

MODELADO DEL GEOIDE GRAVIMÉTRICO ESTÁTICO PARA LA PROVINCIA DE SANTA FE, ARGENTINA

DETERMINATION OF A STATIC GRAVIMETRIC GEOID FOR THE SANTA FE PROVINCE, ARGENTINA

Cecilia Cornero¹, Ayelen Pereira¹, Mauricio Varela Sánchez², Ana Cristina Oliveira Cancoro De Matos³, Denizar Blitzkow³, María Cristina Pacino¹

¹Área de Geodinámica y Geofísica - Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario- CONICET. Av. Pellegrini 250- 3º, 2000, Rosario, Argentina.

²Escuela de Ingeniería Topográfica, Universidad de Costa Rica. Costa Rica.

³ Departamento de Ingeniería de Transportes, Escuela Politécnica, Universidad de San Pablo, Brasil- CNGEO

Email: ccornero@fceia.unr.edu.ar

RESUMEN

La determinación del geoide se ha convertido en la actualidad en uno de los objetivos fundamentales de la Geodesia, para dar lugar a una solución del problema altimétrico. Ésta problemática puede ser considerada en el contexto del modelado del campo de gravedad terrestre, ya que todos los métodos de cálculo involucran de una u otra manera su conocimiento. El presente trabajo consiste en el cálculo de cuatro modelos de geoide gravimétrico estático para la provincia de Santa Fe (Argentina) y en su posterior validación con información terrestre de alturas elipsoidales (GNSS) y de Redes de Nivelación (RN). La metodología aplicada consistió en la técnica Remove-Restaurar, incorporando diversos Modelos de Geopotencial Global (MGG), junto con 39,771 observaciones gravimétricas terrestres. El cálculo de los modelos fue realizado con el paquete de programas canadiense SHGEO (Stokes-Helmert Geoid Software), desarrollado por el Departamento de Geodesia e Ingeniería Geomática de la Universidad de New Brunswick, Canadá. Los modelos de geopotencial global GO_CONS_GCF_2_DIR_R5 y EIGEN6C4, limitados hasta grado y orden 200 y 300, fueron utilizados como referencia para el cálculo. Se utilizó además, el modelo digital de terreno SAM3s_v2 y el modelo de gravedad oceánica DTU10. El análisis estadístico se realizó con 100 puntos de doble información altimétrica (GNSS sobre nivelación), resultando el modelo calculado con base GO_CONS_GCF_2_DIR_R5 hasta grado y orden 300 el de mayor consistencia. El mismo fue el que presentó el mínimo valor medio de las alturas geoidales geométricas ($N_{GNSS-RN}$) respecto a las obtenidas en el modelo calculado (N) (0.096m), y un RMS de dicha diferencia de 0.221 m.

Palabras clave: Modelo geoidal, Gravimetría, GNSS

ABSTRACT

At present, the determination of the geoid has become one of the fundamental Geodesy objectives, in order to provide a solution for the altimetric problem. This can be considered in the context of the terrestrial gravity field modeling, since all the calculation methods involve in one way or another its knowledge. This work consists in the calculation of four static gravimetric geoid models for the province of Santa Fe (Argentina) and its validation with terrestrial information from ellipsoidal heights (GNSS) and Leveling Networks (RN). The applied methodology in this investigation was the Remove-Restore technique, and various Global Geopotential Models (MGG) along with 39,771 terrestrial gravimetric observations were incorporated in the study. The calculation of the models was accomplished with the

Canadian SHGEO software package (Stokes-Helmert Geoid Software), developed by the Department of Geodesy and Geomatic Engineer of the University of New Brunswick, Canada. The global geopotential models GO_CONS_GCF_2_DIR_R5 and EIGEN6C4, limited to degree and order 200 and 300, were used as a reference for the calculation. Also, the SAM3s_v2 digital terrain model and the DTU10 oceanic gravity model were used. The statistical analysis was performed with 100 points with double altimetric information (GNSS on leveling), resulting the model based on the GO_CONS_GCF_2_DIR_R5 up to grade and order 300 the one with greater consistency. This model also presented the minimum geoidal height mean values ($N_{\text{GNSS-RN}}$) with respect to those obtained in the calculated model (N) (0.096m), and an RMS of the difference of 0.221 m.

Keywords: Geoid model, Gravimetry, GNSS

INTRODUCCIÓN

La Geodesia ha debido adaptar su metodología de cálculo tradicional para incluir dentro de su actividad científica campos que tradicionalmente eran abarcados por otras ciencias, y además producir resultados acordes con la demanda actual. Hoy, el avance de la tecnología satelital y las posibilidades informáticas, hacen posible la utilización práctica de teorías construidas hace más de un siglo para el estudio de la forma y dimensiones de la Tierra, de su campo de gravedad y sus variaciones temporales.

Las misiones satelitales gravimétricas son el comienzo de lo que se denomina como "década internacional del geopotencial" y la comunidad científica espera un gran avance en la determinación del campo de gravedad y la circulación oceánica (Cornero et al., 2016).

La complejidad del campo gravitatorio terrestre, de las masas internas de la Tierra, su interacción, movimientos y densidad, son factores que intervienen en la solución del modelado del geoide, los que a su vez varían con el tiempo, haciendo que su estudio deba ser continuo.

El geoide como superficie de referencia puede definirse de varias maneras de acuerdo a la técnica de cálculo, y diferentes metodologías se han desarrollado a lo largo de la historia para posibilitar la obtención de modelos.

La metodología en la que se basa este trabajo es la técnica denominada Remover- Restaurar, en la cual se remueven las longitudes de onda larga del potencial gravitatorio provenientes de un Modelo Geopotencial Global (MGG), y las longitudes de onda corta derivadas de los efectos topográficos (reducción de terreno); se aplica la integral de Stokes al potencial residual y se restituyen luego las longitudes de onda larga y corta sobre la ondulación del geoide calculada.

El objetivo de esta propuesta es calcular un modelo del geoide estático para la provincia de Santa Fe, incorporando las nuevas tecnologías desarrolladas, las últimas bases de datos y mediciones *in situ*, así como también aspectos cuantitativos que no fueron tomados en cuenta en modelos previamente computados.

En Argentina, históricamente se ha trabajado en la determinación de modelos de geoide. El primer modelo gravimétrico de geoide con una resolución de 20'x 20' se desarrolló en el año 1998 de manera conjunta entre el Instituto de Física de Rosario, la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de La Plata y la Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (Font et al., 1998). Este modelo fue calculado utilizando la técnica Remover-Restaurar y una integral de Stokes modificada, con un conjunto de más de 15,000 estaciones de gravedad medidas por el Instituto Geográfico Nacional (ex IGM) y universidades nacionales. Además, se utilizó el MGG EGM96 (Earth Global Model 1996) (Lemoine et al., 1998) hasta grado y orden 50 para eliminar la componente de longitud de onda larga de las anomalías de gravedad media (Font et al., 1998). El modelo digital de terreno (DTM), ETOPO5 se utilizó para determinar las correcciones del terreno (Pacino et al., 1998).

En 2005 se determinó el modelo de geoide argentino ARG05 (Tocho et al., 2007), calculado mediante la técnica Remover-Restaurar y la integral de Stokes (Tocho et al., 2007). Se basó en los modelos geopotenciales EGM96 (Lemoine et al., 1998), EIGEN_CG01C (Reigber et al., 2006), KMS2002 (Andersen et al., 2005) y GTOPO30 (USGS, 1999).

En 2007, Corchete y Pacino desarrollaron el modelo de geoide para la Argentina denominado GAR. La técnica de Transformada Rápida de Fourier (FFT por sus siglas en inglés) se utilizó para calcular la integral de Stokes. El geoide se basó en el MGG EIGEN-GL04C (Förste et al., 2008), el DTM ETOPO2, desarrollado por la National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA), y los datos sobre gravedad

terrestre y marina proporcionados por el National Geophysical Data Center (NGDC), el Bureau Gravimétrique International (BGI) y el Banco de Datos de Gravedad de Argentina.

Por último, en 2016 fue publicado el modelo de geode GEOIDE-Ar 16 (Piñón et al., 2017; Piñón, 2016) declarado de uso oficial para Argentina por el Instituto Geográfico Nacional (IGN). El mismo fue calculado con la técnica Remover-Restaurar, utilizando una modificación para resolver la integral de Stokes a partir del proceso multi-banda esférica FFT (Forsberg y Sideris, 1993).

Las últimas campañas gravimétricas realizadas por la Universidad Nacional de Rosario entre el 2009 y 2016 en la provincia de Santa Fe y provincias colindantes, justifica el cálculo del modelo de geode gravimétrico en el territorio santafesino, ya que el resultado sin dudas tendrá mayor precisión que los obtenidos hasta la actualidad.

DATOS UTILIZADOS

Datos de gravedad

En cuanto a la información gravimétrica disponible para Argentina continental, se trata de una base de datos que se conforma principalmente con unos 150,000 puntos que incluyen aquellos pertenecientes a las redes IGN de distintos órdenes y datos aportados por institutos científicos, universidades y empresas privadas (Villella y Pacino, 2010), variada en calidad y distribución geográfica. De toda esta información se utilizó solamente la perteneciente a la provincia de Santa Fe y provincias colindantes, incluyendo parte del territorio de la República Oriental del Uruguay (39,771 puntos gravimétricos; Fig. 1).

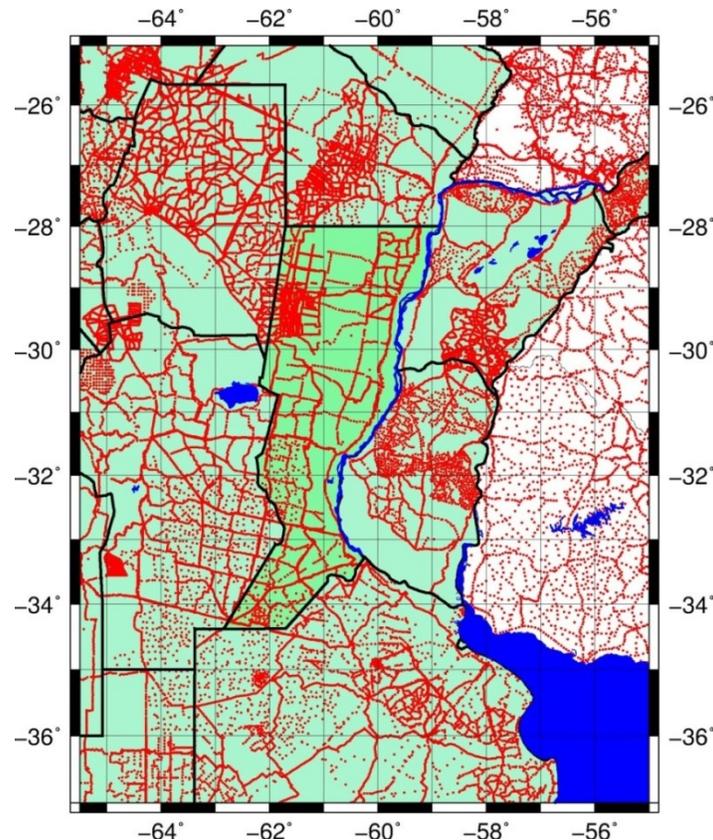


Figura 1. Distribución geográfica de las estaciones gravimétricas en el área de estudio.
Figure 1. Geographic distribution of gravimetric stations in the study area.

Modelo digital de terreno

Para el cálculo de las anomalías completas de Bouguer, las anomalías de Helmert y el efecto topográfico indirecto primario se utilizó el modelo digital de terreno SAM3s_v2, que cuenta con una resolución de 3" de arco (Matos y Blitzkow, 2008). Este modelo es un derivado del SRTM3 disponible a nivel global (Hensley et al., 2001).

El DTM SRTM3 contiene vacíos debido a fallas que se producen en la obtención de datos (Matos, 2005). En el modelo SAM3s_v2, dichos vacíos fueron completados con alturas obtenidas de cartas digitalizadas e información del modelo DTM2002 (Saleh y Pavlis, 2002; Matos, 2005). Además, en el modelo SRTM3 fueron reconstituidas las alturas ortométricas, sustituyendo el modelo EGM96 utilizado originalmente, por el modelo geopotencial EIGEN-GL04C (Förste et al., 2008).

El DTM SAM3s_v2 utilizado abarca un área comprendida entre 25°N a 60°S en latitud y 100°O a 25°O en longitud, abarcando un total de 1,983 cuadrículas de 1°x1° (Matos y Blitzkow, 2008).

Anomalía de aire libre en regiones oceánicas

Aunque la provincia de Santa Fe no limita con océanos, para llevar a cabo el cálculo del modelo geoidal fue necesario extender la zona de estudio incluyendo la parte marítima, para lo cual se utilizó el modelo de gravedad oceánica DTU10 (Denmark Technical University) (Andersen, 2010), a los fines de completar la zona de los océanos con la anomalía de aire libre media.

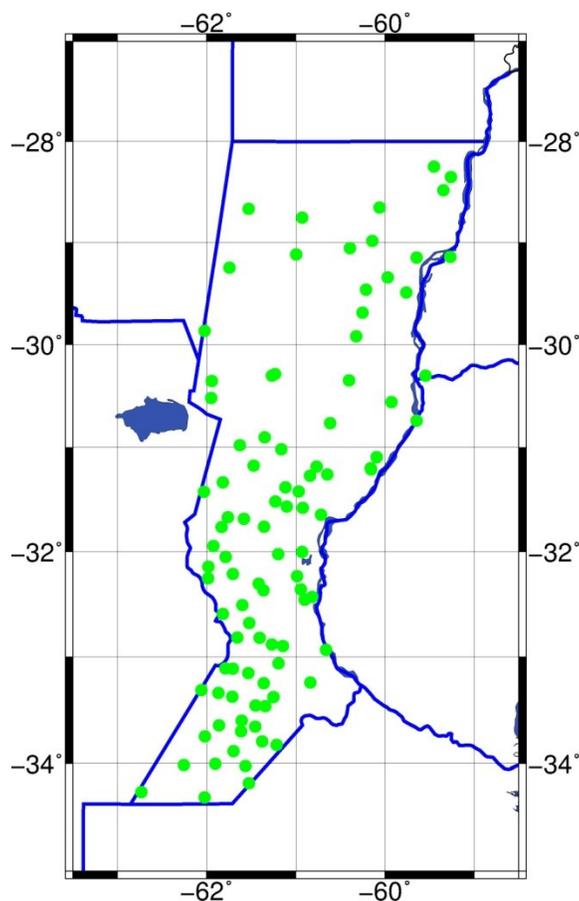


Figura 2. Distribución geográfica de las estaciones GNSS/RN en Santa Fe.
Figure 2. Geographical distribution of GNSS/RN stations in Santa Fe.

Datos de nivelación geométrica y GNSS

En esta evaluación se utilizaron dos tipos de información terrestre: alturas provenientes de nivelaciones clásicas, y coordenadas elipsoidales determinadas con GNSS. La precisión de los datos de ondulación geoidal (N) disponible para Argentina es heterogénea. En efecto, los valores de N calculados con el método geométrico provienen de diversas fuentes, tales como universidades, gobiernos provinciales, e IGN, entre otros. En la Figura 2 se muestra la distribución geográfica de los 100 puntos utilizados.

Respecto a la exactitud de dichos valores, suponiendo que la altura elipsoidal h fue medida con un error del orden de los 5 cm y la altura ortométrica H con un error del orden de los 20 cm, entonces el error cometido en la determinación de N estará dado por la combinación de ambos siguiendo la expresión (ec. 1):

$$\text{Error (N)} = \sqrt{5^2 + 20^2} \sim 21 \text{ cm} \quad (1)$$

Modelos geopotenciales globales

Para realizar la selección de los MGG a utilizar como referencia para el cálculo del geoide gravimétrico, se procedió a determinar la raíz media cuadrática de la diferencia entre los datos de ondulación de la provincia de Santa Fe -en función del grado y orden- para los siete modelos de geopotencial seleccionados (Fig. 3).

Como puede observarse en dicha gráfica, el modelo que presenta la menor diferencia es el EIGEN-6C4 hasta grado y orden 200, en tanto que, hasta grado y orden 300, el modelo más consistente es el GO_CONS_GCF_2_DIR_R5. Estos dos modelos fueron luego utilizados en este trabajo.

El EIGEN-6C4 es un modelo global estático del campo de gravedad combinado hasta grado y orden 2,190, elaborado conjuntamente por el German Research Centre for Geosciences Potsdam (GFZ) y el Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale (GRGS). La solución resultante al grado y orden 370 se ha extendido al grado y orden 2,190 mediante una solución diagonal de bloque usando la cuadrícula de datos de anomalía de gravedad global DTU10 (Förste et al., 2014). La combinación de los diferentes conjuntos de datos de satélites y de superficie se realizó mediante una combinación de ecuaciones normales (hasta grado máximo 370), que se generan a partir de ecuaciones de observación para los coeficientes armónicos esféricos.

El GO_CONS_GCF_2_DIR_R5 de grado y orden 300, es un modelo satelital basado en una combinación de las misiones satelitales GOCE-SGG, GRACE y LAGEOS. El mismo fue obtenido mediante la solución Direct Approach (DIR) desarrollada por el European GOCE Gravity consortium (EGGc), y elaborado por el centro alemán GFZ y el centro francés GRGS/CNES (Bruinsma et al., 2013). En este tipo de solución, los coeficientes de Stokes se calculan resolviendo sistemas de ecuaciones normales (Bruinsma et al., 2015).

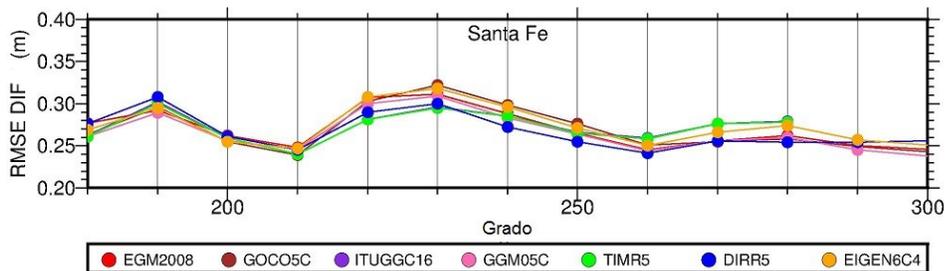


Figura 3. Error medio cuadrático de la diferencia de la anomalía de altura de los MGG, y alturas geoidales ($N_{GNSS-RN}$), en metros.

Figure 3. Root Mean Square Error (RMSE) of the difference of the MGG's height anomalies, and geoid heights ($N_{GNSS-RN}$), in meters.

Por otro lado, el error de comisión de los MGGs refleja las incertezas de los propios coeficientes armónicos esféricos debido a errores de observación que se propagan en la ondulación geoidal. Los modelos comparados (DIR_R5 y EIGEN-6C4) presentan un error de comisión milimétrico hasta el grado 200, y en el grado 220 alcanza el centímetro.

En la Figura 4 puede observarse la amplitud de los modelos por grado -línea continua roja (DIR_R5) y negra (EIGEN6C4)-. La línea verde continua presenta la diferencia de amplitud acumulada entre los dos modelos; en tanto que la línea azul continua presenta la diferencia de amplitud entre los dos modelos por grado; y finalmente las líneas de puntos roja (DIR_R5) y negra (EIGEN6C4) muestran los errores de comisión por grado.

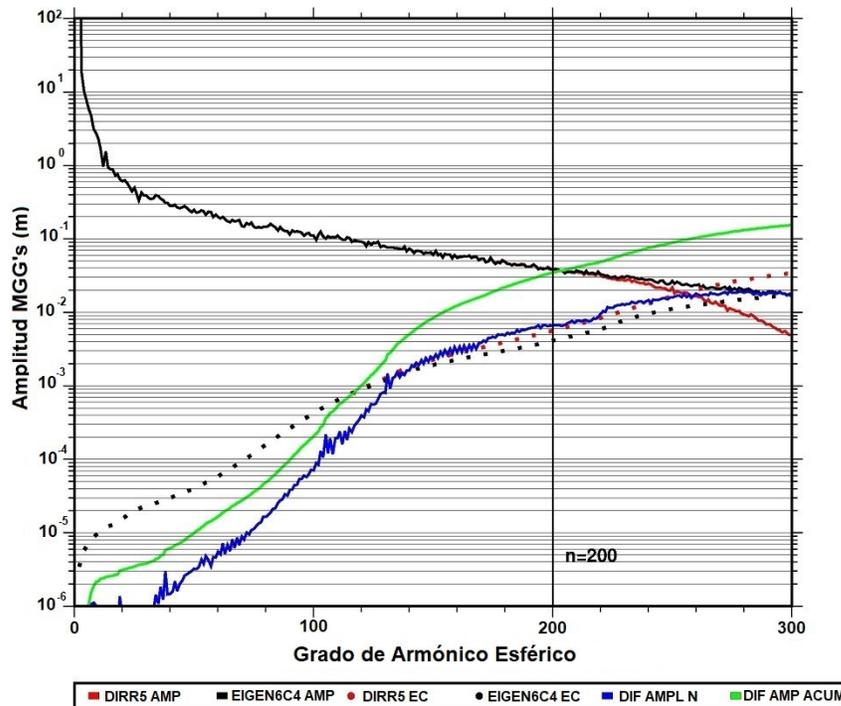


Figura 4. Error de comisión entre EIGEN6C4 y DIR_R5.
Figure 4. Commission error between EIGEN6C4 and DIR_R5.

Por último, el GEOIDE-Ar 16 fue calculado con la técnica Remover-Restaurar, utilizando la modificación determinística de Kernel propuesta por Wong y Gore (1969), para resolver la integral de Stokes a partir del proceso multi-banda esférica FFT (Forsberg y Sideris, 1993). Este modelo incorporó el MGG GOCO05s junto con aproximadamente 650,000 mediciones gravimétricas terrestres y marinas provenientes del IGN y cedidas por diversos organismos, agencias, empresas y universidades. Además, se utilizó para el cálculo una combinación de los modelos digitales de elevación SRTM v4.1 y SRTM30 Plus v10, y el modelo gravimétrico DTU13 fue aplicado para cubrir las regiones que carecían de observaciones de gravedad (Piñón et al., 2016).

El modelo de geoide se ajustó al datum vertical argentino a través de la determinación de una superficie de tendencia correctiva, por medio de un modelo de cuatro parámetros (Piñón, 2016), donde los residuales fueron modelados mediante el método de colocación por mínimos cuadrados, utilizando el modelo de segundo orden Gauss-Markov (Piñón et al., 2016).

METODOLOGÍA

La determinación del modelo de geoide gravimétrico estático, se puede resumir en cinco etapas (Blitzkow et al., 2008):

1. Cálculo de las anomalías puntuales de aire libre por medio de datos de gravimetría terrestre (coordenadas, altura ortométrica, aceleración de la gravedad).
2. Cálculo de las anomalías completas de Bouguer, para obtener posteriormente las anomalías medias de aire libre en una cuadrícula de 5'. Para este cálculo son necesarias las anomalías puntuales de aire libre y el modelo digital de terreno.
3. Cálculo de la anomalía de gravedad de Helmert en la superficie terrestre, obtenidas adicionando a la anomalía media de aire libre, el efecto topográfico directo, el efecto atmosférico directo y el efecto topográfico indirecto secundario.
4. Integración de Stokes, utilizando la técnica "Remover-Restaurar".
5. Adicionar el efecto topográfico indirecto primario a las alturas geoidales referidas a un "geoide ficticio" denominado cogeide (Gemael, 1999; Matos, 2005), para obtener las alturas geoidales referidas a un nuevo geoide.

En la formulación original de Stokes, la determinación del geoide requiere del conocimiento de las anomalías de gravedad sobre toda la Tierra. En la práctica, el área de integración es limitada por vecindad, normalmente circular, del punto a ser calculado. La ecuación de Stokes utilizada para la obtención de alturas geoidales (Ellmann y Vaníček, 2007) fue:

$$N(\Omega) = \frac{R}{4\pi\gamma_0(\varphi)} \int \int_{\Omega_{\varphi_0}} S^M(\psi_0, \psi(\Omega, \Omega')) \Delta g(r_g, \Omega) d\Omega' + \frac{R}{2\gamma_0(\varphi)} \sum_{n=2}^M \frac{2}{n-1} \Delta g_n^h(r_g, \Omega) + \frac{\delta V^t(r_g, \Omega)}{\gamma_0(\varphi)} + \frac{\delta V^a(r_g, \Omega)}{\gamma_0(\varphi)} \quad (2)$$

Dónde:

$$\Delta g(r_g, \Omega) = \left(\Delta g^h(r_t, \Omega) - \sum_{n=2}^M \Delta g_n^h(r_g, \Omega) \right) \quad (3)$$

La posición geocéntrica (r, Ω) de cualquier punto es representada por el radio geocéntrico r y por el par de coordenadas geocéntricas $\Omega = (\phi, \lambda)$; R es el radio terrestre medio.

En este trabajo se utilizó un núcleo de Stokes modificado $S^M(\psi_0, \psi(\Omega, \Omega'))$ propuesto por Featherstone (2003), definido como una combinación de las modificaciones al núcleo de Stokes propuestas por Vaníček y Kleusberg (1987), conjuntamente con la de Meissl (1971). Este núcleo ha presentado los mejores resultados para el cálculo de modelos de geoide y ha sido comparado con la aplicación de la técnica Remover-Restaurar con un kernel no modificado (Lobianco, 2005).

La modificación de Meissl (1971) propone una resta simple del valor de la función de Stokes con relación a la distancia de truncamiento, haciendo que en la serie de Fourier el error del truncamiento converja a cero más rápidamente (Featherstone y Sideris, 1998). La modificación de Vaníček y Kleusberg (1987) minimiza el error de truncamiento, usando una componente de baja frecuencia de ondulación geoidal obtenida de un MGG y un esferoide de grado M , como una nueva superficie de referencia (Vaníček y Sjöberg, 1991).

En el lado derecho de la Ecuación 2, el primer término es el cogeide residual de Helmert. Como un campo de referencia, con un grado y orden bajos, y removido antes de la integración de Stokes (Ecuación 3), la contribución de larga longitud de onda necesita ser adicionada a la componente residual de la ondulación geoidal (segundo término de la Ecuación 2). El cogeide de Helmert resulta luego de la suma de los dos primeros términos.

En la Ecuación 2, el tercer término es el efecto topográfico indirecto primario (Martinec, 1993), y el último término el efecto atmosférico indirecto primario (Novák, 2000).

El término $\Delta g^h(r_t, \Omega)$ en la Ecuación 3, es la anomalía de gravedad de Helmert referida a la superficie de la Tierra, que puede ser obtenida por (Vaníček et al., 1999):

$$\Delta g^h(r_i, \Omega) = \Delta g(r_i, \Omega) + \delta A^t(r_i, \Omega) + \frac{2}{r_i(\Omega)} \delta V^t(r_i, \Omega) + \delta A^a(r_i, \Omega) \quad (4)$$

Donde $\Delta g(r_i, \Omega)$ es la anomalía de aire libre, $\delta A^t(r_i, \Omega)$ el efecto topográfico directo, $\frac{2}{r_i(\Omega)} \delta V^t(r_i, \Omega)$

el efecto topográfico indirecto secundario, y $\delta A^a(r_i, \Omega)$ el efecto atmosférico directo.

En la Figura 5 se muestra el mapa de anomalías de aire libre promedio de 5' de resolución utilizadas para el cálculo del geoide. Las áreas en color gris son las regiones sin información gravimétrica. En tales regiones, el modelo geoidal final sólo tiene información del MGG hasta el grado y orden del MGG adoptado.

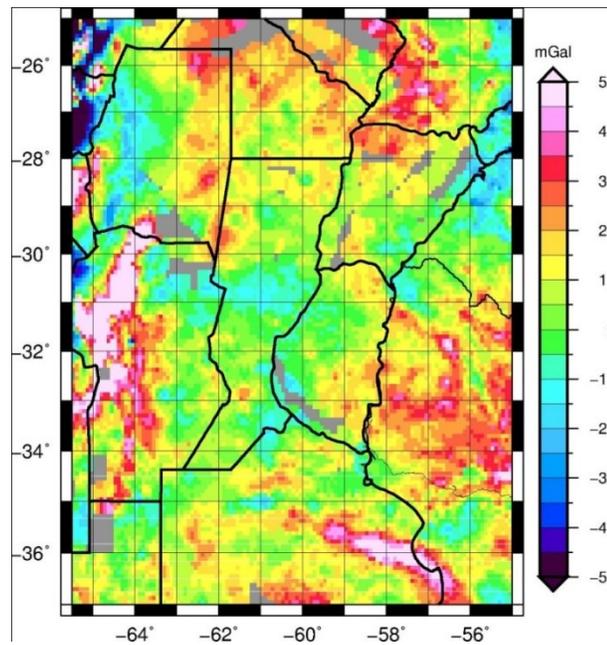


Figura 5. Anomalía de aire libre promedio de 5' de resolución.

Figure 5. Free air anomaly average of 5' resolution.

RESULTADOS

La ondulación geoidal en los cuatro modelos varió en un rango de 15 a 25 m para toda la provincia de Santa Fe, como puede observarse en las Figuras 6 (a y b) y 7 (a y b). En dichas figuras se muestran, además, las diferencias de ondulación geoidal entre los modelos en base a DIR-R5 (n,m=300) y DIR-R5 (n,m=200), y los modelos determinados en base a EIGEN6C4 (n,m=300)- EIGEN6C4 (n,m=200). Tales diferencias son inferiores al metro.

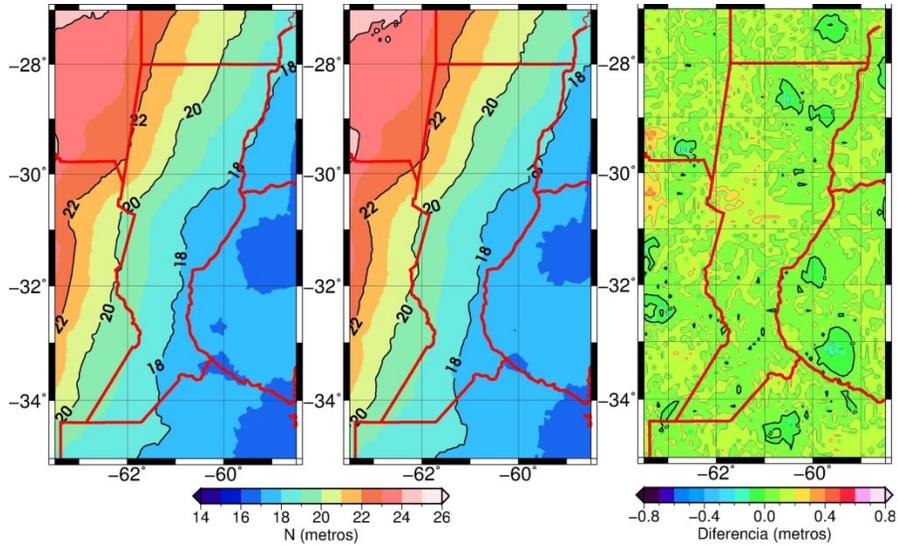


Figura 6. Modelo geoidal para Santa Fe a partir del modelo DIR-R5 (de izquierda a derecha): a) $n,m = 200$, b) $n,m = 300$ y c) diferencia DIR-R5 (300)-DIR-R5(200).
Figure 6. Geoidal model for Santa Fe from DIR-R5 model (from left to right): a) $n,m = 200$, b) $n,m = 300$ and c) DIR-R5 (300) -DIR-R5 (200) difference.

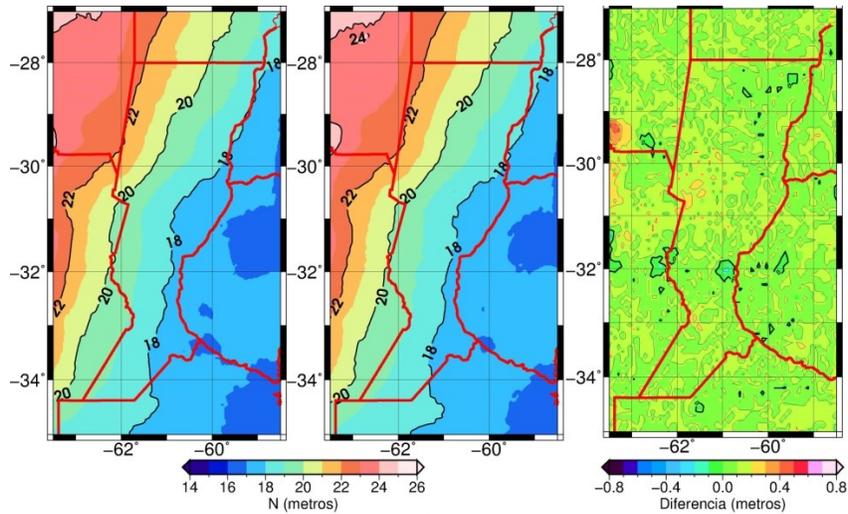


Figura 7. Modelo geoidal para Santa Fe a partir del modelo EIGEN6C4 (de izquierda a derecha): a) $n,m = 200$, b) $n,m = 300$ y c) diferencia EIGEN6C4 (300)- EIGEN6C4(200).
Figure 7. Geoidal model for Santa Fe from EIGEN6C4 model (from left to right); a) $n,m = 200$, b) $n,m = 300$ and c) EIGEN6C4 (300) - EIGEN6C4 (200) difference.

Validación de los modelos obtenidos

Los cuatro modelos geoidales obtenidos en base a DIR_R5 y EIGEN6C4 (grado y orden 200 y 300 respectivamente) fueron comparados con 100 puntos GNSS/RN.

En las Figuras 8 y 9 se presentan las diferencias de la ondulación geoidal entre cada modelo y los puntos GNSS/RN para DIR_R5 (200, 300) y EIGEN6C4 (200, 300) respectivamente.

En la Figura 10 se muestran los histogramas de las diferencias absolutas en intervalos de 0.1 m para los modelos calculados.

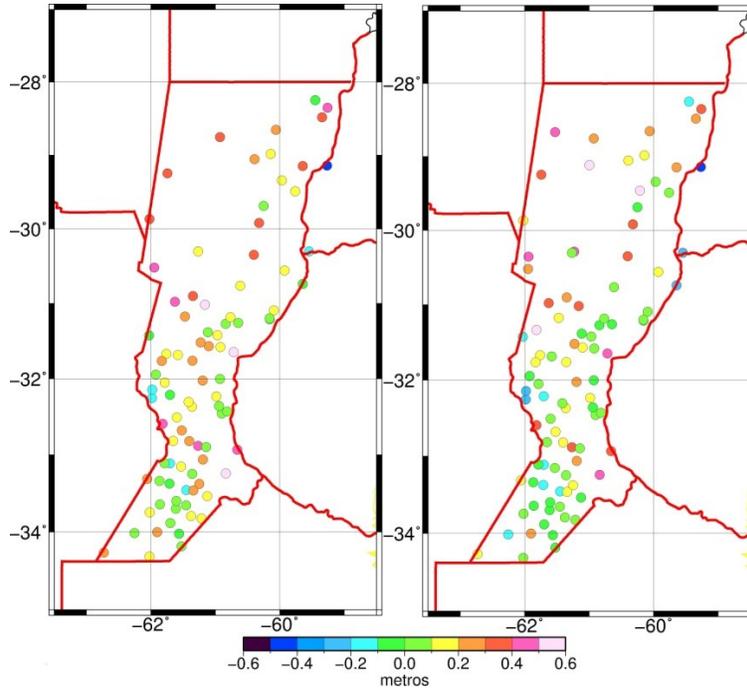


Figura 8. Diferencia Δn - GNSS/RN, DIR_R5 $n,m = 200$ (izq.) y DIR_R5 $n,m = 300$ (der.).
Figure 8. Difference Δn - GNSS/RN, DIR_R5 $n,m = 200$ (left) and DIR_R5 $n,m = 300$ (right).

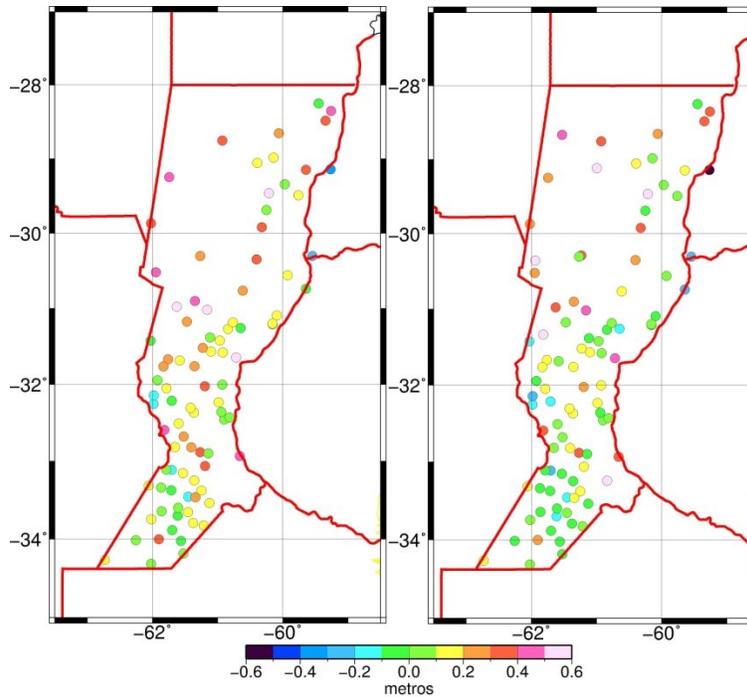


Figura 9. Diferencia Δn - GNSS/RN, EIGEN6C4 $n,m = 200$ (izq.) y EIGEN6C4 $n,m = 300$ (der.).
Figure 9. Difference Δn - GNSS/RN, EIGEN6C4 $n,m = 200$ (left) and EIGEN6C4 $n,m = 300$ (right).

Las diferencias máximas y mínimas entre cada modelo y los puntos GNSS/RN varían entre ~0.6 y ~ -0.6 m, respectivamente (Tabla 1). El modelo que presenta mejores resultados estadísticos es el aquel basado en el DIR-R5 (n,m = 300).

En la Tabla 1 también se compara el modelo GEOID AR16 con los puntos GNSS/RN.

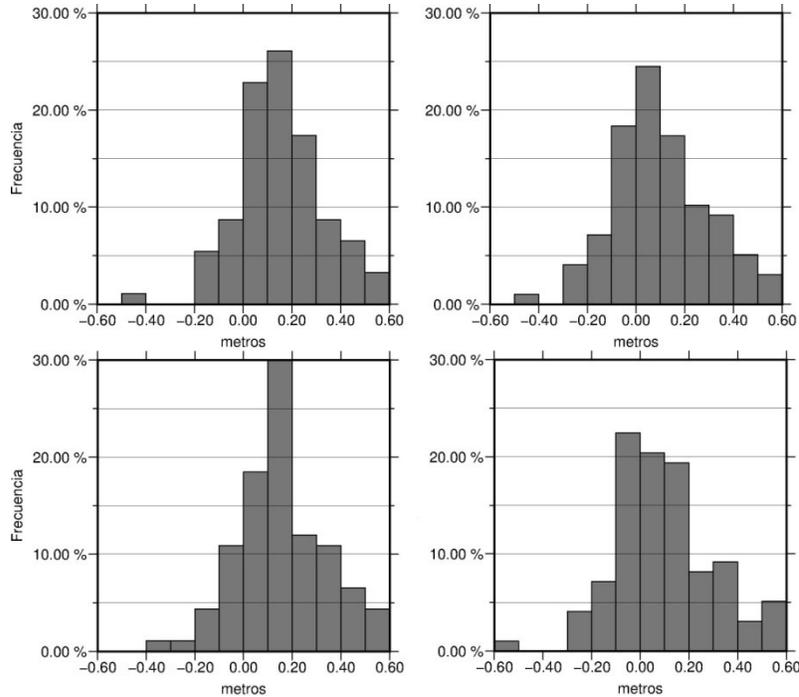


Figura 10. Histogramas de las diferencias absolutas en intervalos de 0.1m para los modelos DIR_R5 n,m = 200, 300 (arriba), EIGEN6C4 n,m = 200, 300 (abajo).

Figure 10. Histograms of the absolute differences in 0.1m intervals for DIR_R5 n,m = 200, 300 (above), EIGEN6C4 n,m = 200, 300 (below).

	Media (m)	RMS (m)	Diferencia Máxima (m)	Diferencia Mínima (m)
DIR_R5 (n=m=200)	0.161	0.243	0.597	-0.400
DIR_R5 (n=m=300)	0.096	0.221	0.574	-0.530
EIGEN_6C4 (n=m=200)	0.156	0.235	0.579	-0.419
EIGEN_6C4 (n=m=300)	0.102	0.221	0.568	-0.467
GEOIDAr16	-0.131	0.237	0.571	-0.569

Tabla 1. Análisis estadístico de las diferencias absolutas utilizando GNSS/RN para Santa Fe.

Table 1. Statistical analysis of the absolute differences using GNSS/RN for Santa Fe.

CONCLUSIONES

Es importante recalcar que tanto las alturas derivadas de GNSS como las obtenidas con el método clásico de nivelación contienen errores intrínsecos, siendo más críticos en el segundo caso, por lo que los

valores de ondulación geoidal obtenidos a partir de las diferencias entre ambos tipos de alturas no representan necesariamente magnitudes que deban considerarse superiores en términos de calidad. Sin embargo, es importante la comparación entre estas diferencias $N_{(GNSS-RN)}$ y las resultantes de los modelos calculados para analizar la coherencia de los resultados obtenidos.

De acuerdo al análisis estadístico, el modelo basado en DIR_R5 ($n=m=300$), presentó el mínimo valor medio (0.096m), en la comparación entre ondulaciones geoidales $N_{(GNSS-RN)}$ y las obtenidas de los modelos calculados. Además, éste mostró un RMS de la diferencia de 0.221 m, siendo también el valor más bajo.

La distribución de puntos GNSS/RN no es homogénea en toda la provincia; en el norte existen vacíos, y la mayoría de los puntos ubicados en dicha zona presentan grandes diferencias (ΔN).

La ondulación geoidal en los cuatro modelos varía en un rango de 15 a 25 m en toda la provincia de Santa Fe.

Por último, para hacer más preciso el modelo geoidal de la provincia de Santa Fe sería necesario realizar campañas gravimétricas con puntos distribuidos regularmente (i.e. cada 5') en las áreas entre las principales carreteras donde ya se han efectuado las mediciones, como así también efectuar mediciones distanciadas no más de 100 km en las provincias que bordean la frontera de Santa Fe.

REFERENCIAS

- Andersen, O.B. (2010). The DTU10 Gravity field and Mean sea surface. In Second international symposium of the gravity field of the Earth (IGFS2), Fairbanks, Alaska.
- Andersen, O. B., P. Knudsen, R. Trimmer, (2005). Improved High Resolution Altimetric Gravity Field Mapping (KMS2002 Global Marine Gravity Field). A Window on the Future of Geodesy, Springer Berlin Heidelberg, 128: 326-31.
- Blitzkow, D., A.C.O.C. Matos, I.O. Campos, A. Ellmann, P. Vanicek, M. C. Dos Santos, (2008). An attempt for an Amazon geoid model using Helmert gravity anomaly. In: Observing our Changing Earth. 1st ed. Springer-Verlag, 133: 187-194.
- Bruinsma, S., C. Förste, O. Abrikosov, J.C. Marty, M.H. Rio, S. Mulet, S. Bonvalot, (2013). The new ESA satellite-only gravity field model via the direct approach. Geophysical Research Letters, 41: 3607-3612. doi.org/10.1002/grl.50716.
- Bruinsma, S., C. Förste, O. Abrikosov, J.M. Lemoine, J.C. Marty, S. Mulet, M.H. Rio, S. Bonvalot, (2014). ESA's satellite-only gravity field model via the direct approach based on all GOCE data. Geophysical Research Letters, 41: 7508–7514. doi:10.1002/2014GL062045.
- Corchete, V., M. C. Pacino, (2007). The first high-resolution gravimetric geoid for Argentina: GAR. Physics of the Earth and Planetary Interiors, (3-4)161: 177-83.
- Cornero, C., A. Pereira, M.C. Pacino, L.R. Balparda, (2016). Comparación de modelos geopotenciales recientes en Argentina. Revista Geoacta de la Asociación Argentina de Geofísicos y Geodestas, 41(1): 87-97.
- Ellmann, A., P. Vaníček, (2007). UNB application of Stokes-Helmert's approach to geoid computation. Journal of Geodynamics, 43: 200-213.
- Featherstone, W.E. (2003). Software for computing five existing types of deterministically modified integration kernel for gravimetric geoid determination. Computer & Geosciences, 29: 183-193.
- Featherstone, W.E., M.G. Sideris, (1998). Modified kernels in spectral geoid determination: first results from Western Australia. In: Geodesy on the move, International Association of Geodesy Symposia, Springer Berlin Heidelberg, 119, 188-193.
- Font G., M.C. Pacino, D. Blitzkow, C. Tocho, (1998). A Preliminary Geoid Model for Argentina. In: Geodesy on the Move, International Association of Geodesy Symposia. Springer Berlin Heidelberg, 119, 255-261.
- Forsberg, R., M.G. Sideris, (1993). Geoid computations by the multi-band spherical FFT approach. Manuscripta geodaetica, 18: 82-9.
- Förste, C., S. Bruinsma, O. Abrikosov, J.M. Lemoine, J.C. Marty, F. Flechtner, G. Balmino, F. Barthelmes, R. Biancale, (2014). EIGEN-6C4: The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 2190 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse. GFZ Data Services. http://doi.org/10.5880/icgem.2015.1

- Förste, C., R. Schmidt, R. Stubenvoll, F. Flechtner, U. Meyer, R. König, H. Neumayer, R. Biancale, J.M. Lemoine, S. Bruinsma, S. Loyer, F. Barthelmes, S. Esselborn, (2008). The GeoForschungsZentrum Potsdam/Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale satellite- only and combined gravity field models: EIGEN- GL04S1 and EIGEN- GL04C. *Journal of Geodesy*, 82 (6): 331-346, doi 10.1007/s00190- 007- 0183- 8.
- Gemael, C. (1999). *Introdução a Geodésia Física*. Curitiba: 2ª ed. Editora UFPR, 302.
- Hensley, S., R. Munjy, P. Rosen, (2001). Interferometric synthetic aperture radar. *Digital elevation model technologies applications: the DEM user manual*. Maune, D. F. (Ed.), ASPRS (The Imaging & Geospatial Information Society), cap. 6, 142–206.
- Lemoine, F.G., S.C. Kenyon, J.K. Factor, R.G. Trimmer, N.K. Pavlis, D.S. Chinn, C.M. Cox, S.M. Klosko, S.B. Luthcke, M.H. Torrence, (1998). The development of the joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) geopotential model EGM96, NASA/TP-1998-206861, NASA, Greenbelt, USA.
- Lobianco, M.C.B. (2005). *Determinação das alturas do geóide no Brasil*. Tesis de doctorado, Escola Politécnica, Universidad de Sao Paulo, Brasil, 160.
- Martinec, Z. (1993). Effect of lateral density variations of topographical masses in view of improving geoid model accuracy over Canada. Final Report of the contract DSS N° 23244-2-4356. Geodetic Survey of Canada, Ottawa.
- Matos, A.C.O.C., D. Blitzkow, (2008). *Modelagem Digital de Terrenos (MDT) de 3" para a América do Sul*. Disponible en: <http://www.ptr.poli.usp.br/ltg/proj/proj26.htm>. Accedido en 2016.
- Matos, A.C.O.C. (2005). *Implementação de modelos digitais de terreno para aplicações na área de Geodésia e Geofísica na América do Sul*. Tesis de doctorado, Escola Politécnica, Universidad de São Paulo, Brasil, 355.
- Meissl, P. (1971). *Preparations for the Numerical Evaluation of Second-Order Molodensky-Type Formulas*. Ohio State University Report, 163, Columbus, USA.
- Novák, P. (2000). Evaluation of gravity data for the Stokes–Helmert solution to the geodetic boundary-value problem. Technical Report N° 207, Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Fredericton.
- Pacino M.C., G. Font, D. Blitzkow, (1998). Data processing for a Geoid Model in Argentina. In: *Geodesy on the Move, International Association of Geodesy Symposia*. Springer Berlin Heidelberg, 119, 288-293.
- Piñón D.A., K. Zhang, S. Wu, S.R. Cimbaro, (2017). A New Argentinean Gravimetric Geoid Model: GEOIDEAR. In: *International Association of Geodesy Symposia on Earth and Environmental Sciences for Future Generations*. Springer Berlin, Heidelberg, 147, 53-62.
- Piñón, D. (2016). *Development of a Precise Gravimetric Geoid Model for Argentina*. MSc. Thesis- School of Mathematical and Geospatial Sciences, College of Science Engineering and Health, RMIT University, Melbourne. P 129-135. <https://researchbank.rmit.edu.au/eserv/rmit:161742/Pinon.pdf>
- Piñón, D., K. Zhang, S. Cimbaro, (2016). Modelo de Geóide Gravimétrico GEOIDEAR16, Encuentro Nacional de Investigadores de Agrimensura, 2-3 de Junio de 2016, <http://ign.gob.ar/content/modelo-de-geoide-gravim%C3%A9trico-geoidear16?page=0%2C0%2C22>
- Reigber, C., P. Schwintzer, R. Stubenvoll, R. Schmidt, F. Flechtner, U. Meyer, R. König, H. Neumayer, C. Förste, F. Barthelmes, (2006). A high-resolution global gravity field model combining CHAMP and GRACE satellite mission and surface data: EIGEN-CG01C, Scientific Technical Report, Geoforschungszentrum (GFZ), Potsdam, Germany. ISSN 1610-0956.
- Saleh, J., N.K. Pavlis, (2002). The development and evaluation of the global digital terrain model DTM2002. In: *Proceedings of the 3rd Meeting of the International Gravity and Geoid Commission*, Thessaloniki, Greece, 207-212.
- Tocho, C., G. Font, M.G. Sideris, (2007). A new high-precision gravimetric geoid model for Argentina, In: *Dynamic Planet, International Association of Geodesy Symposia*, Springer Berlin Heidelberg, 130, 416-423.
- United States Geological Survey (1999). *GTOPO30 Documentation*. Disponible en: <https://webgis.wr.usgs.gov/globalgis/gtopo30/gtopo30.htm>, accedido en 2017.
- Vaniček, P., J. Huang, P. Novák, S.D. Pagiatakis, M. Véronneau, Z. Martinec, W.E. Featherstone, (1999). Determination of the boundary values for the Stokes–Helmert problem, *Journal of Geodesy*, 73: 160–192.

- Vaníček, P., A. Kleusberg, (1987). The Canadian geoid-Stokesian approach. *Manuscripta Geodaetica*, 12(2): 86-98.
- Vaníček, P., L.E. Sjöberg, (1991). Reformulation of Stokes's theory for higher than second-degree reference field and modification of integration kernels. *Journal of Geophysical Research*, 96(B4): 6339–6529.
- Villella, J.C., M.C. Pacino, (2010). Interpolación gravimétrica para el cálculo de los números geopotenciales de la red altimétrica de Argentina en zonas de alta montaña. *Geoacta*, 35: 13-26.
- Wong, L., R. Gore (1969). Accuracy of geoid heights from modified Stokes kernels. *Geophysical Journal International*, 18(1): 81-91.

Recibido: Diciembre, 2017

Aceptado: Marzo, 2018