

# Master Production Scheduling of a Pet Food Plant using a Rolling Horizon Optimization Methodology

Joan Cusimano<sup>1</sup>, Romina A. Ríos<sup>1</sup>, Fernando Herrero<sup>2</sup>, Emilce Faba<sup>1</sup>, and  
Pablo A. Marchetti<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup> UTN Facultad Regional Santa Fe, Lavaisse 610, 3000 Santa Fe, Argentina

<sup>2</sup> Nestlé Purina PetCare, Santo Tomé, Santa Fe, Argentina

<sup>3</sup> INTEC (UNL-CONICET), Güemes 3450, 3000 Santa Fe, Argentina  
(joan.cusimano98@gmail.com, pmarchet@intec.unl.edu.ar)

**Abstract.** This work addresses the Master Production Scheduling problem (MPS) of a pet food manufacturing plant. The production process comprises several stages, starting with the dosing of raw materials and ending with the packaging and storage of the final product. The plant has a fixed number of production lines, being the critical equipment the extruders and packaging machines available. Given a medium-term horizon (3 to 5 months) disaggregated into weeks, for each line the production volumes per product, which are associated to different families, must be defined. A mixed-integer linear mathematical model (MILP), considering the main constraints of the problem, combined with a Rolling Horizon algorithm to solve the complete horizon has been developed. The proposed methodology has been applied to the MPS problem of a large-scale industrial facility that produces hundreds of products and families. Based on the problem's dimensions, a parameter analysis of the algorithm has been performed to find the best balance between time and solution quality. As a result, by applying the proposed methodology considerable improvements were obtained regarding key indicators such as minimum batch size per family, compliance with the stock policy, and solution times compared with the current method.

**Keywords:** Master production scheduling · Optimization · Rolling Horizon Algorithm · Pet Food Manufacturing.



# Programación Maestra de la Producción de una Planta de Alimentos para Mascotas mediante una Metodología de Optimización basada en Horizonte Rodante

Joan Cusimano<sup>1</sup>, Romina A. Ríos<sup>1</sup>, Fernando Herrero<sup>2</sup>, Emilce Faba<sup>1</sup> y  
Pablo A. Marchetti<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup> UTN Facultad Regional Santa Fe, Lavaisse 610, 3000 Santa Fe, Argentina

<sup>2</sup> Nestlé Purina PetCare, Santo Tomé, Santa Fe, Argentina

<sup>3</sup> INTEC (UNL-CONICET), Güemes 3450, 3000 Santa Fe, Argentina  
(joan.cusimano98@gmail.com, pmarchet@intec.unl.edu.ar)

**Resumen.** Este trabajo aborda la Programación Maestra de la Producción (PMP) de una planta de elaboración de alimentos para mascotas. El proceso de fabricación consiste en varias etapas, comenzando con la dosificación de las materias primas y finalizando con el envasado y almacenamiento del producto final. La planta cuenta con un número fijo de líneas de producción, siendo el equipamiento crítico las extrusoras y envasadoras disponibles. Dado un horizonte de mediano plazo (3 a 5 meses) desagregado en semanas, para cada línea se desea definir los volúmenes de producción por producto, los cuales se encuentran asociados a diferentes familias. Se desarrolló un modelo matemático mixto-entero lineal (MILP), considerando las principales restricciones del problema, combinado con un algoritmo de Horizonte Rodante para la resolución del horizonte completo. La metodología propuesta fue aplicada al problema de PMP de una instalación industrial de gran escala, que elabora cientos de productos y familias. En base a las dimensiones del problema, se realizó un análisis de parámetros del algoritmo para encontrar el mejor balance entre tiempo y calidad de la solución. Como resultado, al aplicar la metodología propuesta se obtuvieron mejoras considerables en cuanto a indicadores clave como lote mínimo por familia, cumplimiento de la política de stock y tiempos de resolución en comparación con el método vigente.

**Palabras claves:** Programación maestra de la producción · Optimización · Horizonte rodante · Fabricación de alimento para mascotas.

## 1 Introducción

En la actualidad, cualquier industria productiva de considerable escala debe planificar continuamente la producción en función de la demanda prevista, la capacidad disponible y los recursos necesarios, a fin de garantizar cierto grado de eficiencia y eficacia en el funcionamiento de la misma [1, Chapter 1] [2].

El ciclo de planificación de la producción se compone de una sucesión de planificaciones individuales, con distintos horizontes temporales, combinadas entre sí. Deben mantenerse niveles de calidad consistentes desde las planificaciones agregadas, asociadas a objetivos estratégicos de la empresa, hasta su descomposición en programaciones más detalladas, orientadas a orquestar una operación productiva diaria de calidad, alineada a dichos objetivos.

Este trabajo aborda el proceso de Programación Maestra de la Producción (PMP), el cual consiste en definir volúmenes de producción para cada producto a lo largo de un horizonte de mediano plazo, en el orden de meses, con unidades de tiempo medidas en semanas. Dicha planificación debe garantizar suficiente estabilidad para ser ejecutada y, a su vez, suficiente flexibilidad para obtener una respuesta competitiva ante posibles cambios en la demanda.

Específicamente, el objetivo de este trabajo consiste en dar soporte a la PMP en una planta de producción de alimentos para mascotas de considerable escala, mediante un método sistematizado capaz de reducir la carga de trabajo de planificadores especializados. Esta industria presenta complejos procesos productivos, compuestos por múltiples etapas que deben sincronizarse adecuadamente para su correcto funcionamiento [3].

## 2 Descripción del Problema

### 2.1 Proceso y recursos productivos

La Figura 1 muestra el flujo de etapas del proceso productivo, desde las materias primas hasta la obtención de los productos finales. En pocas palabras, una vez que se recibe y almacena la materia prima y se verifica su calidad, el proceso productivo comienza con la dosificación de los ingredientes según la fórmula a producir. Luego, todos los ingredientes son mezclados para lograr homogeneidad, seguido de un proceso de molienda hasta obtener una granulometría muy fina que garantice la elaboración de alimentos de alta calidad. Posteriormente, la harina resultante es acondicionada mediante el agregado de agua, vapor, colorantes, grasas y otros ingredientes, los cuales se someten a una cocción a alta presión y temperatura. A continuación, mediante una matriz y sistema de corte, se realiza un proceso de extrusión en donde se obtiene la forma final de las croquetas. Estas croquetas se secan, se recubren con distintas grasas y saborizantes, y se enfrían para evitar la condensación de agua dentro del empaque. Finalmente, se envasan y almacenan.

Por otro lado, la Figura 2 muestra un esquema simplificado de la instalación productiva a considerar. La planta produce cientos de productos  $p \in P$ , agrupados en más de 100 familias de producto  $f \in F$ , las cuales pueden procesarse en una o varias líneas de producción  $l \in L$ . Dentro del universo de productos a considerar, existe un subgrupo de productos  $P_d$  conocidos como productos “drivers”, los cuales representan alrededor del 80 % del volumen total de ventas. La producción de los mismos tendrá prioridad sobre los demás productos, especialmente para evitar faltantes de stock.

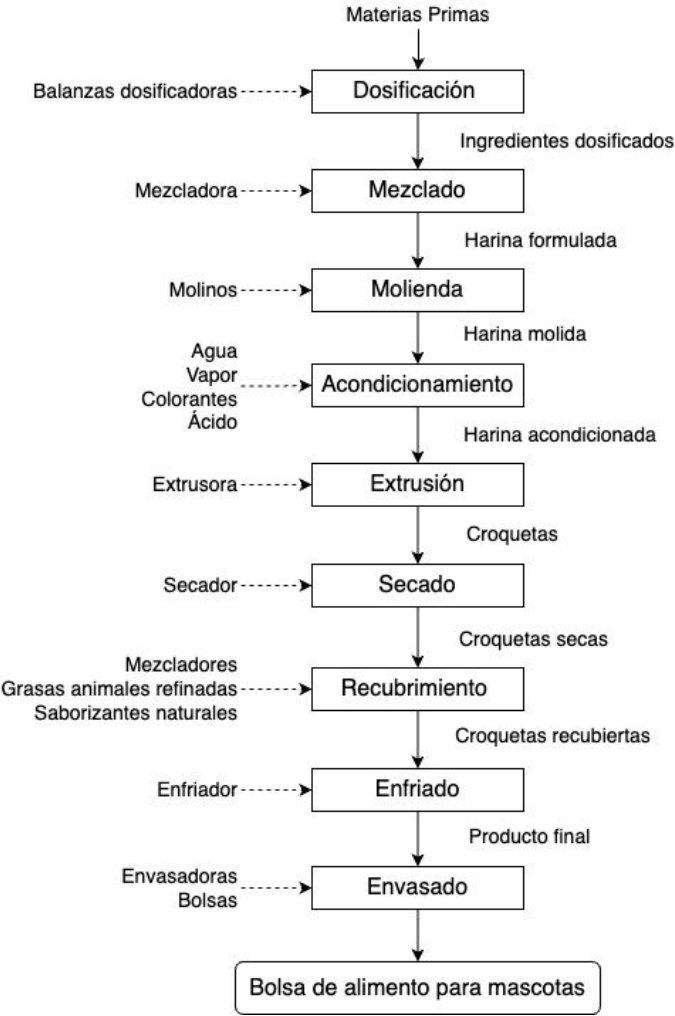


Figura1: Diagrama de flujo del proceso productivo

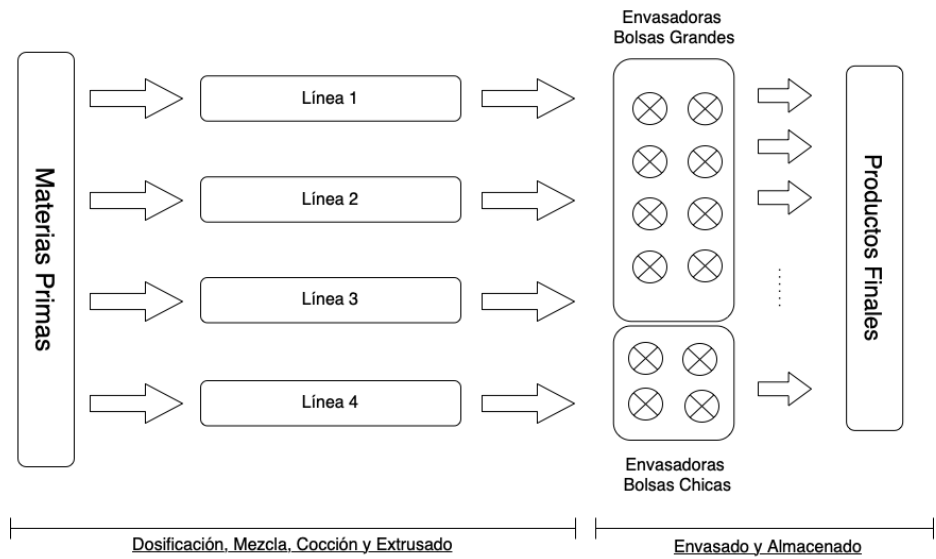


Figura 2: Diagrama simplificado de la estructura productiva

El equipamiento crítico de la instalación son las máquinas de extrusión y de envasado. Cada línea cuenta con un conjunto fijo de extrusoras (entre 1 y 5) que en general determinan la velocidad de dicha línea, y una asignación dinámica de envasadores según las necesidades de producción.

Los productos finales  $p \in P$  se clasifican según su formato en “bolsa chica” ( $P_{BC}$  – con distintas capacidades entre 0,5 y 3 kg) y “bolsa grande” ( $P_{BG}$  – entre 6 y 24 kg), contando con envasadoras específicas para cada formato. Aunque las envasadoras disponibles se asignan en forma homogénea a las distintas líneas (habitualmente 3 envasadoras por línea), dicha asignación no es fija y existe un margen para redistribuir las mismas posteriormente en la programación de detalle. La planta cuenta en total con 16 extrusoras y 12 envasadoras (8 formato “bolsa grande” y 4 formato “bolsa chica”).

2.2 Principales restricciones a considerar

A continuación se discuten las principales restricciones requeridas para la planificación agregada, y las suposiciones o simplificaciones consideradas en cada caso para modelar el problema.

**Asignación de familias a líneas.** Dado que algunas familias de producto pueden elaborarse en más de una línea de producción, esta asignación representa una decisión a considerar por el modelo. Aunque es posible asignar la misma familia a más de una línea de producción en la misma semana, desde la empresa se restringe dicha asignación a una sola línea de producción por familia por semana, con el fin de acotar la dificultad combinatoria del modelo resultante.

**Capacidad de producción por línea.** La capacidad productiva de una línea en una semana dada del horizonte depende tanto de las horas de producción disponibles como de la tasa de producción de la línea, la cual a su vez varía según el “mix” de productos asignados. Por un lado, las horas de producción disponibles por línea y por semana resultan de descontar a dicho período los turnos de limpieza y arranque, paradas de mantenimiento programado, días feriados, etc. Por otro lado, como alternativa al modelado exacto de tasas productivas por producto en cada línea, se emplean velocidades estándares dispuestas por la empresa de entre 5, 6 y 10 tn/hr para cada una de las líneas de producción. Estas velocidades son independientes de los productos, consideran todas las etapas previas al envasado y tienen en cuenta la posible ocurrencia de paros no planificados mediante un factor de eficiencia específico.

Finalmente, en base a dichas velocidades estándares por línea y las horas de producción disponibles por semana, se calculan límites de capacidad semanal  $q_{lt}^{\max}$  por línea a respetar.

**Capacidad de envasado.** Desde la planificación debe asegurarse que todo lo producido sea inmediatamente envasado, debido a que las líneas cuentan con un almacenamiento intermedio extremadamente limitado entre dichas etapas. Al respecto, la capacidad de envasado depende fundamentalmente de la tasa de envasado, la cual decrece a medida que disminuye el tamaño de bolsa, dado que se deben completar más envases por tonelada de producto. Por lo tanto, si se planifican elevadas proporciones de productos con formato bolsa chica en una semana dada, la etapa de envasado hará de cuello de botella ralentizando la tasa de producción global del proceso y poniendo en riesgo la factibilidad de producir los volúmenes planificados. En este sentido, con el fin de garantizar dicha factibilidad, se define experimentalmente desde la empresa un límite máximo semanal de producción con formato “bolsa chica”  $cap_t^{BC}$ , que ronda las 100 tn/día y representa un 16 %-20 % del volumen total capaz de producirse en la semana.

**Cambios de fórmulas.** Los cambios de fórmulas o “changeovers” al pasar de producir una familia de producto a otra implican limpiezas y modificaciones, fundamentalmente en la etapa de extrusión, que consumen aproximadamente 1 hora productiva en la línea involucrada. La empresa cuenta con análisis económicos previos que definen las cantidades de cambios de fórmula a partir de las cuales los costos asociados se elevan exponencialmente. En consecuencia, se define como  $co_l^{\max}$  al límite máximo del número de “chageovers” para cada línea de producción en cada semana (admitiendo entre 6 y 11 familias por línea cada semana), simplificando así el modelado de costos convencional en este apartado.

**Lote mínimo por familia.** Para cada familia de producto, se define un lote mínimo de producción  $l_f^{\min}$ , en toneladas de producto, por debajo del cual no resulta conveniente producir. Al igual que la restricción anterior, esto surge de un análisis económico previo llevado a cabo por la empresa.

**Política de Stock.** La política de stock de la empresa se formula mediante “niveles de cobertura”, en días, de cada producto en cada semana del horizonte. Esto es, partiendo del nivel de stock final  $SF_{pt}$  de un producto  $p$  en la semana  $t$ , se calcula la cantidad de días a futuro que dicho stock puede cubrir de la demanda prevista  $d_{pt}$ , obteniendo así su “nivel de cobertura”. Luego, estos niveles se contrastan con los valores límite y los objetivos de cobertura fijados por la empresa específicamente para cada producto. En este sentido, el parámetro  $cob_p^{\text{quiebre}}$  indica el nivel más crítico de cobertura a partir del cual no se pueden atender nuevos pedidos de producto  $p$ , el parámetro  $cob_p^{\text{min}}$  indica el mínimo nivel deseado de cobertura, en días, del producto  $p$ , y por ultimo, el parámetro  $cob_p^{\text{obj}}$  indica el objetivo de cobertura a perseguir para el producto  $p$ .

Para modelar dichas coberturas se acordó convertir los niveles límites descritos, en días, a niveles de stocks equivalentes ( $s_{pt}^{\text{quiebre}}$ ,  $s_{pt}^{\text{min}}$  y  $s_{pt}^{\text{obj}}$ , respectivamente), en toneladas, para cada producto en cada semana, de tal manera que fuesen directamente comparables con los niveles de inventario de dicho producto en dicha semana. Estos parámetros se definen en base a las demandas semanales de cada producto  $d_{pt}$  y las coberturas previamente indicadas.

### 3 Formulación Matemática

En este trabajo se introduce un modelo mixto-entero lineal (MILP) representativo del problema bajo estudio. Sumado a dicho modelo, para su posterior resolución, se presenta un método de descomposición basado en un algoritmo de horizonte rodante [4], con el fin de reducir la complejidad combinatoria y lograr soluciones de calidad, en tiempos suficientemente acotados a las necesidades reales del problema.

#### 3.1 Variables

Las principales variables de decisión del modelo matemático para cada período de tiempo  $t$  (semanas) son la asignación de familias a líneas, el volumen de producción de cada producto en cada línea y los niveles de inventario. La variable binaria  $W_{flt}$  representa la asignación de la familia  $f \in F$  a la línea  $l \in L$  en el período  $t \in T$ , y se interpretará del siguiente modo:

$$W_{flt} = \begin{cases} 1 & , \text{ si la familia } f \text{ se produce en la línea } l \text{ en el tiempo } t; \\ 0 & , \text{ en caso contrario.} \end{cases}$$

Para cada semana  $t$ , el volumen de producción del producto  $p$  en la línea  $l$  se representa con la variable  $Q_{plt}$ , y el nivel de inventario de dicho producto al final del período  $t$  se modela mediante la variable  $SF_{pt}$ . Ambas variables son continuas no-negativas y habitualmente se medirán en toneladas de producto.

$$Q_{plt} \in \mathbb{R}_0^+, \quad SF_{pt} \in \mathbb{R}_0^+$$

Además de las variables de decisión mencionadas, se incorporan variables continuas no-negativas auxiliares que serán utilizadas para la formulación de la función objetivo. Estas variables representan las diferencias entre los niveles de inventario obtenidos por el modelo ( $SF_{pt}$ ) y aquellos planteados como objetivo, mínimo y quiebre, para cada producto y período de tiempo  $t$ .

$$\left. \begin{aligned} D_{pt}^{\text{obj}} &= \text{Diferencia entre } s_{pt}^{\text{obj}} \text{ y } SF_{pt} \\ D_{pt}^{\text{min}} &= \text{Diferencia entre } s_{pt}^{\text{min}} \text{ y } SF_{pt} \\ D_{pt}^{\text{quiebre}} &= \text{Diferencia entre } s_{pt}^{\text{quiebre}} \text{ y } SF_{pt} \end{aligned} \right\} \quad \forall p \in P, t \in T$$

$$D_{pt}^{\text{obj}}, D_{pt}^{\text{min}}, D_{pt}^{\text{quiebre}} \in \mathbb{R}_0^+$$

### 3.2 Restricciones

**Asignación de familias de producto a líneas de producción.** Teniendo en cuenta las líneas de producción  $L_f$  disponibles para procesar cada familia de productos  $f$ , en cada período  $t$  se debe asegurar que, en caso de asignarse producción, dicha familia sea asignada a una y solo una de las líneas posibles.

$$\sum_{l \in L_f} W_{flt} \leq 1 \quad \forall f \in F, t \in T \quad (1)$$

**Máximo de *changeovers* por línea.** Una línea de producción  $l$  puede procesar múltiples familias de producto  $F_l$ . Se debe asegurar que la cantidad de familias planificadas en dicha línea, a lo largo de cada semana  $t$  del horizonte, no implique exceder el límite de “changeovers” fijado por  $col^{\text{max}}$ .

$$\left( \sum_{f \in F_l} W_{flt} \right) - 1 \leq col^{\text{max}} \quad \forall l \in L, t \in T \quad (2)$$

**Lote mínimo de producción.** Para las familias de producto que se asignan a las líneas, su producción agregada en cada período de tiempo  $t$  debe ser mayor o igual a su respectivo lote mínimo de producción  $l_f^{\text{min}}$ .

$$l_f^{\text{min}} \cdot W_{flt} \leq \sum_{p \in P_f} Q_{plt} \leq q_{lt}^{\text{max}} \cdot W_{flt} \quad \forall l \in L, f \in F_l, t \in T \quad (3)$$

Esta restricción no solo garantiza que la producción asignada a cada familia cumpla con su respectivo lote mínimo, sino que también fuerza y define el comportamiento de la variable binaria  $W_{flt}$ , de manera que tome el valor 1 solo cuando la familia tenga producción asignada en la línea, siendo cero en caso contrario. Para ello se emplea como límite superior el parámetro  $q_{lt}^{\text{max}}$ , el cual, como se presentará en la próxima restricción, es el valor máximo que nunca será sobrepasado por la producción agregada de la línea en el período  $t$ . Debido a la Ec. (3), la producción agregada de cada familia será cero cuando  $W_{flt} = 0$ .



**Capacidad por línea.** Se debe garantizar que la producción agregada de todos los productos y familias en cada una de las líneas no supere la respectiva capacidad productiva definida para un período de tiempo dado.

$$\sum_{f \in F_l} \sum_{p \in P_f} Q_{plt} \leq q_{lt}^{\max} \quad \forall l \in L, t \in T \quad (4)$$

**Capacidad de envasado.** Con el fin de balancear la proporción de toneladas de productos de “bolsa chica” y “bolsa grande” planificadas, debe asegurarse que el volumen de producción agregado de todos los productos  $P_{BC}$  (con formato “bolsa chica”), en cada período del horizonte, no supere el límite  $cap_t^{BC}$  fijado para dicho período.

$$\sum_{p \in P_{BC}} \sum_{l \in L_p} Q_{plt} \leq cap_t^{BC} \quad \forall t \in T \quad (5)$$

**Balance de material.** En función de los volúmenes de producción asignados a cada producto, así como los niveles de inventario existentes y la demanda prevista ( $d_{pt}$ ) para dicho producto, se debe calcular los niveles de inventario o stock al final de cada período, representados por la variable  $SF_{pt}$  previamente definida.

En primer lugar, teniendo en cuenta que para el primer período del horizonte ( $t_0$ ) el nivel de inventario pre-existente será un dato conocido  $s_p^0$ , el balance en dicho período será:

$$SF_{pt} = s_p^0 + \sum_{l \in L_p} Q_{plt} - d_{pt} \quad \forall p \in P, t = t_0 \quad (6)$$

Por otro lado, a partir del segundo período en adelante, el nivel de inventario pre-existente será equivalente al nivel de stock final del período anterior  $SF_{p(t-1)}$ , con lo cual:

$$SF_{pt} = SF_{p(t-1)} + \sum_{l \in L_p} Q_{plt} - d_{pt} \quad \forall p \in P, t \in T : t \neq t_0 \quad (7)$$

**Política de stocks.** La política de inventario presentada, basada en niveles límite de inventarios calculados a partir de niveles límite de coberturas, se incorpora al modelo calculando las diferencias de stock para cada límite que serán penalizadas en la función objetivo. Nótese que no se establecen límites de inventario como restricciones taxativas a cumplir.

$$\left. \begin{aligned} s_{pt}^{\text{obj}} - SF_{pt} &\leq D_{pt}^{\text{obj}} \\ s_{pt}^{\text{min}} - SF_{pt} &\leq D_{pt}^{\text{min}} \\ s_{pt}^{\text{quiebre}} - SF_{pt} &\leq D_{pt}^{\text{quiebre}} \end{aligned} \right\} \quad \forall p \in P, t \in T \quad (8)$$

La Ec. (8) asegura el correcto comportamiento de las 3 variables auxiliares usadas a continuación en la función objetivo, las cuales satisfacen la relación  $D_{pt}^{obj} \geq D_{pt}^{min} \geq D_{pt}^{quiebre}$  y permiten penalizar escalonadamente el volumen de los incumplimientos respecto a los niveles límite de cobertura considerados.

### 3.3 Función objetivo

**Definición.** La función objetivo busca minimizar los casos indeseados de productos con niveles de cobertura menores a los especificados, mediante un conjunto de penalizaciones modeladas para tal fin. En orden de prioridad, principalmente se busca evitar niveles de inventario por debajo de  $s_{pt}^{quiebre}$ , luego minimizar niveles de inventario menores a  $s_{pt}^{min}$  y, finalmente, para aquellos productos con niveles de inventario por encima del mínimo, tratar de mantenerlos lo más cerca posible de  $s_{pt}^{obj}$ . Para lograr esto, se formula la función objetivo mediante una sumatoria ponderada, como sigue:

$$\text{Minimizar } \sum_{t \in T} \sum_{p \in P} c_p \cdot \left( \alpha D_{pt}^{obj} + \beta D_{pt}^{min} + \gamma D_{pt}^{quiebre} \right) \quad (9)$$

El parámetro  $c_p$  representa un costo que permitirá dar distintas penalizaciones a los distintos productos. En principio, se utilizará para asignar una penalización mayor a los productos “drivers” ya que, en comparación, resulta deseable priorizar y evitar incumplimientos en las coberturas de estos productos con respecto al resto. Se define como sigue:

$$c_p = \begin{cases} 2 & , p \in P_d \\ 1 & , p \in P/P_d \end{cases} \quad (10)$$

Los coeficientes  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  representan el grado en que se penalizan los incumplimientos de los límites  $s_{pt}^{obj}$ ,  $s_{pt}^{min}$  y  $s_{pt}^{quiebre}$ , respectivamente. En este estudio sus magnitudes se definen como sigue:

$$\text{Coeficientes FO} = \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 9 \\ \gamma = 90 \end{cases} \quad (11)$$

Como puede apreciarse en la Ec. (9), cada uno de los términos que componen la sumatoria a minimizar representa una penalidad con respecto a los límites de inventario para un producto dado en un período específico, de tal manera que su valor quedará definido por una función lineal por tramos específicamente delimitada a partir de los parámetros de inventario objetivo, mínimo y de quiebre del producto.

**Análisis de comportamiento.** Para mayor comprensión del comportamiento de la función objetivo, analizaremos un término específico de la sumatoria

en Ec. (9), asociado a un producto  $p$  en una semana  $t$  dada. En particular, consideraremos el término entre paréntesis del producto en dicha sumatoria, denotándolo como  $D_{pt}^{FO}$ . En este término, las variables  $D_{pt}^{obj}$ ,  $D_{pt}^{min}$  y  $D_{pt}^{quiebre}$  están multiplicadas por coeficientes positivos en una función objetivo que es minimizada, por lo cual sus valores tenderán a cero, o bien, a los límites determinados por la Ec. (8). En consecuencia, nótese que el valor de  $D_{pt}^{FO}$  estará sujeto al nivel de inventario  $SF_{pt}$  correspondiente. Es decir, si el nivel de inventario de dicho producto en dicha semana se encuentra entre  $s_{pt}^{obj}$  y  $s_{pt}^{min}$ , entonces solo la variable  $D_{pt}^{obj}$  tomará valores mayores a cero, mientras que si el nivel de inventario se encuentra entre  $s_{pt}^{min}$  y  $s_{pt}^{obj}$ , ambas variables  $D_{pt}^{obj}$  y  $D_{pt}^{min}$  tomarán valores mayores a cero, y finalmente, si el nivel de inventario es menor a  $s_{pt}^{quiebre}$ , las tres variables  $D_{pt}^{obj}$ ,  $D_{pt}^{min}$  y  $D_{pt}^{quiebre}$  tomarán valores positivos. Por lo tanto, si consideramos los intervalos que hacen positivas las variables mencionadas junto con los coeficientes definidos en la Ec. (11), podemos expresar el término  $D_{pt}^{FO}$  de la Ec. (9) como una función del nivel de inventario  $SF_{pt}$ , obteniendo:

$$D_{pt}^{FO} = \begin{cases} 0 & , SF_{pt} \geq s_{pt}^{obj} \\ s_{pt}^{obj} - SF_{pt} & , s_{pt}^{min} \leq SF_{pt} \leq s_{pt}^{obj} \\ (s_{pt}^{obj} - s_{pt}^{min}) + 10 \cdot (s_{pt}^{min} - SF_{pt}) & , s_{pt}^{quiebre} \leq SF_{pt} \leq s_{pt}^{min} \\ (s_{pt}^{obj} - s_{pt}^{min}) + 10 \cdot (s_{pt}^{min} - s_{pt}^{quiebre}) + 100 \cdot (s_{pt}^{quiebre} - SF_{pt}) & , 0 \leq SF_{pt} \leq s_{pt}^{quiebre} \end{cases} \quad (12)$$

Por ejemplo, si consideramos un producto y semana específicos y asignamos valores a los niveles límite de cobertura:  $s_{pt}^{quiebre} = 7$  [tn],  $s_{pt}^{min} = 28$  [tn] y  $s_{pt}^{obj} = 35$  [tn], obtenemos la Ecuación (13), la cual se representa gráficamente en la Figura 3.

$$D_{pt}^{FO} = \begin{cases} 0 & SF_{pt} \geq 35 \\ 35 - SF_{pt} & 28 \leq SF_{pt} \leq 35 \\ 287 - 10 \cdot SF_{pt} & 7 \leq SF_{pt} \leq 28 \\ 917 - 100 \cdot SF_{pt} & 0 \leq SF_{pt} \leq 7 \end{cases} \quad (13)$$

En la Figura 3 se observa cómo varía linealmente la penalización de la FO según los niveles de inventario  $SF_{pt}$ . Específicamente, a medida que decrece el nivel de inventario  $SF_{pt}$  respecto a su nivel objetivo de stock  $s_{pt}^{obj}$  (es decir, nos movemos desde la línea “Stock Objetivo” hacia la izquierda), la penalización aumenta linealmente siguiendo una pendiente distinta en los sucesivos tramos de la función definida. En virtud de los valores definidos en la Ec. (13) para los coeficientes  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ , esta pendiente aumenta 10 veces su magnitud cada vez que caemos por debajo de uno de los límites de stock fijados (Stock Mínimo y Stock Quiebre). De esta manera, se sostiene la linealidad del modelo formulado, a la

vez que se promueven niveles de inventario por encima de los límites de stock fijados, y lo más cercanos posibles al stock objetivo.

Como observación final, las magnitudes tanto de los coeficientes  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  asociados a las variables de diferencias, así como del parámetro  $c_p$ , fueron definidas en forma *ad hoc* considerando los criterios y objetivos de interés para la empresa, con lo cual siempre podrán modificarse y adaptarse a las particularidades de cada caso.

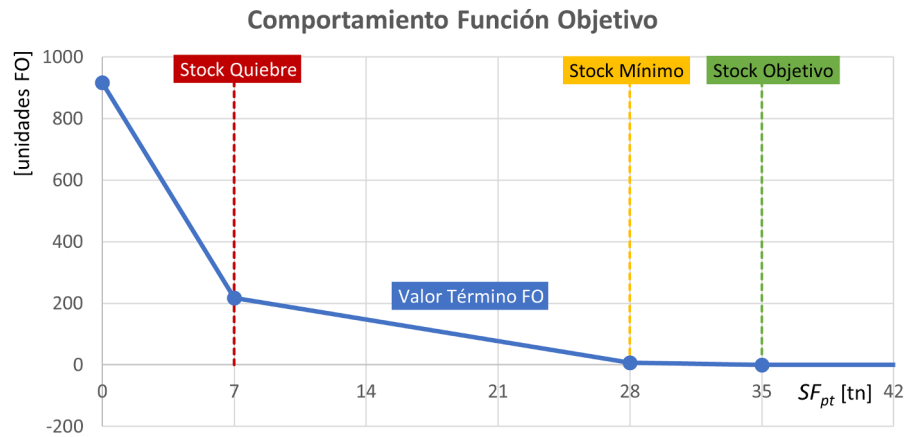


Figura 3: Análisis del comportamiento de la función objetivo

## 4 Método de Horizonte Rodante

El problema de Programación Maestra de la Producción planteado se desea resolver para un número considerable de semanas, con cientos de productos clasificados en las distintas familias a producir, y seleccionando mediante decisiones binarias las familias asignadas a cada línea en cada período. Considerando el tamaño y complejidad de la formulación resultante es evidente, por lo tanto, que al utilizar el modelo matemático planteado para representar el problema completo será difícil encontrar soluciones de calidad en tiempos de cómputo acotados.

En este apartado se propone como técnica de descomposición del problema el método conocido como “Horizonte Rodante”, mediante el cual es posible dividir el modelo completo en una serie de subproblemas, manteniendo acotada la combinatoria de los mismos.

### 4.1 Revisión del Algoritmo “Rolling Horizon”

Como se muestra en la Figura 4, este método plantea la división del horizonte completo de  $T$  semanas a planificar en  $N$  subconjuntos de semanas, a resolver a medida que se “hace rodar el horizonte”.

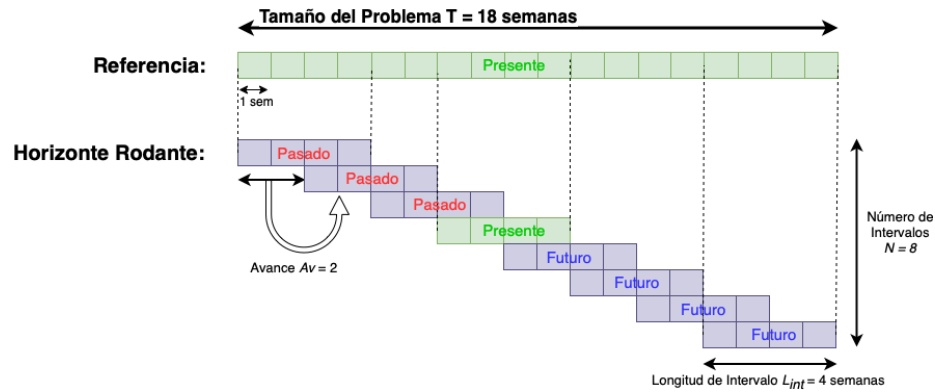


Figura 4: Método de descomposición de Horizonte Rodante.

Para implementar esta técnica de descomposición se deben definir los parámetros de longitud de intervalo  $L_{int}$  y avance  $Av$ . El número de intervalos  $N$  se obtiene como resultado indirecto de la selección de los primeros. En este sentido, se supone que al aumentar  $L_{int}$  y/o al reducir  $Av$  se logra mayor calidad de soluciones, mientras que al reducir  $L_{int}$  y/o aumentar el avance  $Av$  se obtienen soluciones más rápidas pero de menor calidad. La selección de estos parámetros determina en gran medida la eficiencia del método y calidad de la solución, por lo que es necesario realizar un análisis entre las alternativas disponibles.

Convencionalmente este algoritmo se implementa de tal manera que, al avanzar en los subproblemas, se fijan todas las variables de los períodos anteriores al nuevo subproblema. A diferencia de dicho enfoque, en este trabajo se implementó una estrategia tal que, al avanzar a un nuevo subproblema, se fijan solamente las variables binarias ( $W_{flt}$ ) y se mantienen libres las variables continuas ( $Q_{plt}$ ,  $SF_{pt}$ ,  $D_{pt}^{obj}$ ,  $D_{pt}^{min}$ ,  $D_{pt}^{quiebre}$ ), lo cual permite mejorar la calidad de las soluciones finales sin aumentar perceptiblemente la capacidad y tiempo de cómputo requeridos.

## 4.2 Distribución del tiempo de resolución entre los subproblemas

Teniendo en cuenta la necesidad de realizar re-planificaciones ya sea semanales o con menor periodicidad por parte de la empresa, para desarrollar el método propuesto se acordó un tiempo total de resolución límite de 1800 segundos (30 min). Luego, en función de la cantidad de subproblemas  $N$  a resolver, este límite de tiempo se distribuye automáticamente entre todos los subproblemas siguiendo el Algoritmo 1. Este algoritmo, definido de manera “ad-hoc” para el problema, asigna mayor tiempo de resolución a los subproblemas iniciales que a los finales debido al especial interés de la empresa en la correcta planificación de dichas semanas, así como la observación práctica de una dificultad agregada en la resolución de dichos períodos iniciales del horizonte. Específicamente, el algoritmo

asigna el 85 % del tiempo (1530 seg.) a la primer mitad (55 %) del horizonte completo a planificar, y el restante 15 % del tiempo (270 seg.) al restante 45 %.

---

**Algoritmo 1:** Distribución del tiempo total en cada subproblema

---

**Data:**  $TpoTotal = 1800\text{ s}$  ;  $T = 18\text{ semanas}$   
 $N = \left\lceil \frac{T - L_{int}}{Av} \right\rceil + 1$ ;  
 $N_{55\%} = \lceil 0,55 \cdot N \rceil$ ;  
 $TpoProm_{85\%} = \lceil 0,85 \cdot \frac{TpoTotal}{N_{55\%}} \rceil$ ;  
 $TpoProm_{15\%} = \lceil 0,15 \cdot \frac{TpoTotal}{N - N_{55\%}} \rceil$ ;  
**for**  $sp \in \text{range}(1, N)$  **do**  
    **if**  $sp \leq N_{55\%}$  **then**  
         $TpoSubp_{sp} = TpoProm_{85\%}$   
    **else**  
         $TpoSubp_{sp} = \text{Max} \{TpoProm_{15\%}; 15\}$   
**end**

---

Además, cuando uno o varios de los subproblemas planteados se resuelvan a optimalidad antes de su tiempo límite individual ( $TpoSubp_{sp}$ ), el proceso de resolución culminará antes del límite de tiempo total (1800 s). En este caso, se formula y resuelve el problema completo (considerando todo el horizonte) con la mejor solución obtenida como solución inicial, con la expectativa de hallar una solución de mejor calidad en el tiempo remanente.

---

**Algoritmo 2:** Proceso de resolución considerando el tiempo remanente

---

**Data:**  $TpoTotal = 1800\text{ s}$  ;  $N = \text{nro subproblemas}$   
 $TpoAcumulado = 0$ ;  
**for**  $sp \in \text{range}(1, N)$  **do**  
     $(Sol_{sp}, Tpo) = \text{solve}(\text{Subproblema}(sp), \text{límite tiempo} = TpoSubp_{sp})$ ;  
     $TpoAcumulado = TpoAcumulado + Tpo$ ;  
**end**  
**if**  $TpoAcumulado \leq TpoTotal$  **then**  
     $SolCombinada = \cup_{sp} Sol_{sp}$ ;  
     $(Sol, Tpo) = \text{solve}(\text{ProblemaCompleto}, \text{solución inicial} = SolCombinada, \text{límite tiempo} = TpoTotal - TpoAcumulado)$   
**end**

---

Como se representa en el Algoritmo 2, cada uno de los subproblemas se resuelve fijando el límite de tiempo  $TpoSubp_{sp}$  calculado mediante el Algoritmo 1, y los tiempos realmente utilizados son acumulados en la variable  $TpoAcumulado$ . Si existe tiempo remanente se utiliza la solución combinada de los distintos

subproblemas (*SolCombinada*) como solución inicial para resolver el problema completo.

## 5 Resultados y Discusión

El modelo MILP y el algoritmo de Horizonte Rodante descritos fueron implementados en *Python*, utilizando el paquete *Pyomo* como herramienta para el modelado matemático. Para resolver los problemas se empleó el solver *Gurobi* v9.1 con los parámetros por defecto, en un equipo Macbook Air M1, 8 GB RAM, con macOS Big Sur 11.4 (emulando versión de arquitectura x64 vía “Rosetta 2”).

### 5.1 Caso de estudio

Se formuló y resolvió un caso de estudio de 453 productos pertenecientes a 137 familias o fórmulas de productos distintas, en un horizonte total de 18 semanas, identificado desde la Semana 12 hasta la Semana 29. Dicho escenario fue resuelto mediante la formulación MILP, en conjunto con el algoritmo de resolución presentado, y contrastado con una solución previa obtenida por la empresa mediante la metodología vigente, basada esta última en la experiencia del planificador y consistente en un proceso secuencial de decisiones “ad hoc” sin automatización.

Considerando un horizonte de planificación  $T$  de 18 semanas, la dimensión del modelo matemático completo escala a un total de 44209 restricciones y 52957 variables (4482 variables binarias y 48475 variables continuas). A fines comparativos, como puede observarse en la Figura 5, los tiempos de cómputo crecen exponencialmente con el agregado de semanas al horizonte de planificación.

Para las soluciones graficadas en la Figura 5, se fijó un “gap” relativo mínimo igual a 1 % y un tiempo máximo de 28800 segundos (8 h), de tal manera que el proceso de resolución finalice al alcanzar cualquiera de dichos límites. Para el caso especial de 18 semanas, teniendo en cuenta la elevada complejidad combinatoria, se extendió el tiempo límite hasta 86400 segundos (24 h), tiempo en el cual se logró encontrar soluciones de buena calidad (2,78 % de “gap” relativo).

Considerando los aspectos de velocidad y flexibilidad de resolución que el problema requiere, el tiempo insumido para arribar a una solución de calidad resulta demasiado extenso y poco apropiado al problema.

### 5.2 Estudio de parámetros del Algoritmo de Horizonte Rodante

Para el caso de estudio, se limita la evaluación de  $L_{int}$  a valores entre 2 y 7 inclusive, mientras que  $Av$  tomará valores desde 1 hasta  $L_{int}$ , para cada  $L_{int}$  definido. De esta manera, se resuelven y contrastan 27 configuraciones de parámetros diferentes, cuyos resultados se reflejan en la Figura 6. La parte a) muestra el tiempo de CPU, en segundos, requerido por cada combinación de parámetros evaluada para resolver el total de los subproblemas formulados, mientras que en b) se observa la calidad de la solución alcanzada en dicho tiempo de resolución, expresada porcentualmente como la diferencia entre la solución encontrada

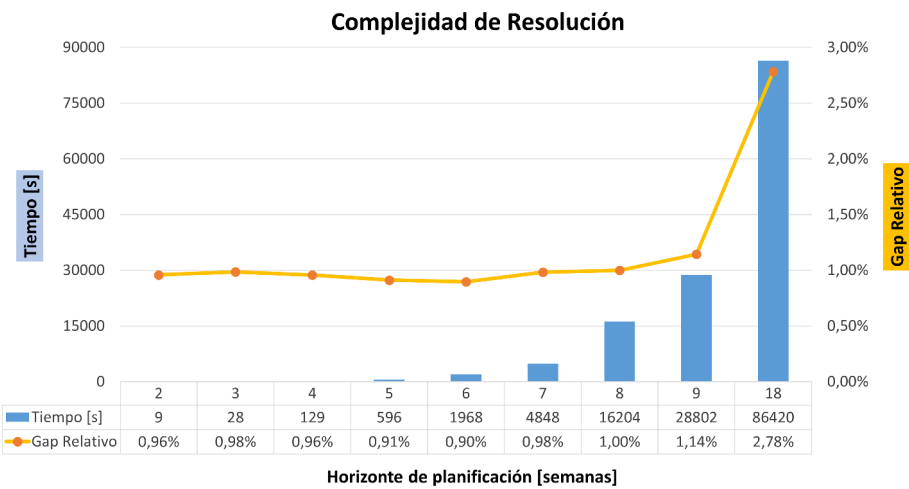


Figura5: Tiempo de cómputo y gap relativo de resolución asociados a distintos horizontes de planificación.

y la potencialmente mejor solución esperable, referente al “lower bound” de la solución graficada en la Figura 5, hallada al considerar 24 horas de cómputo.

Por ultimo, mediante la Tabla 1, se sintetiza y resume el desempeño de las distintas alternativas de resolución evaluadas. La solución de “Horizonte Completo” representa la resolución del modelo MILP formulado sin aplicar ninguna técnica de descomposición, para un horizonte de 18 semanas. Por otro lado, si resolvemos el mismo modelo empleando la metodología de Horizonte Rodante propuesta se logran mejoras significativas de desempeño, obteniendo soluciones de similar o mejor calidad en menos del 2 % del tiempo insumido por la solución de referencia.

Tabla 1: Comparación de desempeño de las alternativas de resolución.

Método de Resolución	Tiempo	Gap Relativo [%]
Horizonte Completo	86400 s = 24 h	2,78 %
Horizonte Rodante ( $L_{int} = 4$ ; $Av = 2$ ; $GapMin = 0,01 \%$ )	1649 s $\simeq$ 28 min	1,85 %
Horizonte Rodante ( $L_{int} = 5$ ; $Av = 5$ ; $GapMin = 1 \%$ )	400 s $\simeq$ 7 min	3,29 %

A partir de los resultados reflejados en la Tabla 1, se concluye que una longitud de intervalo  $L_{int}$  igual a 4 semanas, en conjunto con un avance  $Av$  de 2 semanas, con límite mínimo de “gap” relativo igual a 0,01 %, resulta la configuración de parámetros óptima entre las evaluadas, y será empleada como la



a)		Longitud Intervalo						Tiempo CPU
		2	3	4	5	6	7	[seg]
Avance	1	739	1381	1662	1697	1743	1810	10
	2	211	1200	1649	1647	1739	1732	300
	3		897	1565	1655	1690	1673	600
	4			1546	1547	1538	1568	900
	5				1532	1532	1532	1200
	6					1574	1558	1500
	7						1533	1900

b)		Longitud Intervalo						Gap Relativo
		2	3	4	5	6	7	[%]
Avance	1	3,37%	2,04%	2,20%	4,01%	5,37%	12,58%	1,0%
	2	5,14%	3,02%	1,85%	2,49%	4,47%	9,18%	2,5%
	3		4,80%	2,07%	2,55%	2,31%	6,96%	4,0%
	4			2,42%	2,16%	5,16%	4,49%	6,0%
	5				2,40%	4,11%	2,36%	8,0%
	6					3,73%	1,98%	12,0%
	7						2,26%	16,0%

Figura6: Resultado del estudio de parámetros: a) Tiempo CPU [s] b) Gap relativo alcanzado [%].

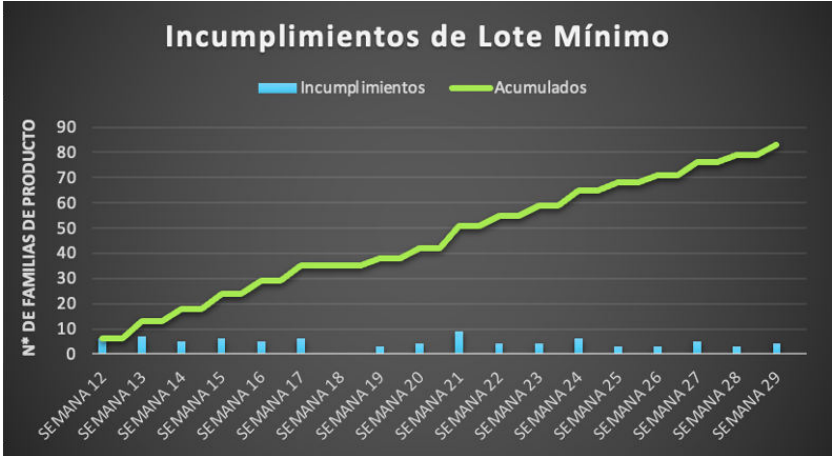
predeterminada para llevar adelante las comparaciones con el método vigente. Eventualmente, ante cambios significativos en el número de productos, familias y/o semanas, el estudio de parámetros debe repetirse.

### 5.3 Análisis de resultados

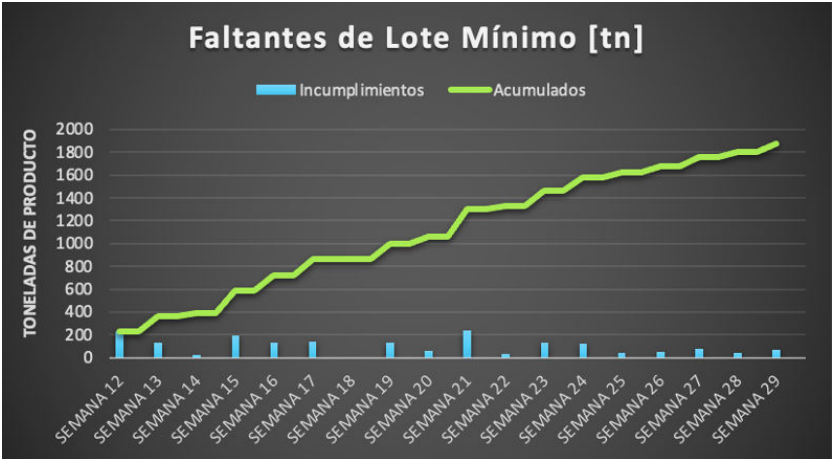
**Lote Mínimo de Producción.** Para cada familia de productos, se contrasta el volumen planificado en cada semana del horizonte con su respectivo lote mínimo de producción.

Considerando en primer lugar la solución obtenida con el método vigente, la Figura 7a muestra un recuento de la cantidad de familias de producto cuyo volumen de producción planificado es menor al lote mínimo definido para dicha familia. De manera complementaria, la Figura 7b detalla la magnitud o gravedad de dichos incumplimientos, reflejando las toneladas de producto en que las familias incumplen con su respectivo lote mínimo de producción. Cabe aclarar que dichos incumplimientos derivan en mayores costos productivos, pero no implican necesariamente una inviabilidad de la planificación.

Por otro lado, la metodología propuesta, al considerar una restricción para este fin, logra mantener los volúmenes de producción por familia por encima de su respectivo lote mínimo a lo largo de todo el horizonte de planificación, cumpliendo entonces de manera estricta con dicha política.



(a) Cantidad de incumplimientos.



(b) Volumen de incumplimientos [tn].

Figura 7: Incumplimientos de lote mínimo - Método Vigente.

**Coberturas.** Se evalúa el grado de cumplimiento de los objetivos perseguidos asociados a los niveles de “cobertura” resultantes. Específicamente, se contabiliza la cantidad de productos con niveles de cobertura por debajo y por encima de los límites de “quiebre” y “mínimos”. Como puede observarse en las Figura 8, el mé-

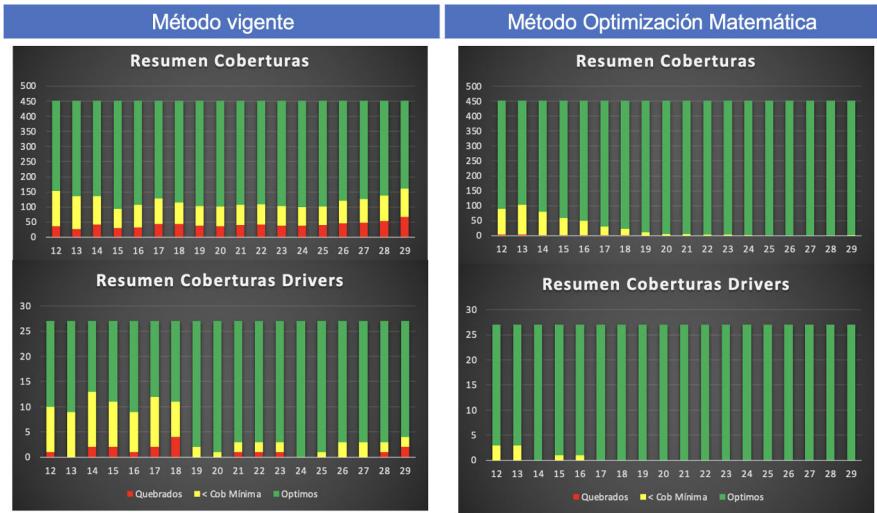


Figura8: Resumen de coberturas de productos.

todo propuesto genera una solución de mayor calidad, eliminando por completo las situaciones críticas de productos “quebrados”, minimizando las situaciones no deseables de coberturas por encima del nivel de quiebre, pero aún por debajo del mínimo deseable y, consecuentemente, maximizando los casos de productos con coberturas óptimas, por encima del nivel mínimo deseable, tanto para productos convencionales como para productos “drivers” de principal prioridad.

**Tiempos de Resolución.** En la Tabla 2 se contrastan los tiempos de resolución insumidos por cada metodología de planificación considerada. La metodología de descomposición propuesta permite resolver en forma automatizada y eficiente el problema estudiado, considerando un tiempo límite menor al tiempo habitualmente requerido por el método vigente.

Tabla 2: Tiempos de cómputo.

Método de Planificación	Tiempo Insumido
Método Vigente	28800 seg. = 480 min. = 8 h.
Método Propuesto	1649 seg. ≈ 28 min

## 6 Conclusiones

En este trabajo se presentó un enfoque MILP en combinación con un algoritmo de Horizonte Rodante para abordar el proceso de Programación Maestra de la Producción en la industria de alimentos para mascotas. El problema requiere determinar los volúmenes de producción así como asignar las familias de productos a las distintas líneas de producción, a lo largo de todas las semanas del horizonte de planificación. A pesar de la elevada complejidad combinatoria del problema, se demostró que la metodología de descomposición presentada resuelve instancias de considerable tamaño en tiempos de cómputo razonables.

En particular, para la validación se tomó un caso de estudio industrial que involucra cientos de productos procesados en varias líneas de producción. El método propuesto obtiene niveles de calidad de solución superiores a la metodología de planificación vigente, optimizando el uso de recursos disponibles, mejorando el cumplimiento de los objetivos asociados a la política de stock y, además, reduciendo sustancialmente el tiempo de planificación requerido.

Finalmente, cabe remarcar que el algoritmo desarrollado permite ajustar el tiempo de cómputo disponible, ya sea disminuyéndolo y generando soluciones de menor calidad, o bien aumentándolo y mejorando, en el rango de lo posible, la calidad de la solución.

Como trabajo futuro, se evalúan ciertas modificaciones a la formulación MILP propuesta, tales como permitir la producción simultánea de una misma familia en distintas líneas, modificar los distintos coeficientes definidos de modo *ad-hoc* durante este trabajo ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $c_p$ ), entre otros. Por otro lado, respecto al método de Horizonte Rodante implementado, resta evaluar configuraciones de parámetros alternativas, o bien investigar el empleo de otros métodos de descomposición no abordados en esta contribución.

## Referencias

1. Silver, E., Pyke, D., Thomas, D.: Inventory and Production Management in Supply Chains. 4th Edition. CRC Press, Boca Raton (2016).
2. Ikumapayi, Omolayo M.: The Role of Production Planning in Enhancing an Efficient Manufacturing System – An Overview. E3S Web Conf. Volume 309 (2021).
3. Leiva, A., Molina, A., Redondo-Solano, M., Artavia, G., Rojas-Bogantes, L., Granados-Chinchilla, F.: Pet Food Quality Assurance and Safety and Quality Assurance Survey within the Costa Rican Pet Food Industry. Animals (Basel), 9(11), 980 (2019). <https://doi.org/10.3390/ani9110980>
4. Marquant, J.F., Evins, R., Carmeliet, J.: Reducing Computation Time with a Rolling Horizon Approach Applied to a MILP Formulation of Multiple Urban Energy Hub System. Procedia Computer Science, 51, 2137–2146 (2015).