , y 0 en caso contrario. De esta manera, cada fila de la matriz representa los coeficientes que acompañan a cada potencia de base 2 y cuya suma permite identificar a cada patrón con un valor único asociado. Por ejemplo, en un horizonte de 4 días (Lunes, Martes, Miércoles, Jueves), para el patrón de visita Martes-Jueves, que se representa con el vector $(0, 1, 0, 1)$, el valor asociado a éste es $0 * 2^0 + 1 * 2^1 + 0 * 2^2 + 1 * 2^3 = 10$.

A partir de cada matriz de asignación s obtenida al resolver el modelo M_1 , se define el conjunto T_s cuyos elementos son tuplas de la forma (i, p) , donde p es el valor asociado al patrón de visita asignado al cliente i en la solución del modelo. Además, se pueden obtener las matrices que representan asignaciones equivalentes, es decir aquellas en las que se visitan exactamente los mismos conjuntos de clientes, pero en días diferentes. Para estas matrices, las rutas óptimas para cada conjunto de clientes ya han sido calculadas, por lo que dichas asignaciones deben evitarse ya que, al no modificarse la composición de los conjuntos de clientes visitados a diario, la solución del ruteo permanece inalterada.

Para generar las matrices que representan asignaciones equivalentes, basta con permutar alguna columna de la matriz s , lo cual produce un cambio en los días en los que se realizan las visitas, manteniendo el conjunto de clientes involucrados a diario. Luego de cada permutación, se debe verificar que los nuevos patrones de visita asociados a

cada cliente pertenezcan al conjunto de patrones posibles. En caso de no cumplirse, la asignación es descartada. La cantidad de matrices que generan asignaciones equivalentes depende de la longitud del horizonte temporal, del número de columnas linealmente independientes en la matriz s y del conjunto de patrones válidos para cada cliente.

En cada iteración $iter$ del algoritmo, una vez obtenida la solución del modelo M_1 , se construye la matriz de asignación s y se genera el conjunto S_{iter} , que contiene a todas las matrices que representan asignaciones equivalentes válidas. Luego, se incorporan al modelo M_1 las restricciones de corte correspondientes (Ec. (18)), que garantizan que al menos una asignación cliente-patrón difiera tanto de la solución obtenida como de sus equivalentes, evitando así soluciones alternativas que arrojan igual valor de la función objetivo en el modelo M_2 .

$$\sum_{(i,p) \in T_s} Y_{ip} \leq |I_m| - 1 \quad \forall s \in S_{iter} \quad (18)$$

4 Resultados

Se considera una instancia basada en una empresa local dedicada a la recolección y transporte de residuos patológicos generados en 45 centros de salud y atención médica $\{i_1, i_2, \dots, i_{45}\}$. Se define un horizonte temporal de 5 días, donde los clientes se clasifican según sus frecuencias de visitas posibles: una vez a la semana, dos veces, tres veces y cinco veces (I_1, I_2, I_3, I_5). Además, a cada cliente se le asignan todos los posibles patrones de visitas de acuerdo con su frecuencia de visita, por lo tanto, quedan definidos los conjuntos $I_u = I_5$ y $I_m = I_1 \cup I_2 \cup I_3$. Para realizar las tareas de recolección, se cuenta con dos vehículos, k_1 y k_2 , con 900 y 1200 kg de capacidad, respectivamente, y ambos camiones pueden operar 8 horas por día. Las ubicaciones y demandas de los clientes son parámetros del modelo, que por motivos de confidencialidad no son provistos. Sus costos fijos y variables se estimaron considerando que es preferible utilizar el vehículo de menor tamaño. Es importante mencionar que las distancias y los tiempos de traslado entre los nodos son extraídos de una API (Aplication Programming Interface), por lo tanto, simulan una situación real y no están relacionados directamente.

El modelo es implementado y resuelto en Python 3.12.7 utilizando el solver Gurobi v. 11.0.3, en un procesador Intel(R) Core (TM) i7-11700, 2.50GHz y 16 GB de RAM. Se fijó un número máximo de iteraciones igual a 50 y el algoritmo concluyó a los 3512.92 segundos con un valor de la función objetivo de \$170353.69. Además, se implementaron 5880 restricciones de corte en el modelo de asignación, lo que demuestra la importancia de eliminar asignaciones equivalentes, para evitar el recálculo de soluciones ya obtenidas.

En la figura 2, se muestra la evolución del valor de la función objetivo a lo largo de las diferentes iteraciones del algoritmo. Los puntos de color verde representan aquellas iteraciones en las que se obtuvo una mejora en el valor de la función objetivo, mientras que, las cruces grises indican iteraciones en las que se empeoró la mejor solución o bien en las que se interrumpió el cálculo de todas las rutas debido a que el valor de la función objetivo del ruteo parcial superó el mejor valor hallado hasta el momento.

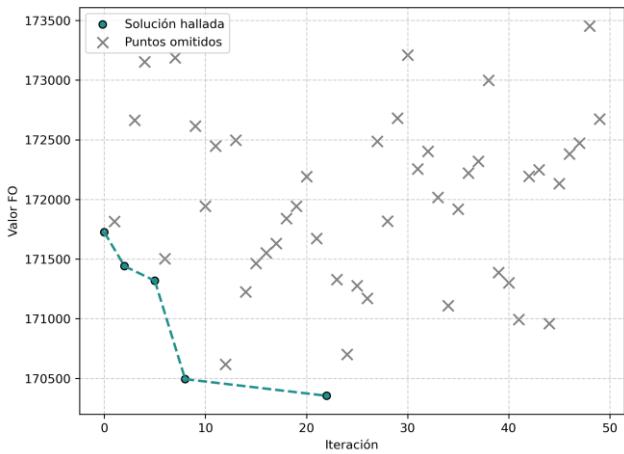


Fig 2. Evolución del valor de la función objetivo respecto a las iteraciones.

En la figura 3, se presentan, para cada día, las rutas recorridas por cada vehículo asignado, donde los esquemas (a) a (e) representan los días d_1 a d_5 , respectivamente. En color verde se representa el vehículo de menor capacidad y en azul el de mayor capacidad. El esquema (f) presenta un zoom de las rutas realizadas por ambos vehículos en el día d_1 .

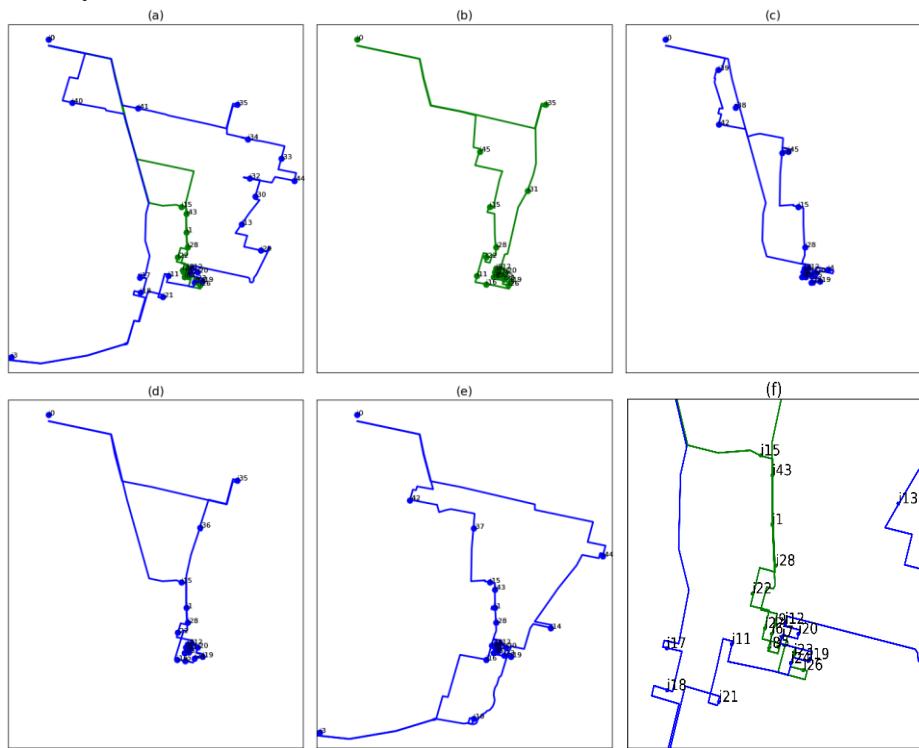


Fig 3. Rutas diarias de cada vehículo.

Se compara el enfoque propuesto con la estrategia de optimización simultánea presentada previamente por Pereira y col. (2024). Dicha estrategia se basa en un modelo matemático que utiliza una representación basada en patrones de visitas, en la cual todas las decisiones se toman de forma conjunta. Para la evaluación, se resolvió la misma instancia y se estableció un tiempo límite de 10800 segundos (tres horas). Al finalizar, se obtuvo una solución de \$168609.32 con un gap de optimalidad del 0.81 %. En comparación, la solución obtenida mediante la metodología propuesta en este trabajo presenta solo un 1.03 % de diferencia respecto a la de Pereira y col. (2024), lo que demuestra su competitividad en términos de calidad de resultados.

Una observación interesante es que el modelo holístico demoró 18 segundos en encontrar su primera solución, con un valor de la función objetivo de \$237620.68. En cambio, la metodología presentada alcanzó una primera solución en solo 9 segundos, con un valor de \$171724.36. Esta diferencia resalta la capacidad del enfoque propuesto para obtener soluciones de alta calidad en tiempos significativamente menores, en comparación con el trabajo previo.

Aunque no se puede asegurar la optimalidad global de la solución obtenida, los resultados muestran que su calidad es notable. En particular, la figura 2 evidencia que la metodología propuesta logra soluciones de alto nivel en tiempos de cómputo considerablemente inferiores a los de los métodos exactos tradicionales. Esto posiciona a la estrategia desarrollada como una herramienta eficiente y eficaz para enfrentar problemas de ruteo periódico, destacando su utilidad en escenarios que demandan una planificación ágil sin comprometer la precisión de los resultados.

5 Conclusiones

En este trabajo se presenta una estrategia de descomposición iterativa para la resolución del problema de ruteo periódico de vehículos. La metodología propuesta involucra dos etapas que se ejecutan iterativamente: una resuelve un modelo de asignación y la otra uno de ruteo de vehículos, con el objetivo de minimizar los costos de traslado.

El algoritmo se implementó en un caso real, obteniendo así una planificación óptima para el horizonte temporal considerado. Específicamente, para cada día de la semana se determinan los clientes a visitar, los vehículos a utilizar, la asignación de cada vehículo a los clientes, la ruta óptima, la cantidad de residuos a recolectar, así como las distancias y tiempos de recorrido, todo con el fin de minimizar los costos de las rutas seleccionadas.

Una de las principales ventajas del enfoque propuesto es su versatilidad para aplicarse en distintos horizontes temporales. Además, según las necesidades del planificador logístico, la estrategia permite dos enfoques: si se busca obtener la solución óptima global, se puede permitir un mayor número de iteraciones, mientras que, si el objetivo es obtener una buena solución en menor tiempo, se puede limitar la cantidad de iteraciones para reducir el tiempo de cómputo.

Como trabajo futuro, se propone mejorar la metodología de asignación de clientes a los días de visita para generar soluciones más eficientes. Se explorarán estrategias de

clusterización de los nodos antes de resolver el problema de ruteo, lo que permitirá una planificación más estructurada reduciendo la complejidad del problema.

Referencias

- Abidin, S. Z., Abidin, N. I. Z., & Daud, H. J. (2025). Decision-Making Support in Vehicle Routing Problems: A Review of Recent Literature. *Journal of Advanced Research in Applied Sciences and Engineering Technology*, 44(2), 124-134.
- Elatar, S., Abouelmehdi, K., & Riffi, M. E. (2023). The vehicle routing problem in the last decade: variants, taxonomy and metaheuristics. *Procedia Computer Science*, 220, 398-404.
- Vidal, T., Laporte, G., & Matl, P. (2020). A concise guide to existing and emerging vehicle routing problem variants. *European Journal of Operational Research*, 286(2), 401-416.
- Irlich, S., Toth, P., & Vigo, D. (2014). Chapter 1: The Family of Vehicle Routing Problems. In Society for Industrial and Applied Mathematics eBooks (pp. 1-33).
- Ronen, D., & Goodhart, C. A. (2008). Tactical store delivery planning. *Journal of the operational research society*, 59(8), 1047-1054.
- Palomino-Perez, Y., Rojas, M., & Amaya-Mier, R. (2024). Design of a Reverse Logistics Network for Medical Waste Considering Location and Routing Decisions. *Journal Of Cleaner Production*, 474, 143592.
- Maya, P., Sørensen, K., & Goos, P. (2012). A metaheuristic for a teaching assistant assignment-routing problem. *Computers & operations research*, 39(2), 249-258.
- Campbell, A. M., & Wilson, J. H. (2014). Forty years of periodic vehicle routing. *Networks*, 63(1), 2-15.
- Baldacci, R., Bartolini, E., Mingozzi, A., & Vetta, A. (2011). An exact algorithm for the period routing problem. *Operations research*, 59(1), 228-241.
- Alves, F., Alvelos, F., Rocha, A.M.A.C., Pereira, Ana I., Leitao, Paulo, (2019). Periodic vehicle routing problem in a health unit. In: *Proceedings of the 8th International Conference on Operations Research and Enterprise Systems- Volume 1: ICORES*. SciTePress, (pp. 384-389)
- Basir, S. A., Şahin, G., & Özbaygin, G. (2024). A comparative study of alternative formulations for the periodic vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 165, 106583.
- Pereira, S., Corsano, G., & Fumero, Y., (2024) Modelo de Optimización Para la Recolección Periódica de Residuos Patológicos Empleando una Representación Basada en Patrones de Visitas. En los Anales del Congreso Internacional XXXVII Encuentro Nacional de Docentes en Investigación Operativa: XXXV Escuela de Perfeccionamiento en Investigación Operativa. (pp. 174-179)