

Método de descomposición para optimización multiobjetivo del procesamiento por lotes de pedidos

Fabio Maximiliano Miguel¹, Mariano Frutos², Máximo Méndez³ y Begoña González³

¹ Sede Alto Valle y Valle Medio, Universidad Nacional de Río Negro, CONICET, Villa Regina 8336, Argentina.

² Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur, IIESS UNS-CONICET, Bahía Blanca 8000, Argentina.

³ Instituto Universitario SIANI, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria (ULPGC), 35017 Las Palmas de Gran Canaria, Spain.

fmiguel@unrn.edu.ar - mfrutos@uns.edu.ar
maximo.mendez@ulpgc.es - bego.landin@ulpgc.es

Resumen. El crecimiento del comercio electrónico, junto con la creciente demanda de prácticas logísticas sostenibles, ha incrementado las exigencias en términos de eficiencia y calidad en la gestión de pedidos. En este contexto, y con el objetivo de analizar los enfoques más adecuados para el problema de agrupación y preparación de pedidos, se introduce una variante del JOBPRP que busca optimizar dos criterios: la reducción de costos operativos y el equilibrio en la distribución de la carga de trabajo. Los algoritmos evolutivos representan una alternativa viable para la optimización multiobjetivo; sin embargo, pueden presentar dificultades en la convergencia y la diversidad cuando se enfrentan a frentes de Pareto con estructuras irregulares. Por ello, se ha evaluado el rendimiento del Algoritmo Evolutivo Multiobjetivo Basado en Descomposición (MOEA/D). Para ello, se llevó a cabo un estudio comparativo en el que se analizaron distintas estrategias de escalarización aplicadas a un conjunto amplio de experimentos con instancias de diversa magnitud. El desempeño del algoritmo se evaluó a través de métricas como el hipervolumen, la distancia media a la solución ideal y la dispersión de las soluciones no dominadas. Los resultados obtenidos sugieren que el MOEA/D, cuando se utiliza con el método de AASF, muestra un rendimiento competitivo en términos de hipervolumen promedio y dispersión de las soluciones a lo largo de los frentes de Pareto.

Palabras clave: Metaheurísticas, Algoritmo Evolutivo, JOBPRP.

Decomposition Method for Multi-Objective Optimization of Batch Order Processing

Abstract. The growth of e-commerce, coupled with the increasing demand for sustainable logistics practices, has heightened the requirements for efficiency and quality in order management. In this context, and with the aim of analyzing the most suitable approaches to the order batching and picking problem, a variant of the JOBPRP is introduced, which seeks to optimize two criteria: the reduction of operational costs and the balancing of workload distribution. Evolutionary algorithms represent a viable alternative for multi-objective optimization; however, they may exhibit challenges in convergence and diversity when dealing with Pareto fronts of irregular structure. Therefore, the performance of the Multi-Objective Evolutionary Algorithm based on Decomposition (MOEA/D) was evaluated. A comparative study was conducted to analyze different scalarization strategies applied to a large set of experiments involving instances of varying size. The algorithm's performance was assessed using metrics such as hypervolume, average distance to the ideal solution, and the spread of non-dominated solutions. The results suggest that MOEA/D, when employed with the AASF method, exhibits competitive performance in terms of average hypervolume and the dispersion of solutions along the Pareto fronts.

Keywords: Metaheuristics, Evolutionary Algorithm, JOBPRP.

1 Introducción

Este trabajo se centra en el análisis del desempeño del algoritmo evolutivo basado en descomposición MOEA-D (Zhang & Li, 2007) empleando distintos métodos de escalarización para abordar el problema de optimización integrado de consolidación de pedidos y secuenciación de los preparadores. Se presenta una variante bi-objetivo del Joint Order Batching and Picker Routing Problem (JOBPRP) presentada en Kulak et al. (2012). Esta formulación problema con dos objetivos consiste en determinar de manera óptima la secuencia y composición de cada lote de picking, buscando simultáneamente minimizar el costo operativo total, proporcional al tiempo de picking; y equilibrar la carga de trabajo entre los equipos de picking. Las restricciones consideradas incluyen la capacidad de los equipos y el cumplimiento de los plazos máximos de despacho de cada pedido bajo diferentes configuraciones del layout de un centro de distribución. En cada pedido se especifica las cantidades de distintos productos requeridos por un cliente y los plazos programados de despacho. Cada equipo de picking procesa un conjunto de artículos, que pueden pertenecer a múltiples pedidos. Este tipo de problema ha sido abordado con diferentes técnicas basadas en algoritmos evolutivos, búsqueda local iterada, lógica difusa, entre otros. Una clasificación de estos problemas y técnicas se puede ver en Pardo et al. (2024) y Vanheusden et al. (2023).

2 Modelo

El modelo integrado del problema de consolidación de pedidos y secuenciación de preparadores, es una variante biobjetivo de la formulación del Joint Order Batching and Picker Routing Problem (JOBPRP) presentada en Kulak et al. (2012). Consiste en identificar la secuencia y composición de cada lote de picking de manera óptima, buscando simultáneamente minimizar el costo operativo total, proporcional al tiempo de picking; y equilibrar la carga de trabajo entre los equipos de picking. Entre las restricciones se incluye la capacidad de los equipos y el cumplimiento de los plazos máximos de despacho de cada pedido bajo diferentes configuraciones del layout de un centro de distribución.

Conjuntos

- $o \in O$ conjunto de órdenes o pedidos
- $b \in B$ conjunto de lotes o batches
- $i, j \in \mathcal{L}$ conjunto de posiciones de almacenamiento de artículos en pedidos

Parámetros

- D Matriz de distancias
- $p_{i,o}$ asume el valor 1 si la posición i está en la orden o .
- v es la velocidad del equipo de picking.
- t_{ij} es el tiempo de traslado entre la posición i y j . $t_{ij} = D_{ij}/v$
- w_o es el peso de la orden o .
- C es la capacidad del preparador.
- ζ es el costo operativo por unidad de tiempo.
- t_{pick} es el tiempo de picking por ítem.
- q_o es la cantidad de ítems en la orden o .

Variables

- $x_{o,b}$ es 1 si la orden o está en el lote b y 0 en otro caso
- $y_{i,j,b}$ es 1 si la posición i es visitada antes de j en el lote b y 0 en otro caso.
- $z_{i,b}$ es 1 si la posición i es visitada en la secuencia del lote b .

Modelo

$$\min f_1: CT = \left[\frac{\sum_{b \in B} \sum_{i \in \mathcal{L}} \sum_{j \in \mathcal{L}} D_{ij} \cdot y_{ijb}}{v} + \sum_{\substack{p \in \mathcal{P} \\ q \in Q}} q_p \cdot t_{pick} \right] \cdot \zeta \quad (1)$$

$$\min f_2: \Delta W = \text{STD} \left[\sum_{o \in O} w_o * x_{o,b} \right] \quad \forall b \in B \quad (2)$$

s.a.:

$$\sum_{j \in V, j \neq i} y_{i,j,b} = z_{i,b} \quad \forall b \in B, i \in \mathcal{L} \quad (3)$$

$$\sum_{j \in V, i \neq j} y_{i,j,b} = z_{j,b} \quad \forall b \in B, j \in \mathcal{L} \quad (4)$$

$$\sum_{i \in S, j \in V \setminus S} y_{i,j,b} \geq z_{i,b} \quad \forall b \in B, S \subset \mathcal{L} \quad (5)$$

$$z_{i,b} \geq p_{i,o} * x_{o,b} \quad \forall b \in B, i \in L, o \in O \quad (6)$$

$$\sum_{b \in B} x_{o,b} = 1 \quad \forall o \in O \quad (7)$$

$$\sum_{o \in O} w_o \cdot x_{o,b} \leq C \quad \forall b \in B \quad (8)$$

$$\sum_{i \in L} \sum_{j \in L} t_{ij} * y_{i,j,b} + \sum_{o \in O} q_o * t_{pick} \leq dd_o * x_{o,b} + M * (1 - x_{o,b}) \quad \forall b \in B \quad (9)$$

$$x_{o,b}, y_{i,j,b}, x_{o,b} \in 0,1 \quad \forall i, j \in L, o \in O, b \in B \quad (10)$$

La función objetivo (1), representa el costo operativo total del proceso de preparación, expresado en unidades monetarias, correspondiente a la recolección de lotes. La función objetivo (2) representa la variabilidad en la carga de trabajo de los preparadores. Los tiempos de viaje t_{ij} en la primera función objetivo se obtienen de la distancia entre posiciones y velocidad del preparador. Los conjuntos de restricciones (3) y (4) garantizan que cada ubicación tenga exactamente un predecesor y un sucesor, siempre que la ubicación sea visitada en el lote respectivo. El (5) representan las restricciones de eliminación de subtours del problema secuenciación, garantizan que las soluciones consistan en un solo recorrido que conecte todas las ubicaciones de un lote. El conjunto de restricciones (6) indica que si la posición i se encuentra en la orden o y la orden o se encuentra en el lote b , entonces la posición i debe tener su predecesor en el lote b . El (7) aseguran que cada orden sea asignada a exactamente un lote. El conjunto (8) garantizan que no se sobrepase la capacidad del preparador. El conjunto de restricciones (9) limita los retrasos. Finalmente, (10) define los dominios de las variables.

3 Metodología

Para la resolución del problema se utilizó el algoritmo evolutivo multiobjetivo basado en descomposición MOEA/D (Zhang & Li, 2007). Este procedimiento descompone el problema de optimización multiobjetivo (POM) en un número finito de subproblemas de optimización escalar y los resuelve simultáneamente mediante la evolución de una población de soluciones. Se evaluaron tres métodos de escalarización para realizar la descomposición, que han demostrado ser eficaces para lograr la convergencia al frente de Pareto y una distribución uniforme de soluciones en problemas de optimización multiobjetivo con características similares (Pescador-Rojas & Coello, 2018). El método de Chebyshev (Bowman, 1976), el *Penalized Boundary Intersection* (Zhang & Li, 2007) y el *Augmented Achievement Scalarizing* (Wierzbicki, 1980). Se utilizó normalización lineal para el espacio de objetivos y los vectores de peso se generaron mediante el método *Uniform Design* (Fang & Wang, 1993).

Respecto a la caracterización del MOEA, se utilizó una representación basada en permutaciones de números enteros con dos genomas, común en la resolución de este tipo de problemas combinatorios (Miguel et al., 2024). Se utilizó como operador de cruce el *Two Point Crossover [SBX]* y como operador de mutación el *Polynomial Mutation (PM)*. Se utilizó el método basado en k-vecino más cercano como método de

mejora. La satisfacción de las restricciones se asegura mediante los operadores genéticos y la representación adoptada. Para garantizar un nivel adecuado de diversidad inicial, la población es generada de manera aleatoria. El proceso concluye cuando se cumple un criterio de parada, el cual restringe el número máximo de iteraciones.

A los fines de comparar el desempeño de éstos procedimientos se aplicó la métrica del Hipervolumen (Zitzler et al., 2003). Todos los procedimientos fueron implementados en Python, utilizando un PC Intel core i7, procesador 3.00 GHz y 8 GB de RAM.

4 Experimentación y resultados

Para estudiar el desempeño del MOEA/D con los tres métodos de escalarización descritos, en el contexto del JOBPRP bi-objetivo presentado, se generan seis tamaños de instancias. Chicas, medianas y grandes, con 2 y 3 dimensiones, siguiendo la metodología propuesta por Tsai et al. (2008).

Los procedimientos de ajuste de hiperparámetros resultaron en configuraciones con un número máximo de generaciones de 200, un tamaño de la población de 100, una probabilidad de mutación de 0.02, y la probabilidad de cruce de 0.8. Cada método se ejecuta 10 veces y cada ejecución es independiente de las otras. Cada instancia de prueba seleccionada se corre bajo las mismas condiciones iniciales, comenzando con una población generada aleatoriamente siguiendo la metodología referenciada.

Luego se comparó la evolución del hipervolumen medio del algoritmo usando los tres métodos de escalarización estudiados, con las mejores configuraciones de parámetros logradas. Los resultados obtenidos de la comparación muestran que el algoritmo con el método *Augmented Achievement Scalarizing* fue más competitivo. No se observaron diferencias significativas en cuanto a dispersión, pero sí presentó una convergencia más rápida.

5 Conclusiones

En el presente estudio se modeló una variante bi-objetivo del Joint Order Batching and Picker Routing Problem (JOBPRP), y se implementó un algoritmo evolutivo multiobjetivo basado en descomposición para abordar su resolución. Los resultados iniciales obtenidos permiten inferir que el enfoque MOEA/D posee capacidad para identificar frentes de Pareto bien distribuidos en este tipo de problemas combinatorios. Asimismo, se observan diferencias significativas en el desempeño del algoritmo en función del método de escalarización empleado. En particular, el método de escalarización AASF favorece una convergencia más acelerada hacia el frente en comparación con las restantes estrategias analizadas.

A partir de los hallazgos obtenidos, se propone como línea futura de investigación el desarrollo de esquemas híbridos que integren operadores genéticos adaptativos con el objetivo de mejorar la capacidad exploratoria del algoritmo en espacios de búsqueda de este tipo de problemas.

Referencias

- Bowman, V. J. (1976). On the Relationship of the Tchebycheff Norm and the Efficient Frontier of Multiple-Criteria Objectives (H. Thiriez & S. Zionts, Eds.; Vol. 130, pp. 76-86). Springer.
- Fang, K.-T., & Wang, Y. (1993). Number-theoretic methods in statistics (Vol. 51). CRC Press.
- Kulak, O., Sahin, Y., & Taner, M. E. (2012). Joint order batching and picker routing in single and multiple-cross-aisle warehouses using cluster-based tabu search algorithms. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 24(1), 52-80.
- Miguel, F. M., Frutos, M., Méndez, M., Tohmé, F., & González, B. (2024). Comparison of MOEAs in an Optimization-Decision Methodology for a Joint Order Batching and Picking System. *Mathematics*, 12(8), 1246.
- Pardo, E. G., Gil-Borrás, S., Alonso-Ayuso, A., & Duarte, A. (2024). Order batching problems: Taxonomy and literature review. *European Journal of Operational Research*, 313(1), 1-24.
- Pescador-Rojas, M., & Coello, C. A. C. (2018). Collaborative and Adaptive Strategies of Different Scalarizing Functions in MOEA/D. 2018 IEEE Congress on Evolutionary Computation, 1-8.
- Tsai, C.-Y., Liou, J. J. H., & Huang, T.-M. (2008). Using a multiple-GA method to solve the batch picking problem: Considering travel distance and order due time. *International Journal of Production Research*, 46(22), 6533-6555.
- Vanheusden, S., Gils, T. van, Ramaekers, K., Cornelissens, T., & Caris, A. (2023). Practical factors in order picking planning: State-of-the-art classification and review. *IJPR*.
- Wierzbicki, A. P. (1980). The Use of Reference Objectives in Multiobjective Optimization. En G. Fandel & T. Gal (Eds.), *MCDM Theory and Application* (pp. 468-486). Springer.
- Zhang, Q., & Li, H. (2007). MOEA/D: A Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 11(6), 712-731.
- Zitzler, E., Thiele, L., Laumanns, M., Fonseca, C. M., & da Fonseca, V. G. (2003). Performance assessment of multiobjective optimizers: An analysis and review. *IEEE*, 7(2), 117-132.

Agradecimientos: Los autores expresan su agradecimiento por el respaldo otorgado por la Consejería de Economía, Industria, Comercio y Conocimiento del Gobierno de Canarias a través de la subvención directa concedida a la ULPGC denominada "Apoyo a la actividad de I+D+i, Campus de Excelencia Internacional CEI CANARIAS-ULPGC". Asimismo, los autores agradecen el apoyo financiero parcial recibido a través de los proyectos PI UNRN 40-A-1108 y PGI 24/J086 financiados por la Universidad Nacional de Río Negro y la SGCyT de la Universidad Nacional del Sur.