

Modelado del VRPD y codificación de las soluciones para la optimización con algoritmos genéticos

Mariano Frutos^{1,2,3}, Fabio M. Miguel⁴, Máximo Méndez⁵ y Begoña González⁵

¹Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur (UNS), Bahía Blanca (8000), Argentina.

²Instituto de Investigaciones Económicas y Sociales del Sur (IESS UNS-CONICET), Bahía Blanca (8000), Argentina.

³Instituto de Ingeniería (II UNS-CIC), Bahía Blanca (8000), Argentina.

⁴Sede Alto Valle y Valle Medio, Universidad Nacional de Río Negro, CONICET, Villa Regina (8336), Argentina.

⁵Instituto Universitario SIANI, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria (ULPGC), Las Palmas de Gran Canaria (35017), España.

mfrutos@uns.edu.ar - fmiguel@unrn.edu.ar
maximo.mendez@ulpgc.es - bego.landin@ulpgc.es

Resumen. En los últimos años, la distribución de última milla ha experimentado un notable incremento, impulsado fundamentalmente por el aumento del comercio electrónico. Se estima que en cada ruta de distribución es necesario entregar entre 50 y 150 productos por día. Empresas de renombre internacional ya han incorporado el uso de drones para la entrega de sus productos. En los últimos años, se ha comenzado a estudiar el problema de ruteo de vehículos con drones (VRPD), el cual corresponde a una extensión del clásico problema de ruteo de vehículos (VRP). El VRPD plantea que tanto camiones como drones operen de manera simultánea para llevar a cabo la entrega de los productos. Este estudio aborda el modelado matemático y el uso de un algoritmo genético para su resolución. La función objetivo del modelo considera los tiempos de viaje tanto de los camiones como de los drones, y debe ser minimizada para lograr un punto óptimo de operación. Se llevaron a cabo experimentos con instancias pequeñas generadas aleatoriamente en un entorno urbano, y los resultados demostraron que la codificación de las soluciones, así como una correcta parametrización, son factores claves para desarrollar un algoritmo eficiente.

Palabras clave: Ruteo de vehículos, drones, distribución de última milla, algoritmos genéticos.

Modeling the VRPD and solution encoding for optimization using genetic algorithms

Abstract. In recent years, last-mile delivery has experienced significant growth, mainly driven by the rise of e-commerce. It is estimated that between 50 and 150 products need to be delivered per route each day. Internationally renowned companies have already incorporated the use of drones for product delivery. Recently, the vehicle routing problem with Drones (VRPD) has begun to be studied, this is an extension of the classic vehicle routing problem (VRP). The VRPD proposes that both trucks and drones operate simultaneously to carry out product deliveries. This study addresses the mathematical modeling and the use of a genetic algorithm to solve the problem. The model's objective function considers the travel times of both trucks and drones, which must be minimized to achieve an optimal operating point. Experiments were conducted using small randomly generated instances in an urban environment, and

the results showed that solution encoding, as well as proper parameter tuning, are key factors in developing an efficient algorithm.

Keywords: Vehicle routing, drones, last-mile delivery, genetic algorithms.

1 Introducción

El problema de ruteo de vehículos con drones (VRPD) plantea que tanto camiones como drones operen de manera simultánea para llevar a cabo la entrega de productos a los clientes (Chung et al., 2020). Una de las características más destacadas de este modelo es que un dron puede ser transportado por un camión, despegar para realizar las entregas y luego aterrizar nuevamente en el mismo camión o en otro, siempre que se respeten las restricciones de alcance de vuelo y capacidad de carga (Schmidt et al., 2024). La coordinación de los movimientos de camiones y drones introduce una complejidad significativa, haciendo que este problema sea sustancialmente diferente a los problemas clásicos de ruteo de vehículos (VRP) (Wang y Sheu, 2019). Es fundamental tener en cuenta que los drones se desplazan a alta velocidad, cubren distancias cortas, transportan cargas ligeras y tienen un bajo consumo de energía, mientras que los camiones se desplazan a menor velocidad, cubren distancias más largas, transportan cargas pesadas, poseen una mayor capacidad de carga y tienen un consumo energético más alto. Al integrar ambos modos de transporte, se logran equilibrar estas características, lo que resulta en una mejora de la eficiencia en la entrega de productos y un incremento en el nivel de servicio (Schmidt et al., 2024; Kuo et al., 2023). Se debe considerar también que los drones deben cumplir con normativas locales e internacionales que regulan su uso en el espacio aéreo. Estas normativas pueden restringir su uso en determinadas zonas y limitar el peso transportado y su velocidad (Zhou et al., 2025; Wei et al., 2025).

2 Modelado del VRPD

A continuación, se presentan los parámetros, las variables de decisión y el modelo matemático usado para el VRPD (Euchi y Sadok, 2021).

Índices:

i, j, k, m :	Representan los índices de los nodos (depósito y clientes).
d :	Representa el índice del dron.
v :	Representa el índice del vehículo (camión).

Conjuntos:

N :	Conjunto de nodos (depósito y clientes).
D :	Conjunto de drones.
V :	Conjunto de vehículos (camiones).

Parámetros:

t_{ij}^v :	Tiempo de recorrido del vehículo v desde el nodo i al nodo j .
t_{ij}^d :	Tiempo de recorrido del dron d desde el nodo i al nodo j .
q_i :	Cantidad demandada por el nodo i .
Q^v :	Capacidad de carga del vehículo v .
E :	Autonomía total de la batería del dron.
T_i^v :	Tiempo total de recorrido en el nodo i del vehículo v .
t_i^v :	Tiempo de llegada del vehículo v al nodo i .
t_i^d :	Tiempo de llegada del dron d al nodo i .

Variables de decisión:

x_{ij}^v :	Es una variable binaria que vale 1 si un vehículo v pasa del nodo i al nodo j y 0 en caso contrario.
z_{ijk}^{dv} :	Es una variable binaria que vale 1 si el dron d asociado al vehículo v sale del nodo i , sirve al nodo j y se encuentra con el vehículo cuando este visita al nodo k y 0 en caso contrario.

La función objetivo (1) es minimizar el tiempo total de recorrido de vehículos y drones.

$$\text{Min } w = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0, j \neq i}^N \sum_{v=1}^V t_{ij} x_{ij}^v + \sum_{i=0}^N \sum_{j=1, j \neq k}^N \sum_{k=0}^N \sum_{d=0}^D \sum_{v=1}^V (t_{ij}^d + t_{jk}^d) z_{ijk}^{dv} \quad (1)$$

Las restricciones (2) garantizan que cada nodo debe ser visitado por un vehículo o por un dron una sola vez.

$$\sum_{i=0}^N \sum_{v=1}^V x_{ij}^v + \sum_{d=1}^D \sum_{v=1}^V \sum_{i=0}^N \sum_{k=0}^N z_{ijk}^{dv} = 1 \quad \forall j \in N \setminus \{0\} \quad (2)$$

Las restricciones (3) garantizan que todos los vehículos deben salir del depósito como máximo una vez. En consecuencia, las restricciones (4) confirman que todos los vehículos deben regresar al depósito como máximo una vez.

$$\sum_{j=1}^N x_{0j}^v \leq 1 \quad \forall v \in V \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{i0}^v \leq 1 \quad \forall v \in V \quad (4)$$

Las restricciones (5) aseguran que un vehículo v llegará y dejará al nodo j .

$$\sum_{i=0, i \neq j}^N x_{ij}^v = \sum_{k=0, k \neq j}^N x_{jk}^v \quad \forall v \in V, j \in N \quad (5)$$

Las restricciones (6) y (7) restringen que un dron d deje al nodo i y llegue al nodo k como máximo una vez.

$$\sum_{v=1}^V \sum_{j=1}^N \sum_{k=0}^N z_{ijk}^{dv} \leq 1 \quad \forall d \in D, i \in N \quad (6)$$

$$\sum_{v=1}^V \sum_{i=0}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N z_{ijk}^{dv} \leq 1 \quad \forall d \in D, k \in N \quad (7)$$

Las restricciones (8) garantizan que se respeten las capacidades de los vehículos.

$$\sum_{i=0, i \neq j}^N \sum_{j=0}^N q_i x_{ij}^v + \sum_{j=1, j \neq i}^N \sum_{i=0}^N \sum_{k=0}^N q_j z_{ijk}^{vd} \leq Q^v \quad \forall v \in V \quad (8)$$

Las restricciones (9) garantizan que cada dron no exceda la autonomía total de las baterías E .

$$\sum_{j=1}^N \sum_{i=0}^N \sum_{k=0, k \neq i}^N (t_{ij}^d + t_{jk}^d) z_{ijk}^{vd} \leq E \quad \forall v \in V, d \in D \quad (9)$$

Las restricciones (10) y (11) garantizan que, si un dron parte de un nodo i , que puede ser el depósito, y va al nodo k , el vehículo debe visitar a estos dos nodos.

Para y_i se aplicó para el cruce el operador PMX (Partially-Mapped Crossover) y una mutación por intercambio de genes. Para el caso de m_i , se aplicó para el cruce el operador de dos puntos y una mutación uniforme. Para p_i , a cada solución generada, para el despegue del dron se identifica el nodo de la ruta que recorre el vehículo más cercano al nodo a visitar por el dron. Por último, para a_i se aplica una solución heurística que evalúa el aterrizaje del dron en los m nodos siguientes al del de despegue y toma la mejor alternativa en referencia al tiempo. Para el caso resuelto de un vehículo, dos drones, un depósito y 12 clientes, se tomó un tamaño de la población de 100, un operador de selección por torneo probabilístico, una probabilidad de cruce de 0,8 y una probabilidad de mutación de 0,15. El algoritmo fue implementado en Python y se corrió con una PC Intel core i7, procesador 3.00 GHz y 8 GB de RAM.

4 Conclusiones

En este trabajo se ha modelado el VRPD y aplicado un algoritmo genético para su resolución. Se llevaron a cabo experimentos con instancias pequeñas generadas aleatoriamente en un entorno urbano, y los resultados preliminares indican que una codificación adecuada de las soluciones generadas, así como una correcta parametrización, son factores claves para desarrollar un algoritmo eficiente. Para el caso de un vehículo, dos drones, un depósito y 12 clientes, tanto el método exacto como el algoritmo genético llegaron a la misma solución, aunque este último tardó un 23,5% más (Método exacto: 1,75 s y algoritmo genético: 2,16 s). Los resultados numéricos obtenidos evidencian la importancia de la combinación de camiones y drones, mejorando significativamente el nivel de servicio en el proceso de distribución.

Acknowledgments. Los autores agradecen el soporte económico otorgado por la Consejería de Economía, Industria, Comercio y Conocimiento del Gobierno de Canarias a través de la subvención directa concedida a la ULPGC denominada "Apoyo a la actividad de I+D+i, Campus de Excelencia Internacional CEI CANARIAS-ULPGC. También, agradecen por financiar parte de este trabajo a la SGCyT de la Universidad Nacional del Sur (Proyecto PGI 24/J086) y al CONICET (Proyecto PIP 11220220100447CO).

Referencias

- Chung, S.H., Sah, B., Lee, J. (2020). Optimization for drone and drone-truck combined operations: A review of the state of the art and future directions. *Computers & Operations Research* 123(1), 105004.
- Schmidt, J., Tilk, C., Irnich, S. (2024). Exact solution of the vehicle routing problem with drones. *Transportation Science* 59(1) 60-80.
- Wang, Z., Sheu, J.B. (2019). Vehicle routing problem with drones. *Transportation Research Part B* 122(1), 350-364.
- Kuo, R.J., Edbert, E., Zulvia, F.E., Lu, S.H. (2023). Applying NSGA-II to vehicle routing problem with drones considering makespan and carbon emission. *Expert Systems with Applications* 221(1), 119777.
- Zhou, J., Yu, Q., Xue, Z., Yang, L. (2025). Research on the route planning problem of drone and truck collaborative delivery in restricted areas. *IEEE Access* 13, 33062-33073.
- Wei, S., Fan, H., Ren, X., Diao, X. (2025). Time-dependent vehicle routing problem with drones under vehicle restricted zones and no-fly zones. *Applied Sciences* 15(4), 2207.
- Euchi, J., Sadok, A. (2021). Hybrid genetic-sweep algorithm to solve the vehicle routing problem with drones. *Physical Communication* 44(1), 101236.
- Goldberg, D.E., Holland, J.H. (1988). Genetic algorithms and machine learning. *Machine Learning* 3(1), 95-99.