

## Estrategia de resolución computacionalmente eficiente para la recolección y transporte regular de residuos patológicos generados en instituciones de salud

Tomás Mufarrege<sup>1</sup>, Vicente Martín Galíndez<sup>1</sup>,  
Luis J. Zeballos<sup>1,2</sup>, Marian G. Marcovecchio<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup> Facultad de Ingeniería Química, Universidad Nacional del Litoral.

<sup>2</sup> INTEC, Instituto de Desarrollo Tecnológico para la Industria Química, CONICET-UNL.

<sup>3</sup> INGAR, Instituto de Desarrollo y Diseño, CONICET-UTN.

Santa Fe, Argentina

[tomasmufarrege@gmail.com](mailto:tomasmufarrege@gmail.com); [vicentemartingal@gmail.com](mailto:vicentemartingal@gmail.com);  
[zeballos@intec.unl.edu.ar](mailto:zeballos@intec.unl.edu.ar); [mariangm@santafe-conicet.gov.ar](mailto:mariangm@santafe-conicet.gov.ar)

**Resumen.** Las actividades fundamentales relacionadas con la logística en la gestión de residuos patológicos abarcan las operaciones seguras de recolección, transporte y descarga en los sitios destinados al tratamiento de estos materiales. La coordinación eficaz de los tiempos de estas operaciones resulta crucial para prevenir la propagación de enfermedades entre el personal de salud, los trabajadores encargados de la gestión y la comunidad en general. En este contexto, el presente trabajo propone una estrategia de resolución computacionalmente eficiente para abordar el desafío de la operación regular de recolección y transporte de residuos patológicos generados en instituciones de salud, como hospitales y sanatorios. El problema implica el ruteo de vehículos de tipo capacitado con viajes múltiples, clasificado como NP-hard en optimización combinatoria, en el cual se deben tener en cuenta restricciones particulares asociadas al manejo de residuos hospitalarios peligrosos. Dado que los métodos convencionales utilizados para resolver problemas de Programación Matemática Entera a menudo no logran encontrar una solución óptima en un tiempo de ejecución razonable, se hace evidente la necesidad de implementar técnicas específicas que permitan abordar eficientemente este problema. El trabajo aborda un caso real extraído de la literatura, proporcionando detalles sobre la metodología de resolución propuesta.

**Abstract.** The fundamental activities related to logistics in the management of pathological waste encompass the safe operations of collection, transportation, and disposal at sites designated for the treatment of these materials. The effective coordination of the timing of these operations is crucial to prevent the spread of diseases among healthcare personnel, waste management workers, and the general community. In this context, this paper proposes a computationally efficient resolution strategy to address the challenge of regular collection and transportation operations of pathological waste generated in healthcare institutions such as hospitals and sanatoriums. The problem involves the routing of capacitated vehicles with multiple trips, classified as NP-hard in combinatorial optimization, where specific constraints associated with the handling of

Received January 2024; Accepted March 2024; Published May 2024

<https://doi.org/10.24215/15146774e045>

ISSN 1514-6774



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons  
Atribución-No Comercial-CompartirIgual 4.0 internacional

hazardous hospital waste must be taken into account. Since conventional methods used to solve Integer Programming problems often fail to find an optimal solution within a reasonable runtime, there is a clear need to implement specific techniques that efficiently address this problem. The paper addresses a real case obtained from the literature, providing details on the proposed resolution methodology.

**Palabras clave:** Gestión de residuos, Residuos patológicos, Problema de recolección y transporte, Optimización robusta.

**Keywords:** Waste management, Pathological waste, Collection and transportation problem, Robust optimization

## 1 Introducción

Durante la pandemia de Covid-19, la gestión de residuos patológicos provenientes de establecimientos de salud se convirtió en un problema crítico. Los desechos patológicos generados en instituciones como hospitales y clínicas requieren un tratamiento diferenciado debido a los riesgos asociados con su variada composición, que puede incluir elementos corto punzantes, residuos infectocontagiosos y otros factores de riesgo. En consecuencia, existe legislación a nivel nacional y local que establece normas y procedimientos específicos para el manejo seguro de estos residuos, tanto en los establecimientos que los generan como en las empresas encargadas de la recolección y disposición final. Además, en los últimos años, se ha observado un crecimiento constante en la cantidad de residuos patológicos generados, el cual se ha visto acentuado por la propagación del virus SARS-CoV-2. Estos residuos requieren un manejo especialmente cuidadoso y seguro, siguiendo normativas rigurosas para prevenir la mayor propagación del virus.

Las actividades fundamentales asociadas a la logística en la gestión de residuos patológicos incluyen las operaciones seguras de recolección, transporte y descarga en los lugares designados para el tratamiento de estos materiales. La sincronización eficiente de los tiempos de estas operaciones resulta crucial para prevenir la propagación de enfermedades entre el personal de salud, los encargados de la gestión y la comunidad en general.

En este escenario, se propone abordar el problema de recolección y transporte de residuos patológicos generados en establecimientos de salud, como hospitales y sanatorios, mediante la programación matemática. Un abordaje detallado de la logística de este problema conllevaría beneficios económicos para la entidad o empresa encargada de la recolección y transporte de los residuos patológicos. Además, proporcionaría condiciones óptimas desde el punto de vista ambiental y sanitario al minimizar los tiempos de espera para la recolección y eliminación de los residuos.

El problema de programación matemática que se aborda en el trabajo es una variante

específica del Problema de Ruteo de Vehículos (VRP, por sus siglas en inglés, Vehicle Routing Problem), con restricciones particulares para este caso. El VRP ha sido objeto de extensos estudios y análisis a lo largo del tiempo. Para obtener una visión general de los avances y contribuciones en el VRP y sus diversas variantes, se pueden consultar investigaciones claves como [1], [2], [3] y [4].

En la literatura, se han encontrado diversos trabajos que abordan el problema de recolección y transporte de residuos patológicos. Un ejemplo es el estudio de Alshraideh y colab. [5], quienes exploraron este problema en una región compuesta por 4 distritos en el Norte de Jordania. En el trabajo mencionado se considera que dos camiones se encargan de realizar la recolección y transporte de los residuos patológicos hasta un incinerador.

He y colab. [6] ofrecen un resumen de los desafíos presentes en el proceso de recolección de desechos médicos en China, proponiendo métodos para diseñar y optimizar la red de recolección. El trabajo busca reducir costos y riesgos de transporte, así como disminuir la distancia total de viaje, mientras tiene en cuenta las regulaciones y políticas de reciclaje de desechos médicos en China, que especifican la recolección completa de los desechos médicos en un plazo de 48 horas. Esto implica considerar opciones de visitas diarias o cada dos días a cada establecimiento, dependiendo de la cantidad de residuos generados.

Baran [7] presenta un modelo multiobjetivo para abordar la generación de rutas para los vehículos de recolección, con el propósito de minimizar tanto la distancia total de transporte como la velocidad media por hora. Este enfoque combina los objetivos del problema mediante métodos de escalarización. El modelo propuesto se aplica específicamente para determinar las rutas de recolección de desechos médicos en los 6 hospitales de Eskişehir en Turquía. En este escenario, un único vehículo se encarga de transportar los desechos médicos desde los hospitales hasta el depósito para su reciclaje.

Mantzaras y Voudrias [8] introducen un enfoque conceptual destinado a optimizar el diseño de un sistema integral que abarca la recolección, transporte, transferencia, tratamiento y disposición de residuos médicos infecciosos. Su modelo considera nodos de producción (establecimientos generadores), nodos intermedios (estaciones de transferencia), nodos obligatorios intermedios que comprenden instalaciones de tratamiento, y finalmente, nodos terminales (vertederos). Este abordaje calcula las ubicaciones óptimas de todas las instalaciones, incluyendo sus capacidades, así como el número y capacidades óptimas de los vehículos dedicados a la recolección, transporte y transferencia de residuos. Además, determina la ruta de transporte óptima y estima el costo óptimo del sistema de gestión de desechos médicos infecciosos. La aplicación práctica de este modelo se lleva a cabo en la región de Macedonia Oriental y Tracia en Grecia.

Eren y Tuzkaya [9] presentan un enfoque para la gestión de residuos médicos generados por instituciones de salud. En su modelo, definen una escala de puntuación de seguridad que mide los riesgos asociados con la salud humana y el medio ambiente en el manejo de desechos médicos. Utilizando el proceso de jerarquía analítica, establecen una estructura jerárquica con ponderación de criterios. La metodología propuesta se implementa en hospitales ubicados en la región de Estambul, Turquía.

Taslimi y colab. [10] abordar el problema de ruteo periódico con vehículos capacitados que dependen de la carga, con el objetivo de determinar un programa de ruteo de inventario semanal de menor riesgo para la recolección de desechos médicos y su transporte a los sitios de tratamiento. Además, el trabajo de Taslimi y colab. [10] considera el riesgo asociado con el almacenamiento temporal de desechos peligrosos en los centros de salud. Para resolver el problema abordado, proponen un enfoque heurístico basado en descomposición, resolviendo cada subproblema mediante la técnica de generación de columnas. La metodología propuesta se aplica en un caso de estudio específico en Dolj, Rumania, brindando así una aplicación práctica de su modelo en un entorno concreto.

Mohamed y colab. [11] tratan el problema de la recolección de residuos biomédicos en un hospital de especialidades múltiples de gran tamaño en Coimbatore, India, donde 6 vehículos son responsables de la recolección y transporte. El trabajo aborda el problema de ruteo con el objetivo de minimizar tanto el tiempo como los costos asociados con la recolección. Para resolver este problema, aplican un algoritmo de enjambre de partículas. La implementación de este algoritmo para generar el plan de rutas permitió reducir notablemente el tiempo necesario para la recolección, eliminando los tiempos de espera.

Recientemente, la pandemia generada por la expansión del virus SARS-CoV-2 ha acentuado la importancia del problema de recolección de residuos médicos patológicos. Este aumento significativo en la generación de este tipo de residuos, junto con los riesgos potenciales asociados a un manejo inadecuado, ha elevado la necesidad de abordar eficazmente este desafío. En respuesta a esta situación, Kargar y colab. [12] abordan el problema de recolección de residuos patológicos en el contexto de la pandemia. Los autores mencionados desarrollaron un modelo de programación lineal que integra tres funciones objetivo con el fin de minimizar los costos totales, reducir el riesgo asociado al transporte y tratamiento de material infectocontagioso, y disminuir la cantidad de residuos no recolectados de los centros generadores. La formulación también considera la posibilidad de establecer centros temporales de tratamiento. Para resolver el problema abordado, los autores aplican el método de programación por metas revisado. La metodología propuesta se pone a prueba en un caso real en Irán, y se realiza un análisis de sensibilidad sobre las soluciones obtenidas.

Eren y Tuzkaya [13] también trataron el problema de la recolección de residuos médicos patológicos durante la pandemia de Covid-19. Los autores aplicaron la escala de puntuación de seguridad que habían desarrollado previamente para medir los riesgos asociados con la salud humana y el medio ambiente en el manejo de desechos médicos [9]. Además, derivaron dos funciones objetivo, basadas en las puntuaciones de seguridad y la distancia total de transporte. Para abordar este problema, implementaron el enfoque de función de pertenencia para construir un modelo de compromiso. El abordaje propuesto fue evaluado considerando un único vehículo para la recolección en 15 hospitales de la ciudad de Estambul, Turquía, con el fin de determinar las rutas de transporte más cortas y seguras.

Respecto a trabajos aplicados a ciudades y regiones argentinas, sólo se pudo encontrar el trabajo de Simón y colab. [14]. En este trabajo, los autores abordan el problema de la determinación de las rutas óptimas de recolección de residuos

infecciosos en la ciudad Río Cuarto, Córdoba, considerando las restricciones de capacidad de los vehículos usados. Los autores proponen una formulación matemática mixta entera lineal para el problema y proponen un método heurístico aproximado para su resolución.

En última instancia, cabe destacar la contribución del trabajo de Goulart Coelho y colab. [15], el cual realiza un exhaustivo análisis del estado actual de las implementaciones en el ámbito de la programación matemática multicriterio, centradas en la resolución del complejo problema de recolección de residuos. Este estudio proporciona una visión integral de los avances y aportes en este campo, delineando las diferentes estrategias y enfoques adoptados para abordar la complejidad inherente a la gestión eficiente de los residuos.

En este contexto, la relevancia del problema que se aborda se torna evidente. Un análisis sistemático para determinar la programación óptima de la logística destinada a la recolección y transporte de residuos patológicos no solo asegurará un plan de manejo eficiente para estos desechos, sino que también tendrá un impacto directo en aspectos cruciales como la economía, el medio ambiente y la salud de la población. Por ende, en este trabajo se propone un modelo matemático de tipo mixto entero lineal (MILP) fundamentado en el concepto de robustez ligera para resolver un problema regular de recolección y transporte de residuos patológicos. Además de la formulación, el trabajo presenta un algoritmo de Ramificación y Acotamiento (Branch-and-Bound) diseñado para abordar de manera más eficiente la resolución del problema en cuestión. La performance de la formulación y del algoritmo de resolución presentados se evalúa y compara con un enfoque previamente propuesto en la literatura.

El resto del documento está organizado de la siguiente manera. La descripción del problema de recolección de residuos se proporciona en la sección 2. La sección 3 presenta la formulación matemática propuesta para resolver el problema. En la sección 4 se presenta la estrategia de resolución desarrollada. El caso de estudio abordado y los resultados obtenidos se muestran en la sección 5. Finalmente, las observaciones finales se dan en la sección 6.

## 2 Descripción del problema

En esta sección, se presenta el problema de gestión de residuos patológicos generados en establecimientos de salud, el cual será abordado en la sección siguiente mediante modelado matemático. El problema consiste en determinar la programación semanal de recorridos para los vehículos disponibles, los cuales deben visitar un conjunto dado de establecimientos con el propósito de recolectar los desechos generados y transportarlos al lugar destinado para la incineración.

El objetivo principal radica en encontrar los recorridos que minimicen los costos totales de transporte, cumpliendo simultáneamente con restricciones de capacidad, tiempo y seguridad inherentes al adecuado manejo de estos residuos peligrosos.

Considerando un conjunto  $C$  de vehículos disponibles para la recolección de desechos patológicos y un número  $N$  de establecimientos de salud a visitar, el problema

abordado tiene las siguientes características generales:

- (i) se dispone de un único centro de incineración;
- (ii) cada recorrido comienza y termina en el centro de incineración,
- (iii) la cantidad diaria de desperdicios generada en cada hospital es desconocida;
- (iv) dos visitas consecutivas a un mismo hospital deben realizarse antes de una cierta cantidad de días;
- (v) los camiones pueden hacer varios viajes diarios, mientras los tiempos de los recorridos realizados no superen el tiempo de trabajo diario.
- (vi) la suma de la cantidad de desechos recolectados por cada camión en cada recorrido no puede superar la capacidad del camión,
- (vii) se considera que existe un tiempo fijo y conocido entre que un camión llega a un centro hospitalario y lo deja (existe un tiempo de servicio).

3 Modelo matemático

Se propone un modelo matemático MILP para abordar el problema descrito en la sección anterior, denominado problema P. El modelo tiene en cuenta todas las características especificadas, considerando que la cantidad de residuos generados diariamente varía de manera aleatoria. Con el fin de manejar la incertidumbre, se adopta el concepto de robustez ligera [16], el cual relaja las restricciones con el objetivo de obtener soluciones de mayor calidad. Este enfoque presupone que la solución óptima para el problema de optimización, considerando el caso promedio, es relativamente buena, siempre y cuando se satisfagan de la mejor manera posible las restricciones del problema, teniendo en cuenta la variabilidad de los parámetros desconocidos. De este modo, el concepto de robustez ligera establece una relación de compromiso entre la robustez y la calidad de la solución.

A continuación, se detallan los conjuntos, parámetros y variables empleados en el modelo:

Conjuntos

- $I$  Conjunto de hospitales
- $D$  Conjunto de Días
- $C$  Conjunto de Camiones
- $RC_c$  Recorridos por camión

Parámetros

- $d_{ij}$  Distancia entre los nodos  $i$  y  $j$
- $vel$  Velocidad promedio de los camiones
- $ts$  Tiempo de servicio
- $hl$  Cantidad máxima de horas de viaje diarias de cada camión
- $NC$  Número total de camiones disponibles

$Q$	Capacidad de cada camión
$NH$	Cantidad de nodos (Incinerador y hospitales)
$q_i$	Cantidad promedio de desperdicios generados por el hospital $i$ en el período total considerado
$qmin_i$	Cantidad mínima estimada de desperdicios que se pueden generar diariamente en el hospital $i$
$qmax_i$	Cantidad máxima estimada de desperdicios que se pueden generar diariamente en el hospital $i$
$tp$	Cantidad de días del período de tiempo total considerado
$tmv$	Tiempo máximo entre visitas de recolección consecutivas
$\rho_i$	Posible incremento en la cantidad de desperdicio generado por el hospital $i$

Variables

$x_{ijrcd}$	Variable binaria que vale 1 si el día $d$ el recorrido $r$ del camión $c$ va del hospital $i$ al $j$
$qv_{ircd}$	Variable continua que especifica la cantidad de desperdicios que carga en el recorrido $r$ el camión $c$ en el hospital $i$ el día $d$ .
$qd_{id}$	Variable continua que especifica la cantidad de desperdicios generados en el hospital $i$ el día $d$ .
$u_{ircd}$	Variable continua auxiliar para evitar los sub-ciclos en los recorridos de los camiones. La variable se establece para todos los hospitales $i$ , todos los camiones $c$ , todos los recorridos $r$ de los camiones y todos los días $d$ .

A continuación, se presenta la formulación matemática. La ecuación (1) tiene como objetivo minimizar la distancia total recorrida por los camiones. La restricción (2) garantiza que a cada hospital se llega y se parte la misma cantidad de veces. La ecuación (3) establece que cada hospital se visita como máximo una vez al día. La restricción (4) asegura que el camión sale como máximo una vez en cada recorrido. La ecuación (5) limita el tiempo máximo que tiene cada camión para completar todos los recorridos diarios.

Las restricciones (6) a (9) corresponden a la implementación en el modelo del concepto de robustez ligera que permite obtener soluciones de buena calidad basada en valores promedios y al mismo tiempo incrementa la factibilidad de la solución considerando posibles incrementos en las cantidades de desperdicios generados exclusivamente por los centros visitados.

La ecuación (6) especifica que los camiones deben transportar la cantidad promedio de desechos generados en cada centro durante el período considerado. Es decir, la restricción (6) establece que la suma de todos los desperdicios recolectados en un dado centro de salud durante el período analizado debe ser igual a la cantidad promedio de residuos que se generan en el centro, la cual se asume conocida. La restricción (7) garantiza que la cantidad diaria de residuos generados por todos los centros de salud en un día sea igual o superior a la suma de las cantidades medias de residuos generadas por día por los hospitales. En efecto, la restricción (7) establece la relación que existe entre las cantidades de residuos que se generan en todos los centros de salud por día con los valores medios diarios que se asumen conocidos. La ecuación (8) especifica el

vínculo entre las cantidades de residuos que se cargan en los camiones procedentes de un determinado centro de salud durante todo el período considerado y las cantidades de residuos que se generan diariamente. Es decir, la ecuación (8) establece que la cantidad total de residuos transportados desde un centro específico durante el período considerado debe ser igual o superior a la suma de las cantidades diarias de desperdicio generadas por dicho centro en ese mismo período. La restricción (9) especifica que la cantidad de residuos cargados en un camión durante un recorrido determinado debe ser menor o igual a la capacidad del camión. Es importante destacar que la cantidad total de residuos considerados como carga efectiva del camión debido a un dado hospital, se determina como la suma de la cantidad estimada de residuos cargados más una cantidad extra que depende de las características de la generación de residuos de ese hospital. La cantidad adicional incluida permite establecer una reserva en la capacidad de carga de los camiones. Dicho valor de resguardo permite gestionar incrementos en la generación de residuos de los hospitales visitados en cada recorrido (por sobre el nivel esperado) y así asegurar que los camiones tendrán capacidad de carga suficiente ante incrementos de generación inesperados.

Las ecuaciones (10) y (11) establecen que, si se visita un centro de salud, la cantidad de residuos cargados en el camión debe ser al menos el valor de generación diaria mínima de residuos del centro ( $qmin_i$ ) y menor o igual que la máxima cantidad de residuos diarios que se pueden acumular entre visitas consecutivas de recolección ( $qmax_i * tmv$ ). La restricción (12) establece la frecuencia mínima de visitas a cada centro de salud. Es decir, el lapso entre dos visitas consecutivas a un nodo no debe ser mayor al valor establecido por el parámetro  $tmv$ . Esta ecuación se aplica de forma circular sobre el conjunto de días de la semana. Finalmente, la ecuación (13) se utiliza para eliminar sub-rutas de los camiones, eliminando los recorridos que no comienzan ni terminan en el centro de incineración.

$$Min \sum_{i,j \in I, r \in RC_c, c \in C, d \in D} x_{ijrcd} * d_{ij} \quad (1)$$

$$\sum_{j \in I} x_{jircd} = \sum_{j \in I} x_{ijrcd} \quad \forall i \in I, r \in RC_c, c \in C, d \in D \quad (2)$$

$$\sum_{j \in I, r \in RC_c, c \in C} x_{jircd} \leq 1 \quad \forall i \in I \setminus \{1\}, d \in D \quad (3)$$

$$\sum_{j \in I} x_{1jrcd} \leq 1 \quad \forall r \in RC_c, c \in C, d \in D \quad (4)$$

$$\sum_{i \in I, j \in I, r \in RC_c} [(x_{ijrcd} * (d_{ij}/vel + ts))] \leq hl \quad \forall c \in C, d \in D \quad (5)$$

$$\sum_{r \in RC_c, c \in C, d \in D} qv_{ircd} = q_i \quad \forall i \in I \setminus \{1\} \quad (6)$$



$$\sum_{i \in I \setminus \{1\}} qd_{id} \geq \sum_{i \in I \setminus \{1\}} q_i/tp \quad \forall d \in D \quad (7)$$

$$\sum_{r \in RC_c, c \in C, d \in D} qv_{ircd} \geq \sum_{d \in D} qd_{id} \quad \forall i \in I \setminus \{1\} \quad (8)$$

$$\sum_{i \in I \setminus \{1\}} \left( qv_{ircd} + \rho_i * \sum_{j \in I} (x_{jircd}) \right) \leq Q \quad \forall r \in RC_c, c \in C, d \in D \quad (9)$$

$$qmin_i * \sum_{j \in I} (x_{jircd}) \leq qv_{ircd} \quad \forall i \in I \setminus \{1\}, r \in RC_c, c \in C, d \in D \quad (10)$$

$$tmv * qmax_i * \sum_{j \in I} (x_{jircd}) \geq qv_{ircd} \quad \forall i \in I \setminus \{1\}, r \in RC_c, c \in C, d \in D \quad (11)$$

$$\sum_{j \in I, r \in RC_c, c \in C} \sum_{0 \leq f \leq (tmv-1)} x_{jirc(d+f)} \geq 1 \quad \forall i \in I \setminus \{1\}, d \in D \quad (12)$$

$$u_{ircd} - u_{jrzd} + NH * x_{ijrzd} \leq NH - 1 \quad \forall i, j \in I, i \neq j, i \neq 1, j \neq 1, r \in RC_c, c \in C, d \in D \quad (13)$$

#### 4 Metodología

En esta sección, se introduce la metodología desarrollada para resolver el problema de programación matemática formulado en la Sección 3. Dada la complejidad conocida de los problemas de ruteo de vehículos, que surge principalmente de la naturaleza combinatoria del conjunto de soluciones posibles, se diseñó un algoritmo del tipo de Ramificación y Acotamiento (Branch-and-Bound) específico para el problema a resolver.

El esquema general del algoritmo diseñado se muestra en la Figura 1. En cada iteración, se aborda la resolución del problema P (tal como se describe en la Sección 3) en un nodo específico. Se establecen ciertos criterios de parada, ya que el problema a resolver pertenece al tipo mixto entero lineal. La ramificación se lleva a cabo al considerar la decisión de visitar o no un hospital en un día determinado, ofreciendo un enfoque estructurado para la exploración de soluciones en el espacio de búsqueda.

A continuación, se detallan los criterios utilizados en el algoritmo de la Figura 1.

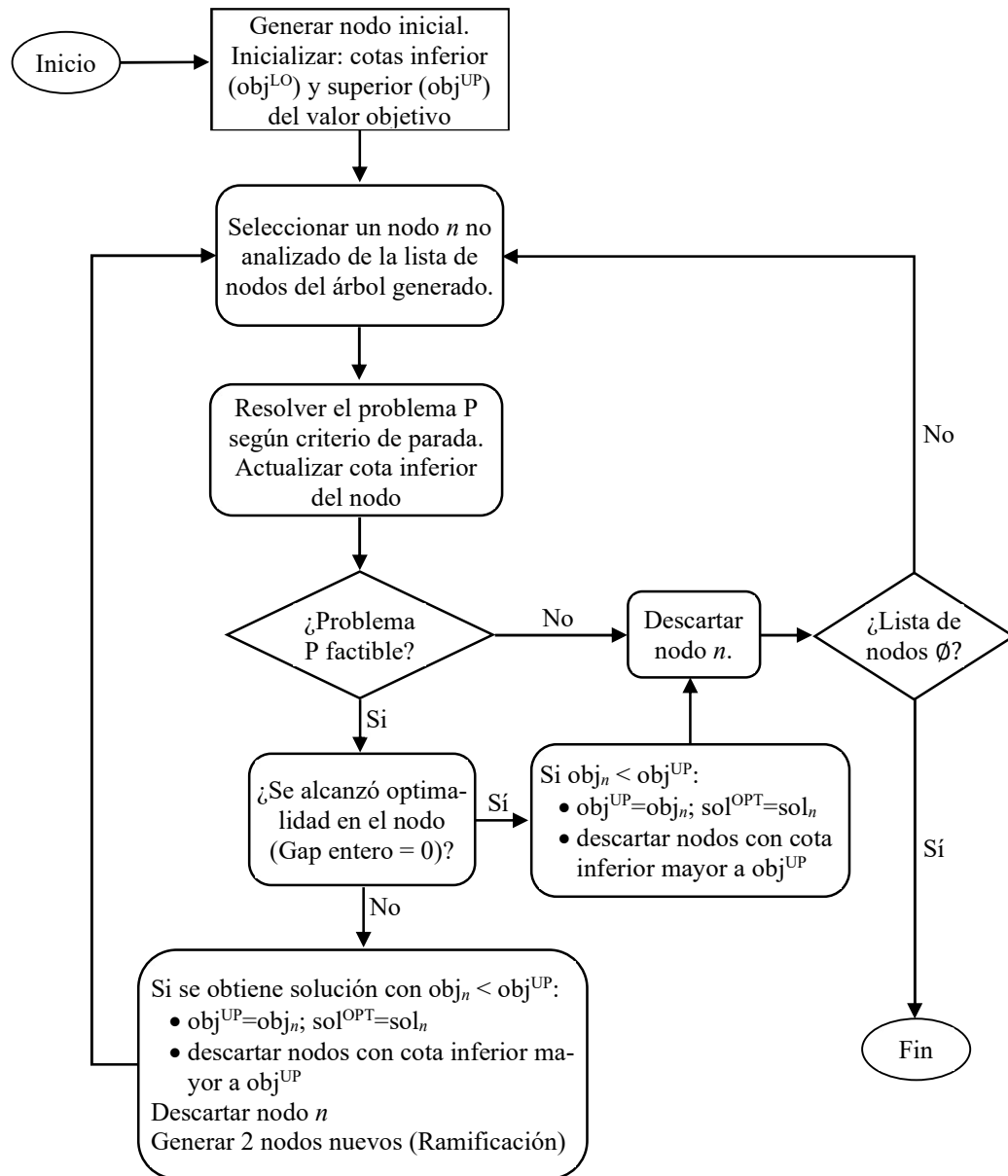
- Se genera un árbol (lista de nodos). Para cada nodo se guarda la cota inferior del valor objetivo del problema en el nodo.
- En cada iteración se resuelve el problema P en un nodo. Se fija un gap de optimalidad a alcanzar, de acuerdo a la profundidad del nodo en el árbol generado. Se establece un tiempo límite de resolución.

- En cada iteración se elige el nodo que tenga menor cota inferior.
- La Ramificación se realiza eligiendo un par hospital-día:  $i^*-d^*$ . En primer lugar se elige un hospital, de acuerdo a la cantidad de desperdicios generados semanalmente, de mayor a menor: se busca el primer hospital que tenga algún día sobre el que no se haya tomado decisión en el nodo. Luego se elige el día sobre el que se ramificará.
- Se ramifica generando dos nuevos nodos:
  - En uno de los nodos se considera que el hospital  $i^*$  no será visitado el día  $d^*$ . Es decir, en este nodo se fijará:  $x_{i^*,j,r,c,d^*} = 0 \ \forall j \in I, r \in RC_c, c \in C$ .
  - En el otro nodo se considera que el hospital  $i^*$  será visitado el día  $d^*$ . Para imponer esta decisión se incorporarán dos restricciones a la resolución del nodo:

$$\sum_{j \in I, r \in RC_c, c \in C} x_{i^*,j,r,c,d^*} = 1 \quad (14)$$

$$\sum_{j \in I, r \in RC_c, c \in C} x_{ji^*,r,c,d^*} = 1 \quad (15)$$

Además, se agregaron al modelo restricciones de ajuste, que son redundantes, pero ajustan la región factible, mejorando la eficiencia de resolución.



**Fig. 1.** Esquema del algoritmo de Ramificación y Acotamiento (Branch-and-Bound) propuesto para resolver el problema de la Sección 2.

Esta metodología es un procedimiento de resolución del tipo determinístico. Es decir, brindará una solución junto con un gap de optimalidad que indica qué rango de precisión se ha alcanzado.

5 Caso de estudio y resultados

Se aplicó el modelo matemático propuesto a un caso de estudio real en el que se considera la necesidad de recolectar los desechos patológicos generados en diecinueve hospitales (H1 a H19) localizados en la región del norte de Jordania [5]. En este caso se dispone de 2 camiones y un único lugar de tratamiento equipado con un incinerador (I). El problema consiste en determinar las rutas que minimizan los costos operativos de traslado de la empresa encargada de la recolección, garantizando la colecta efectiva de los desechos generados por los establecimientos de salud. La planificación de las rutas debe hacerse para toda una semana, considerando la necesidad de mantener la eficiencia a lo largo del tiempo. Las distancias en kilómetros entre los hospitales y desde cada hospital hasta el incinerador se detallan en [5]. En este caso de estudio, se establece que cada hospital debe visitarse al menos una vez cada tres días ( $tmv=3$ ), y los domingos son considerados días no laborables.

La Tabla 1 presenta la lista de hospitales considerados, junto con una estimación de la cantidad promedio de desechos generados por semana, basándose en datos históricos reportados en [5]. Estos datos históricos proporcionan una base fundamental para la planificación y optimización del sistema de recolección y transporte.

Tabla 1. Desechos promedios semanales de los hospitales del Norte de Jordania, según datos históricos [5].

Hospital	Desechos promedios semanales (kg)
H1	2195,2
H2	94,08
H3	180,32
H4	23,52
H5	47,04
H6	31,36
H7	39,2
H8	360,64
H9	282,24
H10	556,64
H11	1254,4
H12	1411,2
H13	297,92
H14	352,8
H15	133,28
H16	196
H17	784
H18	297,92
H19	274,4

A diario, ambos camiones recolectores inician su recorrido desde el incinerador, siguiendo una ruta programada para recoger desechos médicos de los hospitales especificados. Posteriormente, se dirigen de regreso al incinerador para la descarga de

los residuos. Cada uno de los dos camiones tiene la capacidad de recolectar hasta 1500 kg de residuos médicos en un solo viaje. Este límite de carga establece la capacidad operativa máxima de cada camión, influyendo en la eficiencia y planificación de las rutas para garantizar una gestión efectiva de los desechos médicos en cada jornada.

Si bien en el caso reportado en [5] no se considera tiempo de servicio en cada hospital ni horas de trabajo diaria máxima por vehículo, aquí se resolverá asumiendo un tiempo de servicio fijo de 20 minutos en cada hospital y un tiempo límite de trabajo diario de 8 horas por vehículo. En dicho trabajo tampoco se considera que los camiones recolectores puedan hacer múltiples viajes por día. En la resolución considerada aquí se permite que los camiones realicen más de un recorrido por día, sin exceder el tiempo límite de trabajo diario por camión.

A partir de estos factores incorporados, se evaluaron distintos casos con el objeto de analizar la influencia de los mismos en las soluciones halladas para el problema. Con este fin se resolvieron 4 instancias denominadas I1 a I4. Las instancias I1 e I2 consideran un tiempo límite de trabajo diario de 8 horas por vehículo, mientras que las instancias I3 e I4 dejan sin efecto esta restricción, permitiendo jornadas de trabajo sin límite de tiempo. Por otro lado, las instancias I1 e I3 consideran que cada visita a un establecimiento de salud dura unos 20 minutos (tiempo de servicio  $t_s=20$  min.), mientras que las instancias I2 e I4 no tienen en cuenta el tiempo de servicio ( $t_s=0$  min). De esta manera, la instancia I1 representa el problema más restringido, mientras que la instancia I4 representa la situación con menos restricciones a satisfacer, y por lo tanto es esperable que la solución de esta instancia sea la que arroje menor valor objetivo.

La metodología de resolución propuesta fue implementada en Pyomo [17] y cada problema MIP fue resuelto con el solver Gurobi 11.0.0, en una computadora de escritorio con procesador Intel Core I7-7700K 4.2GHz y 32 GB de memoria RAM.

Para ilustrar la eficiencia de la metodología de resolución propuesta, las cuatro instancias fueron además resueltas con el solver Gurobi. En todos los casos se impuso un tiempo límite de 3600s para ambas estrategias de resolución.

La Tabla 2 reporta las características de la solución al problema presentada en [5], en donde los autores encuentran una solución que ahorra 102 km respecto a los recorridos que realizaban los camiones habitualmente, aplicando una rutina de algoritmo genético. En ese trabajo, no fue reportado el tiempo de cómputo. La Tabla 2 compara las características de esta solución y de las soluciones obtenidas para las instancias I1 a I4 con la metodología presentada en la sección anterior y la resolución con el solver Gurobi.

Según puede verse en la Tabla 2, todas las soluciones encontradas con el modelo presentado mejoran la solución presentada en [5]. Además, la metodología propuesta consigue la mejor solución y el mejor gap de optimalidad en todas las instancias resueltas para un tiempo de cómputo límite de 3600 CPUs. En efecto, para las instancias I1 a I4, puede notarse que si se resuelve el modelo presentado en la Sección 3 con el solver Gurobi se hallan soluciones con mayores valores objetivos, y en la mayoría de los casos el gap de optimalidad representa prácticamente el doble del gap alcanzado con el procedimiento propuesto en la Sección 4.

**Tabla 2.** Resultados obtenidos. Comparación de la solución reportada en [5] y las instancias I1 a I4 resueltas con el algoritmo propuesto y el solver Gurobi.

	Recorrido total (función objetivo)	Total de recorridos semanales	Gap de optimalidad
Sol. reportada en [5]	1185 km	11	-
I1 Solver Gurobi	1021 km	8	19,59%
I1 Alg. propuesto	991 km	8	12,81%
I2 Solver Gurobi	955 km	7	13,93%
I2 Alg. propuesto	930 km	7	7,63%
I3 Solver Gurobi	955 km	7	14,87%
I3 Alg. propuesto	930 km	7	7,53%
I4 Solver Gurobi	965 km	7	15,03%
I4 Alg. propuesto	930 km	7	7,53%

Como puede notarse, la instancia I1 que contempla los tiempos de servicio y un límite de 8 horas diarias de trabajo es la que requiere mayor cantidad de recorridos y arroja valores objetivo más altos para la distancia total recorrida. Si sobre estas condiciones se deja de contemplar el tiempo de servicio (instancia I2), se consigue cumplir con la recolección total y frecuencia de visitas con 61 km semanales menos y con 1 recorrido menos, según la solución obtenida con la metodología propuesta. En esta solución, los días jueves no se hacen recorridos, dejando ambos camiones e instalaciones disponibles para mantenimiento o demás tareas. Por otro lado, los días martes, miércoles y viernes, se realiza un único recorrido; mientras que los días lunes y sábado, se realizan dos recorridos. Sin embargo, los días en que se hacen dos recorridos, la suma de los tiempos de estos recorridos es menor a 8 horas diarias, por lo que ambos recorridos podrían ser realizados por un único vehículo.

Los resultados también muestran que al no considerar el límite diario de 8 horas de trabajo (instancias I3 e I4) no se consiguen soluciones que mejoren la función objetivo, considerando las soluciones halladas con la metodología propuesta. Si bien las soluciones obtenidas para estas dos instancias presentan igual función objetivo y cantidad total de recorridos semanales, las soluciones son diferentes. La solución obtenida para la instancia I3 indica realizar 2 recorridos los días lunes y un recorrido los restantes días laborales. Tres de los siete recorridos exceden las 8 horas de trabajo, teniendo duraciones de 9,77; 10,58 y 14,5 horas. La solución obtenida para la instancia menos restringida I4, es decir, cuando no se impone un límite diario de horas de trabajo y no se considera el tiempo de servicio, también indica realizar 2 recorridos los días lunes y un recorrido los restantes días. Pero a diferencia de la solución hallada para la instancia I3, uno sólo de los recorridos excede las 8 horas de trabajo y por pocos minutos, ya que tiene una duración de 8,17 horas.

Por lo tanto, si el tiempo de servicio es despreciable, y si no hay otros criterios a considerar por parte de la empresa encargada, la solución hallada para la instancia I2 podría ser la más conveniente. Esta solución plantea 7 recorridos semanales, con duraciones menores a 8 horas diarias. En efecto, el recorrido de mayor duración de esta

solución es de 6,74 horas. Con esta solución, podría satisfacerse la recolección de residuos de todos los hospitales y cumplir con la frecuencia de visitas impuestas con un solo vehículo, que además tendría libre los días jueves.

A continuación, se analizará con mayor detalle las soluciones obtenidas para la instancia II que contempla todos los requerimientos impuestos en el modelo presentado en la Sección 3. La Tabla 3 compara la solución hallada al resolver el modelo con el solver Gurobi, la hallada al resolver el modelo con la metodología propuesta en la Sección 4 y la reportada en [5].

La Tabla 3 muestra los tiempos de cada recorrido de cada solución. Estos tiempos para la solución de [5] no son reportados por los autores; por lo tanto, aquí fueron calculados bajo las mismas condiciones que las otras soluciones comparadas, es decir: considerando 35 km/h de velocidad promedio y 20 min de tiempos de servicio. Como puede verse, para esa solución se realizan recorridos todos los días, completando 11 recorridos semanales. Si bien el día martes es el único día que se realiza un solo viaje, se puede notar que los viajes de los días jueves tienen en suma una duración menor a 8 horas de trabajo, por lo tanto podrían ser realizados por un único vehículo. En dicho trabajo esto no es considerado como una opción ya que no se considera la posibilidad de que algún vehículo realice más de un recorrido diario. De esta manera, con esa solución habría dos días a la semana en la que un camión queda liberado y puede disponerse para otras actividades. Mientras que los restantes cuatro días, ambos vehículos serían necesarios.

Tabla 3. Comparación de soluciones.

Día	Recorrido	Tiempos de recorridos (horas)		
		Solución reportada en [5]	Solver Gurobi	Metodología propuesta
1	1	6,73	6,30	7,96
	2	5,41		
2	1	5,67	5,90	7,02
			5,90	6,23
3	1	5,71	4,52	0,84
	2	6,01	7,19	7,81
4	1	2,92		
	2	3,48		
5	1	3,34	5,70	7,97
	2	5,77		
6	1	6,14	7,78	6,23
	2	3,00	7,55	5,92
Total recorridos		11	8	8
Distancia total		1185 km	1021 km	991 km

Por otro lado, las soluciones halladas resolviendo el modelo presentado aquí muestran características similares en cuanto al empleo semanal de vehículos. Ambas soluciones programan 8 recorridos semanales. Los días jueves no se realizan recorridos, los días lunes y viernes se realiza un único recorrido diario, y los restantes tres días se realizan dos recorridos diarios siendo necesarios ambos camiones. Por lo tanto, la disposición de los vehículos para otras tareas es mayor que para la solución presentada en [5]. Sin embargo, aunque la solución hallada con el solver Gurobi tiene características operativas similares a la solución hallada con la metodología propuesta, ésta última presenta un ahorro de 30 km semanales de recorrido, con el consecuente ahorro económico y ambiental. La Tabla 4 detalla esta solución.

**Tabla 4.** Solución hallada con el procedimiento de la Sección 4, instancia I1.

Día	Recorrido	Ruta	Cantidad recolectada [kg]
1	1	I-H15-H4-H11-H18-H13-H19-H12-H14-H9-I	1138,33
2	1	I-H2-H18-H13-H19-H12-H7-H6-H5-H3-I	2796,79
	2	I-H16-H8-H17-H10-H1-I	
3	1	I-H1-I	2642,64
	2	I-H2-H3-H15-H5-H4-H11-H14-H9-H16-H8-I	
4			
5	1	I-H17-H10-H13-H19-H18-H12-H7-H6-I	628,32
6	1	I-H1-H16-H8-H17-H10-I	1606,08
	2	I-H9-H14-H11-H4-H15-H3-H5-H7-H6-H2-I	
Total		991 km	8812,16 kg

En la Tabla 4 se muestran los 8 recorridos semanales programados por la solución hallada y la cantidad recolectada estimada por día. Todos los recorridos consideran un espacio libre en la capacidad de cada camión para contemplar posibles incrementos en la cantidad estimada promedio de producción de residuos de cada hospital visitado. También se puede corroborar que esta solución respeta la frecuencia de visita impuesta, es decir, al menos una visita a cada hospital en un lapso de 3 días.

La solución detallada en la Tabla 4 es más eficiente que la reportada en [5] en cuanto a costos, empleo de camiones y operatividad de la empresa encargada. Esta solución representa un ahorro de 194 km de recorrido semanales, con el consecuente impacto económico y ambiental.

Finalmente, se destaca la eficiencia de la metodología propuesta en la sección anterior. Con el tiempo límite impuesto de 3600s, el algoritmo realiza 95 iteraciones del esquema mostrado en la Figura 1; es decir, se exploran 95 nodos. La exploración



inteligente del espacio de búsqueda permitió hallar soluciones más eficientes que el solver Gurobi para los mismos tiempos de cómputo. Además, por tratarse de una búsqueda determinística, es posible brindar precisión de optimalidad. En este caso podemos asegurar que no existe solución que consiga un valor objetivo menor a 864 km, aunque es muy probable que la solución hallada sea la óptima global.

## 6 Conclusiones

El trabajo propone un modelo matemático para abordar eficientemente el desafío de gestionar la recolección y transporte de residuos patológicos generados en entidades de salud, como hospitales y sanatorios, hasta sus respectivos lugares de tratamiento. La formulación del modelo captura de manera precisa las complejidades del problema al incorporar sus restricciones claves, con el objetivo de optimizar las distancias recorridas por los medios de transporte disponibles. Adicionalmente, el trabajo introduce una estrategia de resolución basada en la técnica de Ramificación y Acotamiento (Branch-and-Bound), que contribuye significativamente a mejorar la calidad de las soluciones encontradas y el gap de optimalidad alcanzado para las distintas instancias del problema abordadas. Esta técnica ha sido desarrollada a partir de un exhaustivo análisis del problema específico. Para validar la efectividad y aplicabilidad del modelo matemático, como también de la técnica de resolución propuesta, se resolvió un caso de estudio real extraído de la literatura. Se resolvieron distintas instancias del problema, para analizar la influencia de distintos factores sobre la programación óptima. En todos los casos, la metodología propuesta permitió hallar soluciones más eficientes, brindando además un gap de optimalidad aceptable para este tipo de problemas.

Los resultados obtenidos confirman la validez y utilidad de la propuesta, destacando su potencial para abordar problemas concretos relacionados con la gestión de residuos patológicos en entornos de salud.

Como trabajos futuros se propone plantear una función de riesgo que mida el potencial efecto ambiental de acumular desechos en cada nodo en el lapso transcurrido entre visitas. Este riesgo debería depender de los kilogramos de desechos acumulados y del período de tiempo que quedan en espera en cada nodo. Por lo tanto, esta función objetivo se vería enfrentada con la función objetivo aplicada aquí para minimizar los kilómetros totales recorridos. Se estudiará una metodología eficiente para resolver el problema multiobjetivo resultante.

## Referencias

1. Lahyani, R., Khemakhem, M., Semet, F., "Rich Vehicle Routing Problems: From a taxonomy to a definition", *European Journal of Operational Research* 241(1): 1-14, 2015.
2. Koc C., Bektas T., Jabali O., Laporte G., "Thirty years of heterogeneous vehicle routing", *European Journal of Operational Research* 249(1): 1-21, 2016.
3. Vidal T., Laporte G., Matl P., "A concise guide to existing and emerging vehicle routing problem variants", *European Journal of Operational Research* 286(2): 401-416, 2020.

4. Zajac S., Huber S., "Objectives and methods in multi-objective routing problems: a survey and classification scheme", *European Journal of Operational Research* 290(1):1-25, 2021.
5. Alshraideh H., Abu Qdais H., Stochastic modeling and optimization of medical waste collection in Northern Jordan. *Journal of Material Cycles and Waste Management* 19(2) (2017): 743–753.
6. He Z., Li Q., Fang J., "The Solutions and Recommendations for Logistics Problems in the Collection of Medical Waste in China", *Procedia Environmental Sciences* 31: 447-456, 2016.
7. Baran E. "Optimizing Medical Waste Collection in Eskişehir by Using Multi-Objective Mathematical Model", *Journal of Science, Part A*, 4(4): 93-100, 2017.
8. Mantzaras G., Voudrias E.A., "An optimization model for collection, haul, transfer, treatment and disposal of infectious medical waste: Application to a Greek region", *Waste Management* 69: 518-534, 2017.
9. Eren E., Tuzkaya U.R., "Occupational health and safety-oriented medical waste management: A case study of Istanbul", *Waste Management & Research* 37(9): 876-884, 2019.
10. Taslimi M., Batta R., Kwon C., "Medical waste collection considering transportation and storage risk", *Computers & Operations Research* 120: 104966, 2020.
11. Mohamed Faizal U., Jayachitra R., Vijayakumar P., Rajasekar M., "Optimization of inbound vehicle routes in the collection of bio-medical wastes", *Materials Today: Proceedings*, 2020.
12. Kargar S., Pourmehdi M., Paydar M.M., "Reverse logistics network design for medical waste management in the epidemic outbreak of the novel coronavirus (COVID-19)", *Science of the Total Environment* 746: 141183, 2020.
13. Eren E., Tuzkaya U.R., "Safe distance-based vehicle routing problem: Medical waste collection case study in COVID-19 pandemic", *Computers & Industrial Engineering* 157: 107328, 2021.
14. Simón S., Demadé J., Hernández J., Carnero M., "Optimización de Recorridos para la Recolección de Residuos Infecciosos", *Información Tecnológica* 23(4): 125-132, 2012.
15. Goulart Coelho L.M., Lange L.C., Coelho H.M.G., "Multi-criteria decision making to support waste management: A critical review of current practices and methods", *Waste Management & Research* 35(1): 3-28, 2017.
16. Fischetti M, Monaci M. Light robustness. In: *Robust and Online Large-Scale Optimization*. Springer; 2009. pp. 61-84
17. Bynum, Michael L., Gabriel A. Hackebeitl, William E. Hart, Carl D. Laird, Bethany L. Nicholson, John D. Sirola, Jean-Paul Watson, and David L. Woodruff. *Pyomo - Optimization Modeling in Python*. Third Edition Vol. 67. Springer, 2021.