

a  
a  
g  
g

ISSN EN LÍNEA 1852-7744

VOLUMEN 45 (1)2023



AMANECER LAGO VIEDMA, CAMPO DE HIELO SUR.  
SANTA CRUZ, ARGENTINA.  
PH: LUIS LENZANO

Publicación de la Asociación Argentina  
de Geofísicos y Geodestas



# Contenidos

## EDITORIAL

### Este número de GEOACTA / This issue of GEOACTA

Danilo R Velis (Editor) . . . . .	1
-----------------------------------	---

## ARTÍCULOS CIENTÍFICOS

### Detección automática de eventos sísmicos marcianos con algoritmo de reducción a una componente

Agustín R Gómez & Danilo R Velis . . . . .	3
--	---

### Modelado de cuasigeoide mediante métodos FFT y determinación de cuadrículas regulares de distintos tipos de anomalías de gravedad

Agustín R Gómez, Claudia N Tocho & Ezequiel D Antokoletz . . . . .	17
--	----

### Study of the acoustic emission of basaltic rock fracture in uniaxial compression test

Alejandra Vesga-Ramírez, Dino Filipussi, Emilio Camilion & Martín Gómez . . . . .	38
---	----

## NOTAS TÉCNICAS

### Proyecto educativo universitario mesa topográfica digital interactiva

Mónica A Torrejón, Carlos A López Angulo, Luis E Lenzano Andia, María A Videla, Andrés LoVecchio & Daniel Falaschi . . . . .	53
--	----

### Calibración sensor MQ-135 para detección de gases

Carlos A López Angulo . . . . .	57
---------------------------------	----

# Este número de GEOACTA / This issue of GEOACTA

Danilo R Velis (Editor)

Este número de GEOACTA presenta tres artículos científicos y dos notas técnicas. A continuación, el Editor ofrece una visión general de cada uno de los trabajos incluidos en esta edición.

*This issue of GEOACTA features three research articles and two technical notes. The Editor provides an overview of each of the works included in this edition.*

## ARTÍCULOS CIENTÍFICOS

**Gómez y Velis (Español)** analizan la eficacia de tres métodos automáticos de detección de eventos sísmicos STA/LTA aplicados a sismogramas sintéticos marcianos. Utilizando un algoritmo que reduce las tres componentes del registro a una sola serie de tiempo con mejor relación señal/ruido, demuestran una mejora significativa en la detección correcta de eventos, con un aumento de coincidencias del 20 % al 30 % en comparación con estudios previos del grupo Géozur.

**Gómez et al. (Español)** exploran estrategias para mejorar la precisión en el modelado de cuasigeoides regionales, clave para el Marco de Referencia Internacional de Alturas (IHRF). Comparan dos metodologías para generar cuadrículas regulares de anomalías de gravedad y utilizan técnicas FFT esférico y FFT 1D para calcular cuatro modelos de cuasigeoide. Los resultados indican que los modelos derivados de la segunda estrategia de cuadrícula alcanzan una precisión superior en 1 cm a la primera, con diferencias mínimas entre los métodos de FFT, validando así la efectividad de la metodología propuesta.

**Vesga-Ramírez et al. (Inglés)** investigan el uso de emisión acústica (EA) para caracterizar el daño en rocas basálticas sometidas a compresión uniaxial, extraídas del volcán Peteroa en Argentina. Mediante el análisis de amplitud, *hits*, cuentas y energía acumulada, lograron identificar los mecanismos de fractura predominantes en distintas etapas de carga. Sus resultados muestran una transición de fractura tensil a corte y una disminución en el *b-value*, proporcionando una caracterización en tiempo real de la progresión del daño en las rocas.

## NOTAS TÉCNICAS

**Torrejón et al. (Español)** presentan la Mesa Topográfica Digital, una innovadora herramienta educativa implementada en la Facultad de Filosofía y Letras de la UNCuyo, que integra realidad aumentada para modelar la topografía terrestre en tiempo real. Esta mesa permite simular eventos como lluvias y erupciones volcánicas, facilitando el estudio de fenómenos naturales y su impacto en la superficie terrestre. Como la primera de su tipo en Argentina, esta herramienta busca mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje en Geografía mediante el uso de tecnologías avanzadas en visualización y análisis topográfico.

**López Angulo (Español)** detalla en esta nota técnica el proceso de calibración del sensor MQ-135, utilizado en el proyecto SIIP 2022-2024 de la UNCuyo, para medir gases ambientales de forma económica. Dada la sensibilidad del sensor a factores como temperatura y humedad, el equipo desarrolló métodos específicos de ajuste para mejorar la precisión de las mediciones. Esta calibración es crucial para aplicaciones en control ambiental y seguridad industrial, donde la detección fiable de gases es esencial.

## RESEARCH ARTICLES

**Gómez and Velis (Spanish)** analyze the effectiveness of three automatic STA/LTA seismic event detection methods applied to synthetic Martian seismograms. Using an algorithm that reduces the three components of the record to a single time series with an improved signal-to-noise ratio, they demonstrate a significant improvement in correct event detection, with an increase in matches from 20 % to 30 % compared to previous studies by the Géoazur group.

**Gómez et al. (Spanish)** explore strategies to improve precision in regional quasigeoid modeling, essential for the International Height Reference Frame (IHRF). They compare two methodologies for generating regular grids of gravity anomalies and use spherical FFT and 1D FFT techniques to calculate four quasigeoid models. The results indicate that models derived from the second grid strategy achieve superior accuracy by 1 cm compared to the first, with minimal differences between the FFT methods, thus validating the effectiveness of the proposed methodology.

**Vesga-Ramírez et al. (English)** investigate the use of acoustic emission (AE) to characterize damage in basaltic rocks subjected to uniaxial compression, extracted from the Peteroa volcano in Argentina. Through the analysis of amplitude, hits, counts, and accumulated energy, they identified the predominant fracture mechanisms at different loading stages. Their results show a transition from tensile to shear fractures and a decrease in the b-value, providing a real-time characterization of the progression of rock damage.

## TECHNICAL NOTES

**Torrejón et al. (Spanish)** introduce the Digital Topographic Table, an innovative educational tool implemented at the Faculty of Philosophy and Letters of UNCuyo, which integrates augmented reality to model terrestrial topography in real-time. This table allows for the simulation of events such as rainfall and volcanic eruptions, facilitating the study of natural phenomena and their impact on the Earth's surface. As the first of its kind in Argentina, this tool seeks to enhance the teaching-learning process in Geography through the use of advanced visualization and topographic analysis technologies.

**López Angulo (Spanish)** outlines in this technical note the calibration process for the MQ-135 sensor, used in the SIIP 2022-2024 project at UNCuyo, to economically measure environmental gases. Given the sensor's sensitivity to factors like temperature and humidity, the team developed specific adjustment methods to improve measurement accuracy. This calibration is crucial for applications in environmental monitoring and industrial safety, where reliable gas detection is essential.

# Detección automática de eventos sísmicos marcianos con algoritmo de reducción a una componente

## *Automatic detection of martian seismic events using a single-component reduction algorithm*

Agustín R Gómez<sup>1,2</sup> & Danilo R Velis<sup>1,2</sup>

**Resumen** Analizamos la eficacia de tres métodos de detección automática de eventos sísmicos de tipo STA/LTA cuando son aplicados a sismogramas sintéticos marcianos en el marco del proyecto *Preparing for InSight*. Los sismogramas utilizados corresponden a un sensor de velocidad de corto período y tres componentes. Debido a la presencia de un significativo ruido ambiente y otros eventos sísmicos asociados, la relación señal/ruido (S/R) de los datos es considerablemente baja. En este contexto, con el fin de mejorar la efectividad de los algoritmos de detección, se propone un algoritmo que permite reducir la información contenida en las tres componentes del registro a una única serie de tiempo con una relación S/R mayor que la de cada componente por separado. Esto permite, además, minimizar el costo computacional y las ambigüedades que pudieran surgir al realizar la detección de cada componente por separado. Analizamos la efectividad de los métodos de detección en base al número de detecciones correctas obtenidas cuando se utiliza el sismograma reducido o los sismogramas originales por separado. Además, comparamos los resultados con los obtenidos por otros autores (grupo Géoazur) que utilizaron los mismos datos. La comparación se realizó en primera instancia componente a componente, arrojando una coincidencia máxima de alrededor del 20 % con los eventos detectados por el grupo Géoazur. Este porcentaje subió al 30 % luego de aplicar los métodos de detección al sismograma generado mediante el algoritmo de reducción a una componente. Estos resultados suponen una mejora significativa en la efectividad de los métodos de detección testeados.

**Abstract** We analyze the effectiveness of three STA/LTA-type automatic seismic event detection methods when applied to synthetic Martian seismograms in the framework of the *Preparing for InSight* project. The seismograms used correspond to a short-period, three- component velocity sensor. Due to the presence of significant ambient noise and other associated seismic events, the signal-to-noise ratio (S/N) of the data is considerably low. In this context, to improve the effectiveness of the detection methods, an algorithm is proposed to reduce the information contained in the three components of the seismogram to a single time series with a higher S/N ratio than that of each component separately. This also allows minimizing the computational cost and the ambiguities that could arise when performing the detection of each component separately. We analyze the effectiveness of the detection methods based on the number of correct detections obtained when using the reduced seismogram or the original seismograms separately. In addition, we compare the results with those obtained by other authors (Géoazur group) who used the same data. The comparison was first performed component by component, yielding a maximum coincidence of about 20 % with the events detected by the Géoazur group. This percentage rose to 30 % after applying the detection methods to the seismogram generated by the one-component reduction algorithm. These results represent a significant improvement in the effectiveness of the detection methods tested.

<sup>1</sup>Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, Universidad Nacional de La Plata (UNLP), La Plata, Argentina. Email: [agusgomez@fcaglp.unlp.edu.ar](mailto:agusgomez@fcaglp.unlp.edu.ar)

<sup>2</sup>Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), La Plata, Argentina.

## INTRODUCCIÓN

La Sismología ha sido una herramienta fundamental para el estudio del interior terrestre. Mediante la detección de terremotos en series de tiempo que registran el movimiento del suelo (sismogramas), los sismólogos han podido mapear la distribución de velocidades y densidades de la Tierra en escalas regionales y globales. En ese sentido, la capacidad de detección de eventos sísmicos en sismogramas resulta fundamental. La metodología por excelencia para llevar a cabo es la manual, donde un experto revisa las series de tiempo y reconoce visualmente las distintas fases de un sismo. Sin embargo, este método no solo es subjetivo, sino que resulta impráctico cuando se trabaja con grandes volúmenes de datos. Por ello, actualmente se busca utilizar métodos de detección automática. Básicamente, estos métodos consisten en la aplicación de técnicas matemáticas para distinguir eventos sísmicos (señal) por sobre el ruido observacional. La capacidad de detección de los métodos automáticos depende, además de los parámetros elegidos para cada uno de ellos, muy fuertemente de la relación señal/ruido (S/R) del sismograma sobre el cual se apliquen.

Hoy en día, la Sismología es considerada también como una valiosa herramienta para el estudio del interior de otros cuerpos celestes del Sistema Solar, tales como el planeta Marte. Un ejemplo es la misión InSight (*Interior exploration using Seismic Investigations, Geodesy and Heat Transport*) de la NASA ([Banerdt et al., 2013](#)). La misión InSight consistió en la instalación en el año 2018 de equipamiento geofísico para el estudio de Marte desde diversas perspectivas. Entre el equipamiento instalado, se encuentra un conjunto de dos sismómetros de alta ganancia denominado SEIS ([Lognonné et al., 2019](#)).

El proyecto *Preparing for InSight* ([Clinton et al., 2017](#)) consistió en la generación de datos sintéticos para anticiparse a los que luego se obtendrían mediante los dispositivos SEIS. Los sismogramas se sintetizaron modelando la distribución de velocidades, un catálogo de eventos, y fuentes de ruido determinista y estocástico. Con tres series de tiempo continuas de un año, se obtuvo un modelo de los sismogramas sintéticos realistas. Posteriormente, se convocó a múltiples grupos de investigación de todo el mundo para que realizaran una inversión de los datos “a ciegas”, donde se les proveyó solamente los sismogramas sintéticos. El objetivo fue obtener un catálogo de los eventos sísmicos junto con el modelo de velocidades que generaron las señales en las series de tiempo.

Una de las características fundamentales de estos sismogramas es su baja S/R. Esto se debe principalmente a que las condiciones de observación no son óptimas. Por un lado, la información se contamina con ruido ambiente de alta amplitud. Y por otro lado, martemotos tienen baja energía, puesto que la actividad tectónica de Marte es muy baja comparada con la de la Tierra. En este contexto, el objetivo de este trabajo es analizar la eficacia de tres métodos de detección automática convencionales del tipo STA/LTA ([Sabbione & Velis, 2010](#)) cuando son aplicados sobre los datos sintéticos marcianos. La elección de estos métodos se basó en su capacidad de detección de eventos tele sísmicos en trabajos previos ([Sabbione et al., 2011](#)). Entendiendo la baja S/R de los sismogramas y el amplio volumen de datos (una serie de tiempo continua de un año de duración con una frecuencia de muestreo de 2 Hz por cada una de las tres componentes), desarrollamos un algoritmo de reducción a una componente que permite construir un nuevo sismograma conteniendo la información de las tres componentes originales. Además de la reducción del volumen de datos, la estrategia permite obtener un dato con mayor S/R que cada componente por separado. La reducción a una componente se basa en la hipótesis de polarización lineal de las ondas. En esencia, el método obtiene el acimut e inclinación óptimos que maximicen la energía en la dirección de propagación. El segundo objetivo de este trabajo es verificar si el método de reducción a una componente permite mejorar la eficacia de los métodos de detección automática. Para comprobar esto, se cuantificó el porcentaje de detecciones correctas sin utilizar el algoritmo de reducción, y aplicando los métodos de detección a cada componente por separado. Posteriormente se aplicaron los mismos métodos a la componente nueva. Para determinar si una detección es correcta, se utilizaron como referencia los tiempos picados por el Laboratorio de Géoazur, uno de los equipos que participó del proyecto *Preparing for InSight*. Una detección se considera correcta si el tiempo de arribo detectado coincide con el obtenido por Géoazur dentro de

una tolerancia específica. Los resultados arrojan una concordancia del alrededor del 20 % cuando no se utilizó el algoritmo de reducción a una componente, en tanto que este valor subió al 30 % tras la reducción.

## MÉTODOS DE DETECCIÓN AUTOMÁTICA

Para este trabajo se seleccionaron tres métodos de detección automática: el método de Allen ([Allen, 1978](#)), el método de Earle-Shearer ([Earle & Shearer, 1994](#)) y el método de Allen modificado ([Sabbione & Velis, 2010](#)). Los tres métodos son del tipo STA/LTA (*long-term average/short-term average*). Los métodos STA/LTA son muy utilizados para la detección automática de terremotos ([Sabbione et al., 2011](#)). Estos utilizan dos ventanas móviles: una ventana de corta duración temporal  $T_{STA}$  y una de larga duración temporal  $T_{LTA}$ . La ventana corta se encuentra incluida en la larga. Una vez definidas las longitudes de cada ventana, se calculan dentro de cada ventana los promedios temporales de una función característica  $CF_i$ , la cual es definida a partir de la serie de tiempo original  $x_i$ . Luego, se realiza una comparación entre ambas: si dicha comparación supera un cierto umbral THR (definido *a priori*), entonces se declara una detección.

### Método de Allen (RAM)

Este método fue diseñado por [Allen \(1978\)](#). En RAM, la función característica se define como

$$CF_i = x_i^2 + C_i x'_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

donde  $N$  es la cantidad de muestras,  $x'_i = x_i - x_{i-1}$  es la diferencia sucesiva hacia atrás de la serie de tiempo (una aproximación discreta de la derivada de la señal), y  $C_i$  es una función de pesos definida por

$$C_i = \frac{\sum_{j=1}^i |x_j|}{\sum_{j=1}^i |x_j - x_{j-1}|}. \quad (2)$$

Los promedios *STA* y *LTA* se calculan mediante

$$STA_i = STA_{i-1} + C_3(CF_i - STA_{i-1}), \quad (3)$$

y

$$LTA_i = LTA_{i-1} + C_4(CF_i - LTA_{i-1}). \quad (4)$$

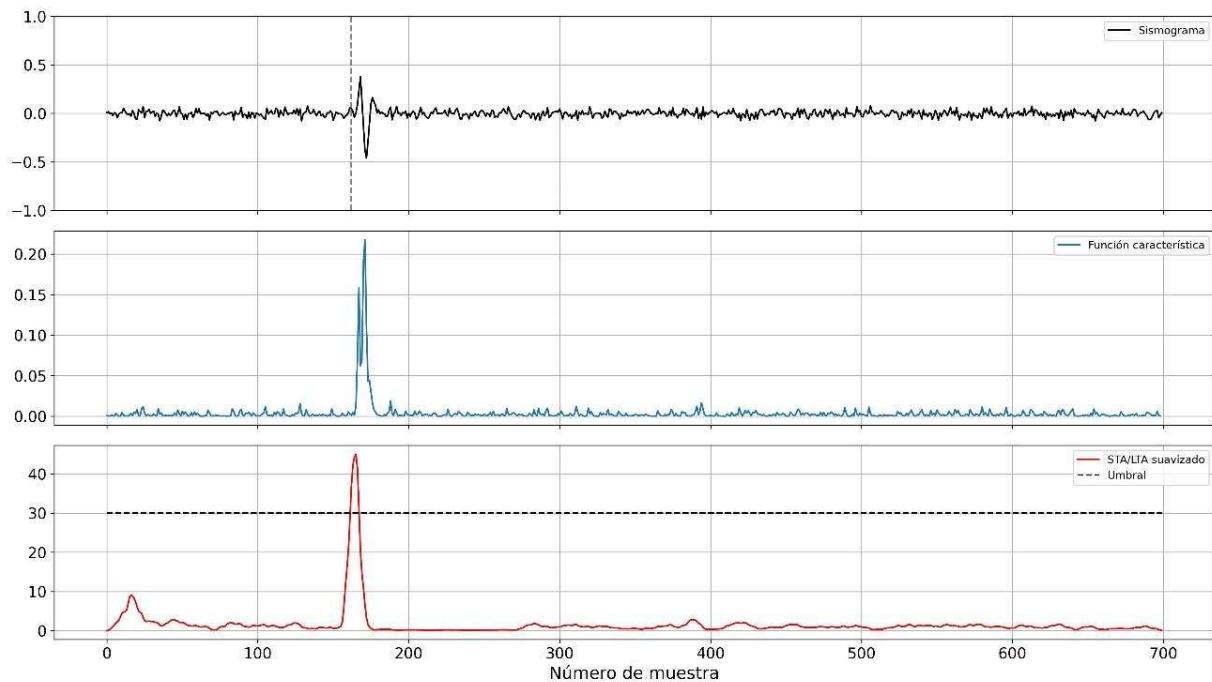
Las constantes  $C_3$  y  $C_4$  son parámetros arbitrarios (definidos por el intérprete) para modular los promedios *STA* y *LTA*. El algoritmo declara un evento en la  $i$ -ésima muestra de la serie de tiempo cuando el atributo  $r_i = \frac{STA_i}{LTA_i}$  cumple  $r_i > \text{THR}$ .

### Método de Earle y Shearer (ESM)

Este método fue desarrollado por [Earle & Shearer \(1994\)](#). En este caso, se utiliza la envolvente de la señal como función característica, la cual se obtiene mediante

$$e_i^2 = x_i^2 + \tilde{x}_i^2, \quad (5)$$

donde  $\tilde{x}_i$  es la transformada de Hilbert de la señal.



**Figura 1.** Método de Allen modificado (MAM). Arriba: sismograma sintético con un evento. Medio: Función característica asociada a MAM. Abajo: STA/LTA suavizado (curva roja) con umbral propuesto para detección (línea negra punteada).

Los promedios *STA* y *LTA* se definen de la siguiente manera:

$$STA_i = \frac{1}{N_{STA}} \sum_{j=i-N_{STA}+1}^i e_j, \quad (6)$$

y

$$LTA_i = \frac{1}{N_{LTA}} \sum_{j=i-N_{LTA}+1}^i e_j, \quad (7)$$

donde  $N_{STA}$  y  $N_{LTA}$  representan la longitud en muestras de las ventanas de corto y largo período respectivamente. Debido a que el cociente *STA/LTA* es algo inestable, se lo suaviza mediante una ventana de Hanning de longitud temporal  $T_{Hann}$ . El atributo al cual se aplica el criterio de detección una vez definido el umbral, es el cociente *STA/LTA* filtrado.

### Método de Allen modificado (MAM)

Este método es una modificación al método de Allen propuesta por [Sabbione & Velis \(2010\)](#). El método utiliza la misma función característica que el método de Allen tradicional (ecuación 1), pero los promedios *STA* y *LTA* son calculados utilizando la estrategia del método Earle-Shearer (ecuaciones 6 y 7). Asimismo, al atributo  $r_i = \frac{STA_i}{LTA_i}$  se lo suaviza con una ventana de Hanning. Finalmente, se aplica el criterio ya previamente descrito: se asigna a la  $i$ -ésima muestra un arribo si el atributo  $r_i$  suavizado supera un determinado umbral  $THR$ , y  $r_{i-1} < THR$ . La Figura 1 ilustra el funcionamiento de MAM para un evento sísmico sencillo.

## TRATAMIENTO DE LOS DATOS

La misión InSight consiste en la instalación de varios instrumentos geofísicos para poder estudiar el interior del planeta Marte. Los instrumentos fueron instalados en la superficie del planeta por el InSight Lander ([Banerdt et al., 2013](#)). Entre los instrumentos, se encuentran dos sismómetros de tres componentes con alta ganancia, conjuntamente denominados SEIS. Más información acerca de este proyecto, enmarcado en la misión InSight, puede encontrarse en [Lognonné et al. \(2019\)](#).

El proyecto *Preparing for InSight* generó datos sintéticos que modelan las series de tiempo que registrarían los sensores SEIS. Éstos son los datos que se utilizan en este trabajo. Fueron sintetizados a partir de un modelo de velocidades 1D de Marte, y basándose en un catálogo que involucra tanto eventos tectónicos como impactos de meteoritos. Los sismogramas son presentados como datos provenientes de un sensor de velocidades triaxial Streckeisen STS-2, que registra en tres canales MHU, MHV y MHW, con la unidad en cuentas y con una frecuencia de Nyquist de 1.0 Hz.

Como se mencionó previamente, la característica principal de estos datos es su baja relación señal-ruido, que generalmente es menor a la unidad. En ese sentido, se debe aplicar un filtrado en frecuencia de los datos a fin de eliminar los ruidos coherentes más energéticos.

### Filtrado de los datos

En general, el ruido ambiente tiene una componente de gran energía en los períodos altos, lo que produce un enmascaramiento de la señal de interés. Análogamente, el ruido ambiente y el ruido instrumental generan contenido de alta frecuencia, cercano a la frecuencia de Nyquist.

Las señales fueron cortadas en porciones de 24 horas de longitud. Para remover el ruido coherente y de alta amplitud, se decidió aplicar un filtro pasa-altas Butterworth de fase cero y orden 4 con una frecuencia de corte en 0.2 Hz. No se filtraron las altas frecuencias para evitar la pérdida de energía de alta frecuencia de la señal de interés, lo que dificultaría su detección. También se aplicó una ventana de Hanning en los bordes de cada serie de tiempo truncada para evitar efectos de borde.

La elección de la frecuencia de corte se hizo mediante un análisis de prueba y error, considerando eventos visibles y observando de qué manera la amplitud máxima de algunos eventos variaba en relación con la del ruido. La frecuencia de corte obtenida a partir de este análisis coincide con la utilizada por Géoazur.

## ALGORITMO DE REDUCCIÓN A UNA COMPONENTE

Dadas las características del ruido y de la señal, si bien en general el filtrado de los datos es necesario, no es suficiente para optimizar la relación señal/ruido de los sismogramas. Por otro lado, para reducir el riesgo de omitir eventos, sería necesario aplicar todos los métodos de detección a las tres componentes del sismómetro, lo que complejiza y dificulta la determinación de arribos. La razón de esto es que cada arribo y cada componente tiene asociada una relación señal/ruido diferente, que depende del acimut e inclinación del hipocentro asociado al sismo.

En ese sentido, para mitigar estas dificultades, se plantea la posibilidad de un algoritmo que preacondicione los datos de tal manera que la relación señal/ruido mejore y que solo sea necesario trabajar con una componente en vez de con tres. Esto permite cierta independencia de la posición relativa entre el foco y el sensor, y la reducción de las incertidumbres que pudieran generarse en el caso de que las detecciones se realizaran componente a componente. Es decir, por un lado, se busca una forma de construir un sismograma que incorpore la información de las tres componentes en una sola, eliminando la incertidumbre antes señalada. Y por otro lado, se obtiene un sismograma con mejor relación S/R ([Gómez & Velis, 2021](#)).

En resumen, el método propuesto tiene dos objetivos fundamentales:

- Mejorar de manera significativa la relación señal/ruido de los eventos sísmicos a fin de que éstos puedan ser detectados con mayor facilidad.
- Permitir trabajar con un único sismograma en vez de con un sismograma por componente.

### Características del método

En un medio elástico, las ondas internas se caracterizan, entre otras cosas, por estar linealmente polarizadas, mientras que las ondas superficiales presentan una polarización elíptica ([Kulhánek, 1990](#)). Esto implica que, para cada evento asociado a una onda interna, existe una única dirección (determinada por un acimut y una inclinación respecto del sistema de referencia dado por la orientación del sismómetro) para la cual la energía de las ondas compresionales (o transversales) es máxima. Esto implica que, dado un evento sísmico, la dirección de polarización se puede obtener rotando las componentes ( $U$ ,  $V$ ,  $W$ ) del sismómetro hasta que la energía del mismo sea máxima en una componente y mínima en las dos restantes.

La metodología propuesta involucra, de manera general, las siguientes etapas:

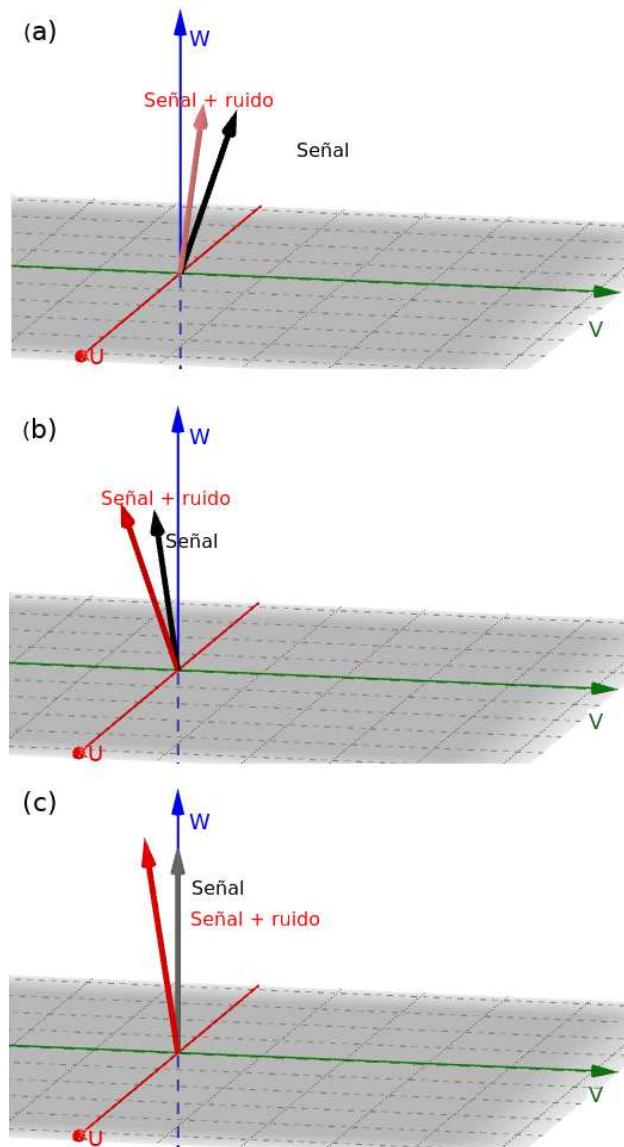
1. Considerar un evento sísmico, asumiendo en principio que contiene fases linealmente polarizadas, de longitud  $\delta t$  en tiempo, o  $N_w$  en muestras.
2. Seleccionar arbitrariamente una componente y calcular en dicha componente la energía del evento.
3. A partir de las tres componentes del sismómetro, seleccionar un acimut (en un rango de 0 a  $2\pi$ ) y una inclinación (en un rango de 0 a  $\pi$ ) y rotar la componente seleccionada en la dirección determinada por los ángulos elegidos.
4. Con la componente rotada, recalcular la energía.
5. Repetir los pasos 3 y 4 para todos los acimuts y para todas las inclinaciones.
6. Seleccionar los ángulos para los cuales la energía del evento es máxima, que se denominan ángulos óptimos.
7. Rotar la componente seleccionada respecto del acimut e inclinación óptimos.

Esta metodología garantiza que, finalizados los pasos previamente descriptos, toda la energía calculada para ese evento esté contenida en la componente seleccionada. Repitiendo esto para todos los eventos, lo que se obtiene es un único sismograma, construido a partir de la información obtenida de las tres componentes, con la energía de los eventos maximizada. En este punto, es importante marcar que el método altera la forma, amplitud, acimut e inclinación de la fase sísmica, por lo que el dato reducido a una componente representa solamente una herramienta para los métodos de detección.

Sin pérdida de generalidad, en este trabajo maximizamos la energía de la componente  $W$  ("vertical"). No obstante, la elección de una componente u otra es arbitraria y los resultados no se alterarían. En lo que sigue, con el objeto de hacer más amena la explicación de los detalles del método, se hablará de la componente vertical cuando se haga referencia a la componente de energía máxima.

### Maximización de la energía

En la práctica, el método de reducción a una componente se basa en el problema de maximizar la energía en función de dos ángulos, es decir, es un problema de optimización local 2D (ver Figura 2). Matemáticamente, la maximización de la energía puede descomponerse en dos rotaciones consecutivas:



**Figura 2.** Esquema que resume los dos pasos para la rotación de la señal. (a) Señal (negro) y la misma señal contaminada con ruido (rojo). (b) Luego de la primera rotación, la energía queda contenida en el plano ( $U, W$ ). La presencia de ruido afecta la rotación, habiendo un poco de energía todavía en la componente  $V$ . (c) Luego de la segunda rotación, la señal contaminada no está completamente proyectada sobre el eje  $W$ , por la presencia de ruido.

1. Rotar respecto de la componente vertical  $W$  hasta que la energía de la componente  $U$  sea máxima (o de manera equivalente, que la energía de la componente  $V$  sea mínima). Esto garantiza que, luego de la primera rotación, toda la energía del evento esté contenida exclusivamente en el plano  $(U, W)$  o  $(V, W)$ .
2. Rotar respecto de la componente horizontal  $V$  (cuya energía fue minimizada en el paso anterior, o  $U$  si fue ésta la componente cuya energía se eligió minimizar) hasta que la energía de la componente  $W$  sea máxima.

Esto permite separar el problema único de optimización 2D en dos problemas de optimización 1D.

### Energía en componentes rotadas

Se considera en primer lugar una rotación sobre el plano  $(U, V)$  de un ángulo  $\phi$ . Este ángulo es análogo al acimut. La energía de la señal en la componente rotada  $V$  radianes  $\phi$  ( $E_V(\phi)$ ) puede calcularse para la  $i$ -ésima muestra mediante (Gómez, 2022)

$$E_V(\phi) = \sum_i (U_i \cos \phi + V_i \sin \phi)^2. \quad (8)$$

La primera etapa del método consiste en minimizar la ecuación (9). Puede demostrarse que el ángulo  $\phi^*$  que minimiza la energía tiene la forma

$$\phi^* = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{2 \sum_i U_i V_i}{\sum_i U_i^2 - \sum_i V_i^2} \right), \quad (9)$$

donde  $E_U$  y  $E_V$  representan la energía de las componentes  $U$  y  $V$  previo a la rotación ([Gómez, 2022](#)).

De manera análoga, luego de hallar  $\phi^*$  y rotar el evento para proyectar el evento al plano  $(U, W)$ , obtenemos una señal cuya energía en las componentes  $U$  y  $W$  se vieron modificadas (aumentadas), que ahora se denominan  $E_U^{(1)}$  y  $E_W^{(1)}$ , respectivamente. La inclinación óptima  $\theta^*$  puede calcularse mediante ([Gómez, 2022](#))

$$\theta^* = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{2 \sum_i U_i^{(1)} W_i^{(1)}}{E_U^{(1)} - E_W^{(1)}} \right). \quad (10)$$

A pesar de contar con expresiones cerradas para calcular  $\phi^*$  y  $\theta^*$ , en este trabajo se adoptó una estrategia de minimización numérica y no analítica, por dos motivos:

1. Las ecuaciones (10) y (11) tienen dos soluciones, una para el mínimo de la energía y otra con un salto de  $\pm\pi/2$ . Esto implica que se requiere un criterio adicional para la determinación del valor mínimo, el cual se busca. Sin embargo, esto requiere cálculos adicionales.
2. Se ha observado que el cálculo analítico de los ángulos óptimos provoca saltos de  $\pm\pi$ . Si bien la energía no se modifica para cambios de  $\pm\pi$ , esto impide una adecuada interpretación de los ángulos cuando se los observa gráficamente como función del tiempo, puesto que los ángulos presentan discontinuidades. En ese sentido, es preferible una alternativa que asegure la continuidad de los ángulos para observar su comportamiento constante en presencia de un evento linealmente polarizado.

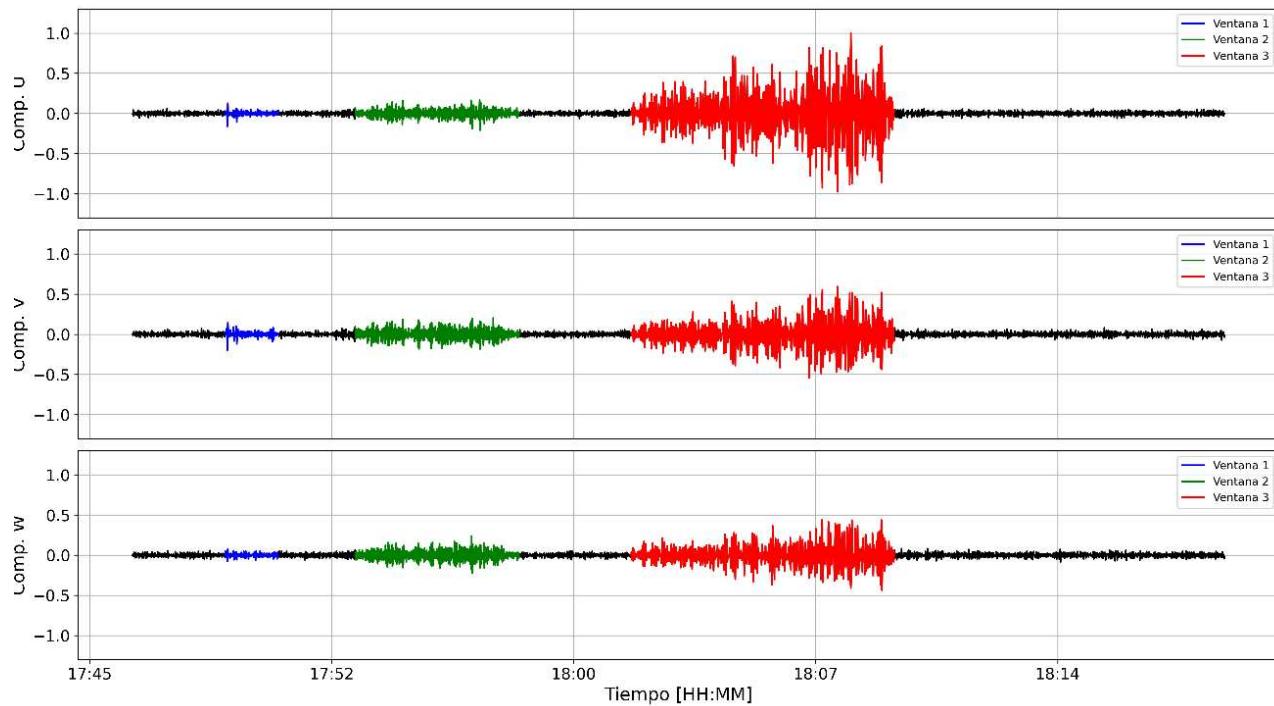
Para evitar estos inconvenientes, y por simplicidad, en este trabajo se estimaron los ángulos óptimos mediante el clásico método del gradiente descendente.

## CONSIDERACIONES PRÁCTICAS

En la práctica, en general no es posible conocer a priori la presencia de un evento. Por eso, el método se basa en el uso de una ventana móvil de longitud  $N_w$  que avanza muestra a muestra. El algoritmo de optimización se aplica sobre los datos abarcados por la ventana móvil y los ángulos óptimos son asignados a la muestra central de la ventana. La longitud de esta ventana móvil debe ser representativa de un evento, pero no debe ser demasiado grande para no incorporar ruido incoherente que dificulte la determinación de los ángulos óptimos.

Dentro de la ventana móvil puede o no haber señal, y ésta puede o no estar linealmente polarizada. Si sucede alguna de estas dos situaciones, el resultado de la optimización llevará a la situación de que no será posible concentrar toda la energía en una sola componente. Una ventaja importante del método es que, si existe una señal en la ventana en cuestión y ésta no está linealmente polarizada, la relación señal/ruido no empeora ([Gómez, 2022](#)).

Para cada posición de la ventana móvil, es necesario proveer al método de un ángulo inicial a partir del cual comenzar la iteración. Para la primera ventana, se hace un cálculo grueso de la energía del dato dentro de la ventana para un número pequeño de ángulos equiespaciados entre 0 y  $\pi$ , y se selecciona aquel para el cual la energía es mínima como valor inicial. Para las ventanas siguientes se toma como



**Figura 3.** Posibles eventos seleccionados para ejemplificar la eficacia del algoritmo. Los tres eventos se corresponden con las ventanas azul, verde y roja. Arriba: Componente U. Medio: Componente V. Abajo: componente W.

ángulo inicial el ángulo óptimo obtenido en la ventana anterior. Esta estrategia asegura la continuidad de los ángulos en función del tiempo y evita los saltos de  $\pm\pi$  que dificultan la interpretación gráfica.

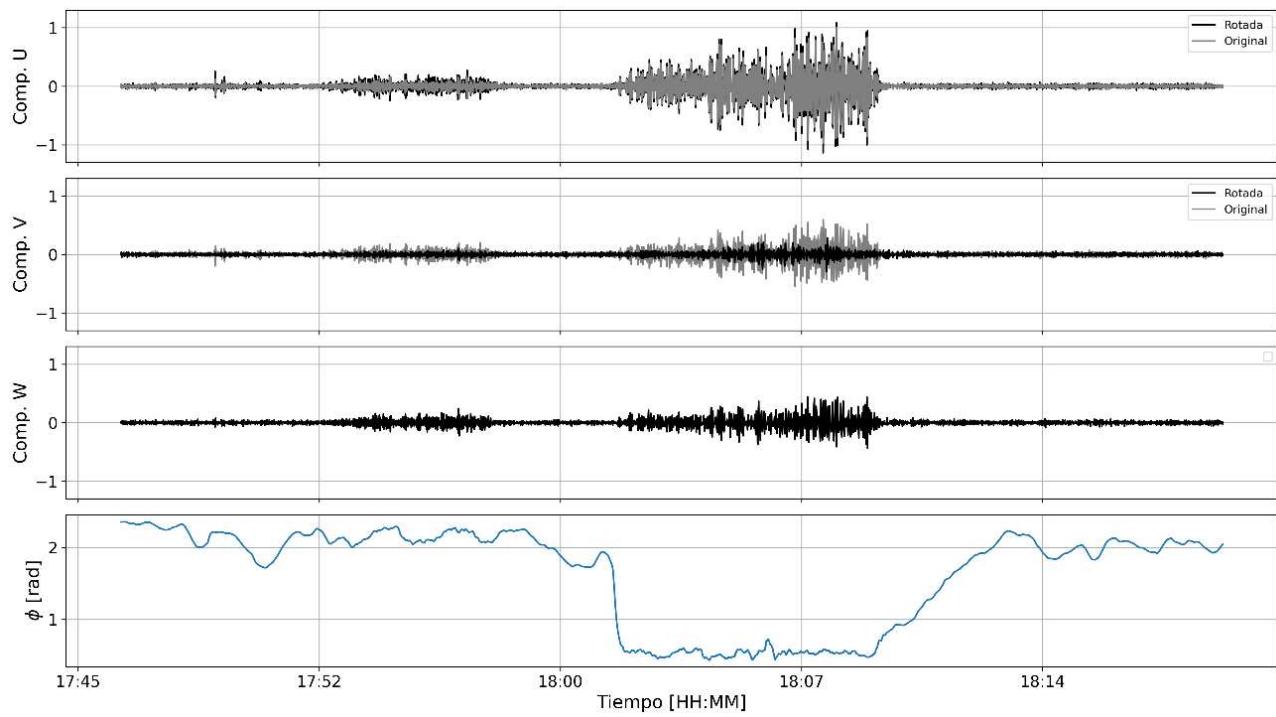
### Ejemplo de segmento de sismograma específico

Para verificar la eficacia del método, se seleccionó un segmento de la serie de tiempo con una duración de 34 minutos (ver Figura 3). Dicho segmento contiene tres eventos detectados manualmente. La ventana seleccionada contiene 3 posibles eventos con relación S/R y duración temporal variables.

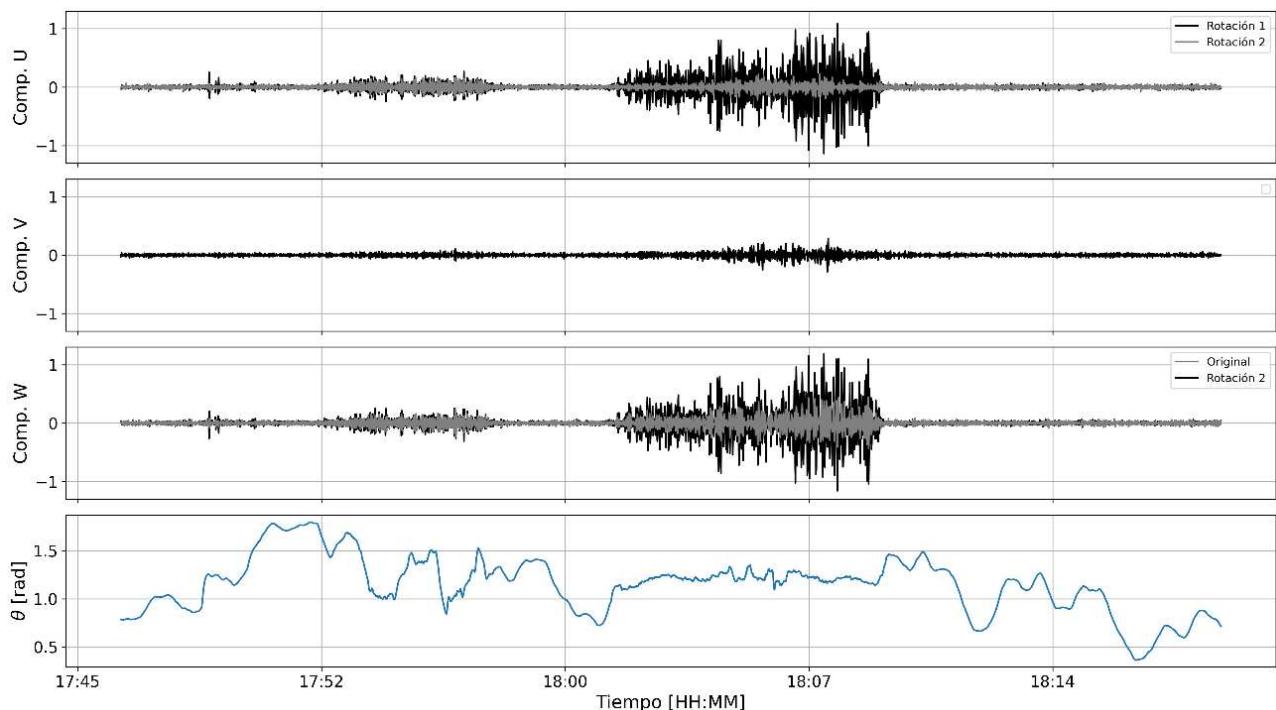
Aplicando el método de reducción a la componente vertical  $W$  con una longitud de ventana móvil de  $N_w = 51$  muestras, se obtuvieron los ángulos óptimos de la primera y la segunda rotación. En las Figuras 4 y 5 se observan los sismogramas antes y después de la primera y la segunda rotación junto con los ángulos óptimos obtenidos, respectivamente.

La Tabla 1 resume los resultados obtenidos para la relación S/R en la componente vertical de cada evento en cada etapa. Tanto el evento 1 como el evento 3 pudieron aumentar su relación S/R. Por su parte, el evento 2 no aumentó su S/R de manera considerable. Observando las series de tiempo del ángulo óptimo en la Figura 5, es claro que en la segunda rotación el evento no está linealmente polarizado, puesto que el ángulo no presenta un comportamiento constante. Por este motivo, el algoritmo no funciona adecuadamente para el evento 2. Sin embargo, incluso en el caso en que la señal no está linealmente polarizada, se verifica numéricamente que la relación S/R no disminuye, demostrando que la reducción a una componente no empeora la relación S/R de eventos con polarización no lineal.

Se puede observar gráficamente que no toda la energía de la señal fue transferida a la componente  $W$ , sino que, por la presencia del ruido, parte de la energía de la señal queda en el plano horizontal. Es decir, en presencia de ruido, los ángulos óptimos presentarán variaciones que impedirán una perfecta rotación a la componente vertical.



**Figura 4.** Sismograma antes (gris) y luego de la primera rotación (negro). Abajo: ángulo óptimo obtenido para cada muestra en la primera rotación.



**Figura 5.** Sismograma antes (gris) y luego de la segunda rotación (negro). Abajo: ángulo óptimo obtenido para cada muestra en la segunda rotación.

## RESULTADOS

Para evaluar los resultados de los métodos de detección automática, en todos los casos se utilizaron los parámetros indicados en la Tabla 2. Como referencia, se utilizaron las detecciones hechas por el equipo de Géoazur ([Rolly et al., 2019](#)). El equipo de Géoazur detectó 214 eventos que fueron remitidos oportunamente a los responsables del proyecto *Preparing for InSight*. Las 214 fases picadas por Géoazur fueron comparadas con las detecciones resultantes de los métodos aplicados en este trabajo, previo y luego de la reducción a una componente.

Cabe destacar que las detecciones hechas por Géoazur no son perfectas, ya que algunas pueden ser falsos positivos. Por otro lado, es posible que haya muchas fases no detectadas ([van Driel et al., 2019](#)). Aun así, el desempeño de Géoazur fue muy bueno en comparación con otros equipos participantes.

Por simplicidad, dado que no se contó con los picados realmente “correctos”, a los fines del análisis se consideraron las detecciones de Géoazur como referencia para estudiar la eficiencia de los métodos aplicados en este trabajo. En este sentido, se define un evento correctamente detectado como todo evento detectado por los métodos cuya distancia temporal respecto a un arribo picado por Géoazur es menor a la tolerancia especificada. Las tolerancias utilizadas para la comparación fueron de 12 s, 18 s y 24 s. Cabe señalar que el objetivo fue realizar detecciones de arribos, y no determinaciones precisas de los tiempos de arribo de las fases.

### Detecciones antes y después de la reducción a una componente

La detección sin reducción a una componente involucra aplicar los métodos de picado automático a cada una de las componentes por separado. Por un lado, se cuantificó el porcentaje de detecciones cuyos tiempos de arribo coinciden con los detectados por Géoazur dentro de las tolerancias especificadas. Por otro lado, se calcularon la media y la desviación estándar de las diferencias. El mismo cálculo se realizó para el caso de los datos luego de la reducción a una componente.

Por cuestiones de espacio, en este trabajo se presentan los resultados numéricos solamente asociados a la componente vertical sin rotar. Los resultados obtenidos al aplicar los métodos de detección a las componentes *U* y *V* sin rotar son análogos ([Gómez, 2022](#)).

### Componente *W* sin rotar

La Tabla 3 resume los resultados obtenidos tras aplicar los algoritmos de detección a la componente *W* sin rotar. El método MAM es el que más detecciones correctas obtuvo para bajas tolerancias. Para la tolerancia de 24 s, el número de detecciones coincide con ESM. Por otro lado, MAM arrojó un mayor número de detecciones que RAM y ESM, indicativo de falsos positivos. Estos resultados son consistentes en todas las componentes.

Los valores medios y las desviaciones estándar se resumen en la Tabla 4. Como es de esperar, las desviaciones estándar aumentan conforme la tolerancia aumenta. Los valores medios del método RAM son los más cercanos a cero para todas las tolerancias, en tanto que el método MAM es el que tiene el mayor valor medio. ESM supera al resto de los métodos tanto en valor medio como en dispersión para tolerancias altas.

**Tabla 1.** Relación S/R de cada evento luego de la reducción a la componente vertical.

Etapa	Evento 1	Evento 2	Evento 3
Original	2	7	26
Rotado	4	12	226

**Tabla 2.** Parámetros utilizados para cada uno de los tres métodos de detección automática. All time windows  $T$  are given in seconds.

Método	Parámetro	Valor
RAM	$C_3$	0.05
	$C_4$	0.01
	$T_{\text{taper}}$	120
	$THR$	3
ESM	$T_{\text{STA}}$	5
	$T_{\text{LTA}}$	50
	$T_{\text{Hann}}$	10
	$T_{\text{taper}}$	120
	$THR$	3
MAM	$T_{\text{STA}}$	5
	$T_{\text{LTA}}$	50
	$T_{\text{Hann}}$	10
	$T_{\text{taper}}$	250
	$THR$	8

**Tabla 3.** Número de detecciones y porcentaje de coincidencias con los resultados de Géoazur para diferentes tolerancias, para el caso de la componente  $W$  sin rotar.

Método	12 s	18 s	24 s
RAM	5	10	13
ESM	8	11	21
MAM	14	19	21
Detecciones totales	193	213	430

**Tabla 4.** Media y desviación estándar (en segundos) de las diferencias entre los picados de Géoazur y los métodos utilizados, para el caso de la componente  $W$  del sismograma sin rotar.

Método	12 s	18 s	24 s
RAM	$-0.5 \pm 7.0$	$-1.5 \pm 11.5$	$-1.1 \pm 14.5$
ESM	$-1.1 \pm 7.2$	$1.2 \pm 10.3$	$-6.1 \pm 15.8$
MAM	$-3.2 \pm 6.4$	$-1.2 \pm 10.1$	$-0.6 \pm 12.6$

## Componente $W$ con reducción a una componente

La Tabla 5 resume la cantidad de detecciones por método aplicados a la componente  $W$  luego de la reducción a una componente. Se observa que la cantidad de eventos detectados es significativamente menor que en el caso sin rotación. Por otro lado, se observa que la cantidad de eventos coincidentes con Géoazur aumenta considerablemente para todas las tolerancias consideradas.

La Tabla 6 resume los valores medios y desviaciones estándar de las diferencias entre los picados obtenidos por los métodos utilizados y los tiempos de Géoazur, utilizando la componente  $W$  luego de la reducción a una componente.

Los métodos RAM y ESM muestran mejoras significativas en su valor medio, mientras que las desviaciones estándar disminuyen considerablemente para todas las tolerancias consideradas. En particular, para el método RAM los valores medios son más cercanos a cero que en las componentes sin rotar. Por su parte, MAM presenta dispersiones menores para todas las tolerancias.

## COMPARACIÓN DE RESULTADOS

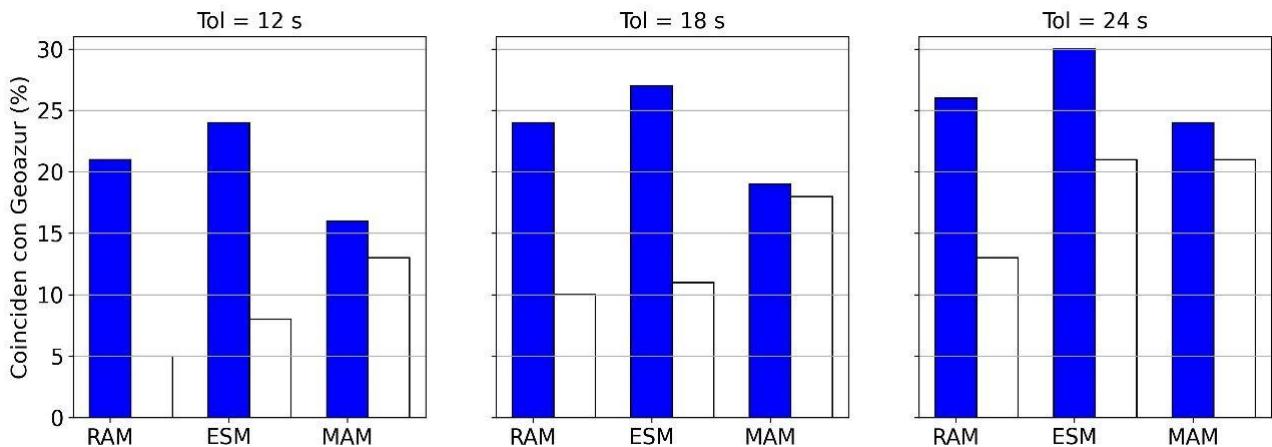
La Figura 6 muestra el porcentaje de detecciones coincidentes con Géoazur para cada componente previo a la rotación (barra blanca), y el porcentaje de detecciones realizadas luego de la rotación (barra azul). Se observa un aumento significativo de las detecciones para todas las tolerancias luego

**Tabla 5.** Número de detecciones y porcentaje de coincidencias con los resultados de Géoazur para diferentes tolerancias, para el caso del sismograma rotado.

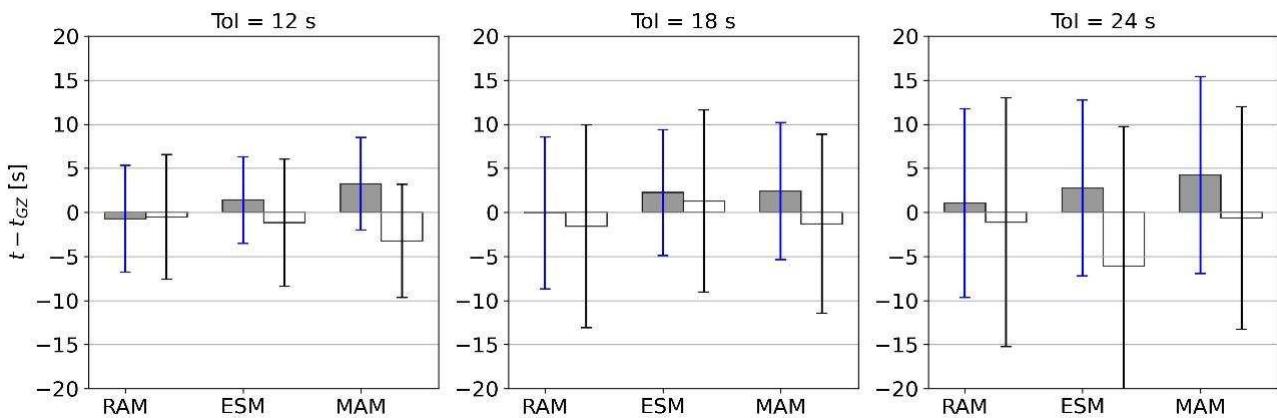
Método	12 s	18 s	24 s
RAM	21	24	26
ESM	24	27	30
MAM	16	19	24
Detecciones totales	172	217	348

**Tabla 6.** Media y desviación estándar (en segundos) de las diferencias entre los picados de Géoazur y los métodos utilizados, para el caso de la componente  $W$  del sismograma rotado.

Método	12 s	18 s	24 s
RAM	$-0.7 \pm 6.0$	$0.0 \pm 8.6$	$1.0 \pm 10.7$
ESM	$1.4 \pm 4.9$	$2.2 \pm 7.1$	$2.7 \pm 9.9$
MAM	$3.2 \pm 5.2$	$2.4 \pm 7.7$	$4.2 \pm 11.1$



**Figura 6.** Porcentaje de detecciones coincidentes con Géoazur para cada componente sin rotar (blanco) y para la componente W rotada (azul).



**Figura 7.** Porcentaje de detecciones coincidentes con Géoazur para cada componente sin rotar (blanco) y para la componente W rotada (azul).

de aplicado el algoritmo de reducción. El comportamiento estadístico de los resultados se ilustra en la Figura 7.

Previo a la reducción a una componente, el método MAM presenta valores medios bajos, pero desviaciones altas. Éstas mejoran luego de la reducción a una componente. Por su parte, ESM es el método con más cantidad de eventos coincidentes con Géoazur luego de la rotación. En el caso de MAM, se observan mejoras significativas en cuanto a la dispersión; sin embargo, el valor medio resultante de este método no disminuye, llegando a ser el método con mayor media para la tolerancia de 24 s. En resumen, la rotación provoca un incremento importante en la cantidad de eventos correctamente detectados.

## CONCLUSIONES

Para poder realizar una comparación y estudiar la veracidad de los resultados obtenidos, se utilizaron como referencia los arribos picados por Géoazur. Para su obtención, Géoazur aplicó dos métodos de detección en paralelo, cuyos resultados fueron catalogados como correctos o falsos mediante una inspección manual. Esto representa una diferencia fundamental con respecto a cómo se realizaron las detecciones en este trabajo, donde solo se realizó una detección automática mediante los algoritmos descritos. En ese sentido, es razonable que el desempeño de los métodos cuando éstos son contrastados con las detecciones de Géoazur sea bajo, independientemente del método utilizado.

Sin la rotación de la señal, aplicamos los métodos a las tres componentes y cuantificamos su desempeño para distintas tolerancias. Con el sismograma rotado, la cantidad de detecciones coincidentes con Géoazur aumenta, pasando de una cantidad máxima de 21 % a 30 %. Además, la cantidad de detecciones total disminuye, lo que indica una reducción en la cantidad de detecciones falsas, sobre todo para el método MAM. Que el número de detecciones falsas descienda representa también una mejora de la eficacia de los métodos de detección, porque brinda mayor confiabilidad a los resultados.

Los resultados de los métodos de detección demuestran que el método de reducción a una componente no solo aumenta la relación S/R y por ende la cantidad de eventos detectados coincidentes con Géoazur, sino que además conduce a una reducción en los valores medios y dispersiones de las diferencias.

Finalmente, los beneficios observados tras aplicar el algoritmo de reducción a una componente sugieren que la eficacia de otros algoritmos de detección automáticos de la Sismología (o la microsísmica) no testeados en este trabajo también podrían beneficiarse significativamente.

## REFERENCIAS

- Allen, R. V.** (1978). Automatic earthquake recognition and timing from single traces. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 68(5), 1521–1532. <https://doi.org/10.1785/BSSA0680051521>
- Banerdt, W., Smrekar, S., Lognonné, P., Spohn, T., Asmar, S., Banfield, D., Boschi, L., Christensen, U., Dehant, V., Folkner, W., et al.** (2013). InSight: A discovery mission to explore the interior of Mars. *Lunar and Planetary Science Conference*, número 1719, 1915.
- Clinton, J. F., Giardini, D., Lognonné, P., Banerdt, B., van Driel, M., Drilleau, M., Murdoch, N., Panning, M., Garcia, R., Mimoun, D., et al.** (2017). Preparing for InSight: An invitation to participate in a blind test for Martian seismicity. *Seismological Research Letters*, 88(5), 1290–1302. <https://doi.org/10.1785/0220170094>
- Earle, P. S. & Shearer, P. M.** (1994). Characterization of global seismograms using an automatic-picking algorithm. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 84(2), 366–376. <https://doi.org/10.1785/BSSA0840020366>
- Gómez, A. R.** (2022). Detección automática de eventos sísmicos marcianos. Tesis de grado, Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, Universidad Nacional de La Plata. <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/135425>
- Gómez, A. R. & Velis, D. R.** (2021). Preacondicionamiento de datos sísmicos 3C para mejorar la relación señal/ruido y favorecer la detección automática de eventos. *Libro de resúmenes de la XXIX reunión científica de la Asociación Científica de Geofísicos y Geodestas (AAGG2021)*, 178.
- Kulhánek, O.** (1990). *Anatomy of Seismograms: For the IASPEI/Unesco Working Group on Manual of Seismogram Interpretation*. Elsevier.
- Lognonné, P., Banerdt, W. B., Giardini, D., Pike, W., Christensen, U., Laudet, P., De Raucourt, S., Zweifel, P., Calcutt, S., Bierwirth, M., et al.** (2019). SEIS: InSight's seismic experiment for internal structure of Mars. *Space Science Reviews*, 215(1). <https://doi.org/10.1007/s11214-018-0574-6>
- Rolly, L., Ambrois, D., Chèze, J., Peix, F., Alemany, H., Mercerat, D., Balestra, J., Deschamp, A., & Twardzik, C.** (2019). Contribution of Géoazur to the InSight blind test.
- Sabbione, J. I., Rosa, M. L., Velis, D. R., & Sabbione, N. C.** (2011). Análisis comparativo de diferentes métodos de picado automático de fases en terremotos registrados en la Estación Sismológica de La Plata (LPA). *Geoacta*, 36(2), 189–209.
- Sabbione, J. I. & Velis, D. R.** (2010). Automatic first-breaks picking: New strategies and algorithms. *Geophysics*, 75(4), V67–V76. <https://doi.org/10.1190/1.3463703>
- van Driel, M., Ceylan, S., Clinton, J. F., Giardini, D., Alemany, H., Allam, A., Ambrois, D., Balestra, J., Banerdt, B., Becker, D., et al.** (2019). Preparing for InSight: Evaluation of the blind test for Martian seismicity. *Seismological Research Letters*, 90(4), 1518–1534. <https://doi.org/10.1785/0220180379>

# Modelado de cuasigeoide mediante métodos FFT y determinación de cuadrículas regulares de distintos tipos de anomalías de gravedad

## *Quasigeoid modelling through FFT methods and different types of gravity anomaly grids*

Agustín R Gómez<sup>1,2</sup>, Claudia N Tocho<sup>1,3</sup> & Ezequiel D Antokoletz<sup>1</sup>

**Resumen** Una de las estrategias principales para establecer el Marco de Referencia Internacional de Alturas (IHRF) se basa en la determinación de modelos de cuasigeoide regionales de alta precisión. El esquema más utilizado para el modelado de cuasigeoide se denomina remover-calcular-restaurar (RCR). Entre las múltiples etapas de RCR, la denominada “calcular” consiste en una integración de las anomalías de gravedad residuales. Esta integración puede realizarse por métodos FFT, los cuales requieren que las anomalías residuales estén dispuestas en una cuadrícula, la cual debe construirse a partir de datos gravimétricos. En este trabajo se analizan dos metodologías para determinar las cuadrículas regulares y los métodos de integración FFT esférico y FFT 1D. En el primer caso, las anomalías residuales se interpolaron sobre cada nodo. La segunda cuadrícula fue determinada interpolando las anomalías de Bouguer completas. Posteriormente, el efecto gravimétrico de la topografía fue calculado y restaurado para obtener una cuadrícula de anomalías de aire libre. Finalmente, los efectos de un modelo geopotencial global (GGM) y del modelado residual de terreno (RTM) fueron removidos de cada nodo. Cada cuadrícula fue utilizada en ambos métodos por separado, dando lugar a cuatro modelos de cuasigeoide, calculados en el concepto de marea zero-tide, que fueron validados con puntos GNSS/Nivelación. Los resultados demuestran que los modelos generados mediante la cuadrícula construida con la segunda estrategia son 1 cm más precisos que aquellos construidos con la primera estrategia. A su vez, las diferencias entre los modelos construidos con FFT esférico y FFT 1D son del orden del mm y, por ende, no significativas.

**Palabras clave** Modelado de cuasigeoide, FFT esférico, FFT 1D, interpolación de anomalías de gravedad residuales, Argentina.

**Abstract** One of the main strategies for the establishment of the International Height Reference Frame (IHRF) is based on determining high-precision quasigeoid models. The most widely used scheme for quasigeoid modelling is called remove-compute-restore (RCR). Among the multiple stages of RCR, the “compute” stage consists of an integration of the residual gravity anomalies. This integration can be done with FFT methods, which require that residual anomalies be arranged on a grid, which must be obtained from gravity data. Two methodologies for determining the regular grids and the spherical FFT and 1D FFT integration methods are discussed in this paper. In the first case, residual gravity grids were interpolated onto each node. The second grid was determined by interpolating the complete Bouguer anomalies. Afterwards, the gravimetric effect of the topography was computed and restored to obtain a free-air anomaly grid. Finally, the effects of a global geopotential model (GGM) and of residual terrain model (RTM) were removed from each node. Each grid was used as input in both integration methods separately, resulting in four quasigeoid models, which were validated against GNSS/Levelling data. The results show that models generated using the grid constructed with the second strategy are 1 cm more accurate than those constructed with the first strategy. At the same

<sup>1</sup>Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, Universidad Nacional de La Plata (FCAG-UNLP), Argentina. Email: agusogomez@fcaglp.unlp.edu.ar

<sup>2</sup>Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Argentina.

<sup>3</sup>Comisión de Investigaciones Científicas (CIC), Buenos Aires, Argentina.

time, the differences between the models built with spherical FFT and 1D FFT are of the order of mm and, therefore, not significant.

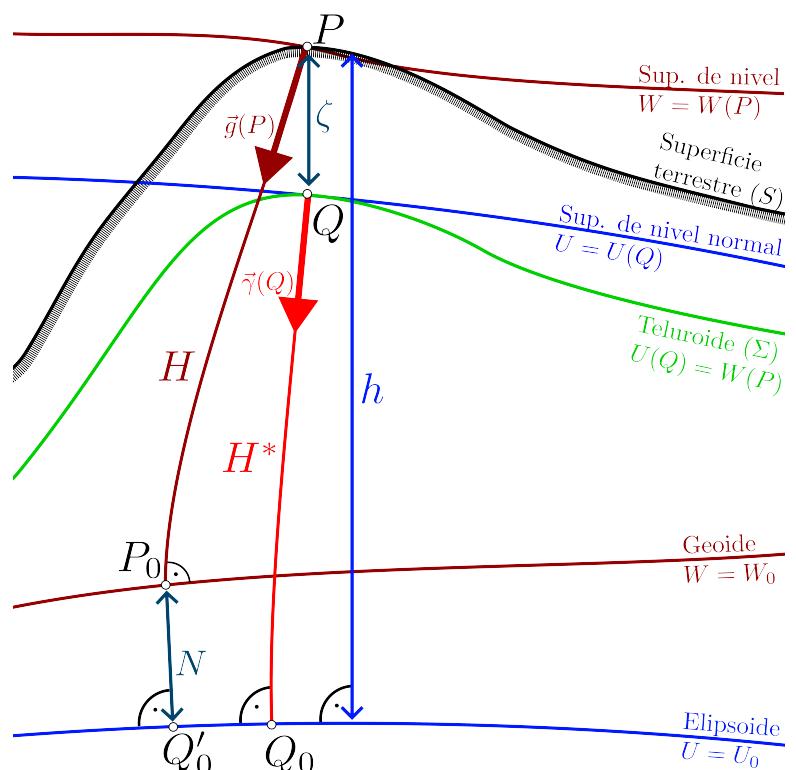
**Keywords** Quasigeoid modeling, spherical FFT, 1D FFT, residual gravity anomaly gridding, Argentina.

## INTRODUCCIÓN

El Sistema de Referencia Internacional de Alturas (IERS; Ihde et al. (2017)), junto con su realización, el Marco de Referencia Internacional de Alturas (IHRF), fueron definidos en el año 2015 por la Asociación Internacional de Geodesia (IAG) en su Resolución N°1 (Drewes et al., 2016) como la referencia global para la determinación de alturas físicas. Una de las estrategias principales para la determinación de coordenadas en el IHRF es a través de modelos de geoide o cuasigeoide gravimétricos puros de alta precisión (Sánchez et al., 2021).

En Argentina, el modelo de geoide oficial es GEOIDE-Ar 16 (Piñón, 2016), desarrollado en el año 2016. A pesar de su buena precisión, GEOIDE-Ar 16 no es óptimo para la determinación de coordenadas IHRF por dos motivos. Por un lado, este modelo no es gravimétrico puro, sino híbrido, es decir, ajustado a los puntos en los que la altura elipsoidal ha sido determinada mediante Sistemas Satelitales de Navegación Global (GNSS) y la altura física mediante nivelación geométrica y gravimetría (puntos GNSS/Nivelación). Por otro lado, desde su oficialización como modelo de geoide para el territorio argentino, se han puesto a disposición nuevos modelos geopotenciales globales (GGMs), modelos digitales de elevación (MDEs), datos gravimétricos, y puntos GNSS/Nivelación con mejor resolución y precisión. Esto implica que el desarrollo de un nuevo modelo de geoide o cuasigeoide gravimétrico puro de alta precisión en la República Argentina es de fundamental importancia para la determinación de coordenadas IHRF.

Los modelos de geoide determinan las ondulaciones del geoide. Los modelos de cuasigeoide permiten determinar la anomalía de altura  $\zeta$ , definida como la distancia a lo largo de la línea de la plomada normal entre el teluroide y la topografía (Figura 1). El teluroide se define como el conjunto de puntos  $Q$  tales que, para cada punto  $P$  sobre la topografía,



**Figura 1.** Relación entre alturas elipsoidales ( $h$ ), alturas normales ( $H^*$ ), alturas ortometráticas ( $H$ ), ondulaciones geoidales ( $N$ ) y anomalías de altura ( $\zeta$ ).

$$W(P) = U(Q), \quad (1)$$

donde  $W(P)$  es el potencial de gravedad de la Tierra y  $U(Q)$  es el potencial de gravedad normal generado por un elipsoide de referencia (Cap. 8 de [Hofmann-Wellenhof & Moritz \(2006\)](#)). La altura normal se define como la distancia entre el elipsoide y el teluroide (Figura 1), y, a partir de las anomalías de altura, puede obtenerse como

$$H^* \approx h - \zeta, \quad (2)$$

donde  $h$  es la altura elipsoidal (Figura 1).

Las anomalías de altura surgen como solución al Problema de Valores de Contorno Geodésico (GBVP) escalar y libre de Molodensky (Cap. 8 de [Heiskanen & Moritz \(1967\)](#)). Este GBVP utiliza anomalías de aire libre de Molodensky, definidas como la diferencia entre la gravedad observada en la topografía y la gravedad normal en el teluroide. La solución del GBVP de Molodensky es más compleja de implementar que la del GBVP de Stokes, a partir de la cual se determinan ondulaciones geoidales.

Uno de los esquemas más comúnmente utilizados para la determinación gravimétrica de anomalías de altura sobre una región delimitada se denomina remover-calcular-restaurar (RCR; [Sansò & Sideris \(2013\)](#)), el cual consiste en tres etapas. En la primera etapa (remover), se remueven de las anomalías de aire libre los efectos de larga longitud de onda mediante un GGM y los de corta longitud de onda (asociados a la topografía) mediante el modelado residual de terreno (RTM), para construir anomalías de gravedad residuales. En la segunda etapa (calcular), las anomalías de altura residuales son calculadas a partir de una integración sobre la región delimitada. Finalmente, en la tercera etapa (restaurar), los efectos del GGM y RTM se restauran a las anomalías de altura residuales, para obtener la anomalía de altura completa.

La determinación de un modelo de cuasigeoide requiere distintos tipos de datos y productos, como GGMs, MDEs, puntos GNSS/Nivelación, datos gravimétricos y de altimetría satelital, entre otros, los cuales se combinan en múltiples etapas de cálculo. Para que la precisión de los modelos de cuasigeoide determinados sea lo más alta posible, es necesario que los datos y productos utilizados sean de alta calidad, y que se combinen adecuadamente en cada etapa. En este sentido, es importante estudiar el impacto que cada etapa de cálculo tiene sobre la precisión del modelo final.

En el esquema RCR, la etapa de calcular involucra una integración numérica que puede realizarse mediante múltiples métodos. Entre los más utilizados se encuentran los basados en la Transformada Rápida de Fourier (FFT; [Schwarz et al. \(1990\)](#)). Estos métodos son muy eficientes computacionalmente pero requieren que, previo a su aplicación, los datos gravimétricos sean interpolados a una cuadrícula regular mediante alguna estrategia de interpolación.

En este trabajo, estudiamos el impacto sobre la precisión de modelos de cuasigeoide de dos estrategias para la determinación de cuadrículas de anomalías de gravedad residual y dos métodos FFT. La primera cuadrícula se determinó a partir de la interpolación de anomalías de gravedad residuales previamente calculadas sobre las estaciones gravimétricas. En cambio, la determinación de la segunda cuadrícula se basó en la interpolación de anomalías de Bouguer completas sobre los puntos con gravedad conocida. Los métodos de integración elegidos fueron FFT esférico ([van Hees, 1991](#)) y FFT 1D ([Haagmans, 1993](#)). Cada método fue implementado utilizando ambas cuadrículas por separado, dando lugar a cuatro modelos de cuasigeoide gravimétricos.

Los cuatro modelos fueron determinados sobre una región de la provincia de Buenos Aires ubicada entre las latitudes 32°S y 36°S y las longitudes 63°O y 61°O, la cual se caracteriza por su buena distribución de datos gravimétricos y baja variabilidad topográfica. Con el objetivo de verificar qué estrategia de interpolación y método FFT produjo los mejores resultados, se realizó una validación absoluta de cada uno de los cuatro modelos en puntos GNSS/Nivelación.

## METODOLOGÍA

### Problema de valores de contorno de Molodensky

Este trabajo se basa en la determinación de un modelo de cuasigeoide resolviendo el Problema de Valores de Contorno Geodésico (GBVP) escalar y libre de Molodensky (Cap. 8 de [Heiskanen & Moritz \(1967\)](#)). La incógnita principal de este GBVP es el potencial anómalo

$$T(P) = W(P) - U(P), \quad (3)$$

donde  $W(P)$  es el potencial de gravedad de la Tierra, y  $U(P)$  es el potencial de gravedad normal generado por el elipsoide de referencia Geodetic Reference System 1980 (GRS80; [Moritz \(2000\)](#)). Por fuera de las masas topográficas, el potencial anómalo satisface la ecuación de Laplace (Cap. 2 de [Hofmann-Wellenhof & Moritz \(2006\)](#))

$$\nabla^2 T = 0, \quad (4)$$

Las anomalías de gravedad de Molodensky se definen como

$$\Delta g = g(P) - \gamma(Q), \quad (5)$$

donde  $g(P)$  es la gravedad en la superficie topográfica y  $\gamma(Q)$  es la gravedad normal en el teluroide. A partir de la altura normal  $H^*$ ,  $\gamma(Q)$  puede obtenerse mediante ([Heiskanen & Moritz, 1967](#))

$$\gamma(Q) = \gamma_0(\varphi) \left[ 1 - 2 \left( 1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi \right) \frac{H^*}{a} + 3 \left( \frac{H^*}{a} \right)^2 \right], \quad (6)$$

siendo  $\varphi$  la latitud geodésica,  $f$  el aplanamiento geométrico del elipsoide de referencia,  $m$  el cociente entre las fuerzas centrífuga y gravitacional en el ecuador, y  $a$  el semieje mayor del elipsoide de referencia.  $\gamma_0(\varphi)$  es la gravedad normal sobre el elipsoide, y puede calcularse mediante la fórmula de Somigliana (ec. (2-146) de [Hofmann-Wellenhof & Moritz \(2006\)](#))

$$\gamma_0(\varphi) = \frac{a\gamma_a \cos^2 \varphi + b\gamma_b \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}}, \quad (7)$$

donde  $\gamma_a$  y  $\gamma_b$  son las gravedades normales sobre el elipsoide en el ecuador y en los polos, respectivamente, y  $b$  es el semieje menor.

El GBVP de Molodensky se define a partir de la ecuación (4), imponiendo una condición de contorno y otra de regularidad. La condición de contorno del GBVP de Molodensky, linealizada y en aproximación esférica, es válida sobre el teluroide y está dada como (ec. (8-38) de [Hofmann-Wellenhof & Moritz \(2006\)](#))

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2}{R} T, \quad (8)$$

donde  $R$  es un radio medio de la Tierra, que en general es determinado a partir de los semiejes del elipsoide de referencia como  $R = (a^2 b)^{1/3}$ . Por su parte, la condición de regularidad es

$$\lim_{r_P \rightarrow \infty} T(P) = 0, \quad (9)$$

donde  $r_P$  es la distancia geocéntrica de  $P$ . La solución completa al GBVP está dada como (Sección 45 de [Moritz \(1980\)](#))

$$T(P) = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \left[ \Delta g(P') + \sum_{n=1}^{\infty} G_n(P, P') \right] S(\psi_{PP'}) d\sigma_{P'}, \quad (10)$$

donde  $\sigma$  es el área de integración y  $\psi_{PP'}$  es la distancia esférica entre el punto de cálculo  $P$  y el punto de integración  $P'$ . La función

$$S(\psi) = 1 + \frac{1}{\sin \frac{\psi}{2}} - 6 \sin \frac{\psi}{2} - 5 \cos \psi - 3 \cos \psi \ln \left( \sin \frac{\psi}{2} + \sin^2 \frac{\psi}{2} \right), \quad (11)$$

se denomina función (o núcleo) de Stokes. Los términos  $G_n$  de la ecuación (10) se definen a partir de la relación recursiva

$$G_0 = \Delta g(P'),$$

$$G_n(P, P') = - \sum_{m=1}^n \frac{(H^*(P') - H^*(P))^m}{n!} L^n(G_{n-m}) \quad \text{si } n > 0. \quad (12)$$

El término  $L^n$  refiere a  $n$  aplicaciones sucesivas del operador

$$L(K) = \frac{\partial K}{\partial r}(P) = \frac{R^2}{2\pi} \iint_{\sigma} \frac{K(P') - K(P)}{\left(2R \sin \frac{\psi_{PP'}}{2}\right)^3} d\sigma_{P'}, \quad (13)$$

donde  $K$  es una función arbitraria (ec. (45-31) de [Moritz \(1980\)](#)).

A partir del potencial anómalo  $T$ , la anomalía de altura puede determinarse mediante (ec. (2-237) de [Hofmann-Wellenhof & Moritz \(2006\)](#))

$$\zeta = \frac{T(P)}{\gamma(Q)}, \quad (14)$$

conocida como fórmula de Bruns. En la práctica, el desarrollo en serie de la ec. (10) se trunca en  $n = 1$ . Por lo tanto, se tiene que

$$\zeta(P) = \frac{R}{4\pi\gamma(Q)} \iint_{\sigma} [\Delta g(P') + G_1(P, P')] S(\psi_{PP'}) d\sigma_{P'}. \quad (15)$$

La integral presente en la ec. (15) se denomina integral de Molodensky.

### Técnica remover-calcular-restaurar

Para determinar anomalías de altura mediante la integral de Molodensky (ec. (15)), las anomalías de gravedad deben estar distribuidas de forma continua sobre toda la superficie terrestre, por lo que no

es posible utilizar esta integral cuando se cuenta con datos gravimétricos puntuales que solo están disponibles sobre una región limitada. Por un lado, al no contar con anomalías de gravedad sobre toda la superficie, las largas longitudes de onda no pueden ser calculadas apropiadamente mediante la ec. (15). Por otro lado, el fenómeno de *aliasing* generado por la discretización de los datos provoca que las cortas longitudes de onda tampoco puedan resolverse.

Para abordar las problemáticas asociadas a la aplicación de la integral de Molodensky sobre datos gravimétricos, la determinación de anomalías de altura se realiza en la práctica mediante la técnica remover-calcular-restaurar (RCR). Esta consiste en remover de las anomalías de gravedad las cortas y largas longitudes de onda para construir un campo de anomalías de gravedad residuales. A partir de estas anomalías residuales se calcula la anomalía de altura residual mediante la ec. (15). Finalmente, se restauran los efectos de larga y corta longitud de onda al campo de anomalías de altura residuales, dando lugar a un modelo de cuasigeoide.

Los modelos geopotenciales globales (GGM) permiten calcular las largas longitudes de onda de la anomalía de gravedad  $\Delta g_{\text{GGM}}$  y la anomalía de altura  $\zeta_{\text{GGM}}$  en cualquier punto de la Tierra a partir de su longitud  $\lambda$ , latitud  $\varphi$  y distancia geocéntrica  $r$ , mediante

$$\Delta g_{\text{GGM}} = \frac{GM}{r^2} \sum_{n=0}^{n_{\max}} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} (n-1) \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi), \quad (16)$$

$$\zeta_{\text{GGM}} = \frac{GM}{\gamma(Q)r} \sum_{n=2}^{n_{\max}} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (\Delta \zeta_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi), \quad (17)$$

donde  $\Delta C_{nm}$  y  $\Delta S_{nm}$  son las diferencias entre los coeficientes de grado  $n$  y orden  $m$  de los desarrollos en armónicos esféricos del potencial gravitacional dado por el GGM y del potencial gravitacional normal del elipsoide de referencia,  $P_{nm}$  son las funciones asociadas de Legendre de grado  $n$  y orden  $m$  (ec. (3-58) de [Sansò & Sideris \(2013\)](#)), y  $GM$  es la constante de gravitación universal multiplicada por la masa de la Tierra, la cual es también provista por el GGM. La longitud de onda máxima  $\Delta$  que el GGM puede resolver se relaciona con su grado máximo  $n_{\max}$  a través de (ec. (3-145) de [Sansò & Sideris \(2013\)](#)):

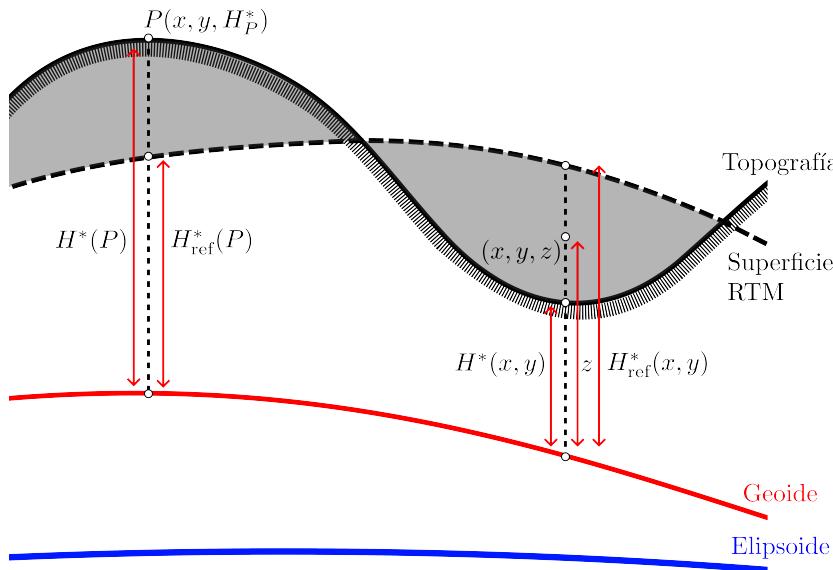
$$\Delta[\circ] \approx \frac{180^\circ}{n_{\max}}. \quad (18)$$

Las longitudes de onda cortas se asocian al efecto gravimétrico de la topografía. Éste se determinó mediante el modelado residual de terreno (RTM; [Forsberg \(1984\)](#)). En este esquema, se calcula la contribución gravimétrica de las masas topográficas ubicadas entre la topografía real y una versión suavizada de la misma, denominada superficie de elevación media (Figura 2). El efecto RTM de las anomalías de gravedad y de las anomalías de altura puede determinarse, en aproximación planar, mediante (ecs. (8-73) y (8-76) de [Sansò & Sideris \(2013\)](#)):

$$\Delta g_{\text{RTM}}(P) = G\rho \iint_E \int_{H_{\text{ref}}^*(x',y')}^{H^*(x',y')} \frac{z' - H^*(P)}{\left[(x' - x_P)^2 + (y' - y_P)^2 + (z' - H^*(P))^2\right]^{\frac{3}{2}}} dx' dy' dz', \quad (19)$$

$$\zeta_{\text{RTM}}(P) = \frac{G\rho}{\gamma(Q)} \iint_E \int_{H_{\text{ref}}^*(x',y')}^{H^*(x',y')} \frac{1}{\left[(x' - x_P)^2 + (y' - y_P)^2 + (z' - H^*(P))^2\right]^{\frac{1}{2}}} dx' dy' dz', \quad (20)$$

donde  $x_P, y_P$  son las coordenadas cartesianas de  $P$ ,  $H^*(P)$  es la altura normal de  $P$ ,  $(x', y', z')$  son las coordenadas cartesianas de la variable de integración,  $H^*(x', y')$  es la altura normal en el punto  $(x', y')$ ,



**Figura 2.** Superficie de elevación media y alturas utilizadas en el modelo residual de terreno (RTM).  $H^*(P)$ : altura normal del punto  $P$ .  $H^*(x', y')$ : altura normal de la variable de integración.

$\rho = 2.67 \text{ g cm}^{-3}$  es la densidad media de la topografía,  $E$  es la región de integración y  $H_{\text{ref}}^*(x', y')$  es la altura de la superficie de elevación media. Tanto  $H^*(x', y')$  como  $H_{\text{ref}}^*(x', y')$  se obtienen a partir de un modelo digital de elevaciones (MDE). La superficie de elevación media se construye aplicando un filtro pasa-bajos al MDE (Figura 2). En este trabajo, las integrales fueron calculadas numéricamente mediante el método de integración por prismas (Forsberg, 1984).

Las anomalías de gravedad obtenidas del GGM y las calculadas con el método RTM se remueven de las observadas para construir las anomalías residuales (ec. (4-36) de Sansò & Sideris (2013))

$$\Delta g_{\text{res}} = \Delta g - \Delta g_{\text{GGM}} - \Delta g_{\text{RTM}}. \quad (21)$$

La etapa de calcular consiste en utilizar las anomalías de gravedad residuales en la integral de Molodensky (ec. (15)) para determinar a partir de ellas las anomalías de altura residuales  $\zeta_{\text{res}}$ . Una ventaja de utilizar anomalías de gravedad residuales en la ec. (15) es que el término  $G_1$  es despreciable (Sección 14.4 de Sansò & Sideris (2013); Yıldız et al. (2012)).

Posteriormente, en la etapa de restaurar, los efectos del GGM y RTM ( $\zeta_{\text{GGM}}$  y  $\zeta_{\text{RTM}}$ , respectivamente) sobre el campo de anomalías de altura son calculados y sumados a las anomalías de altura residuales previamente determinadas.

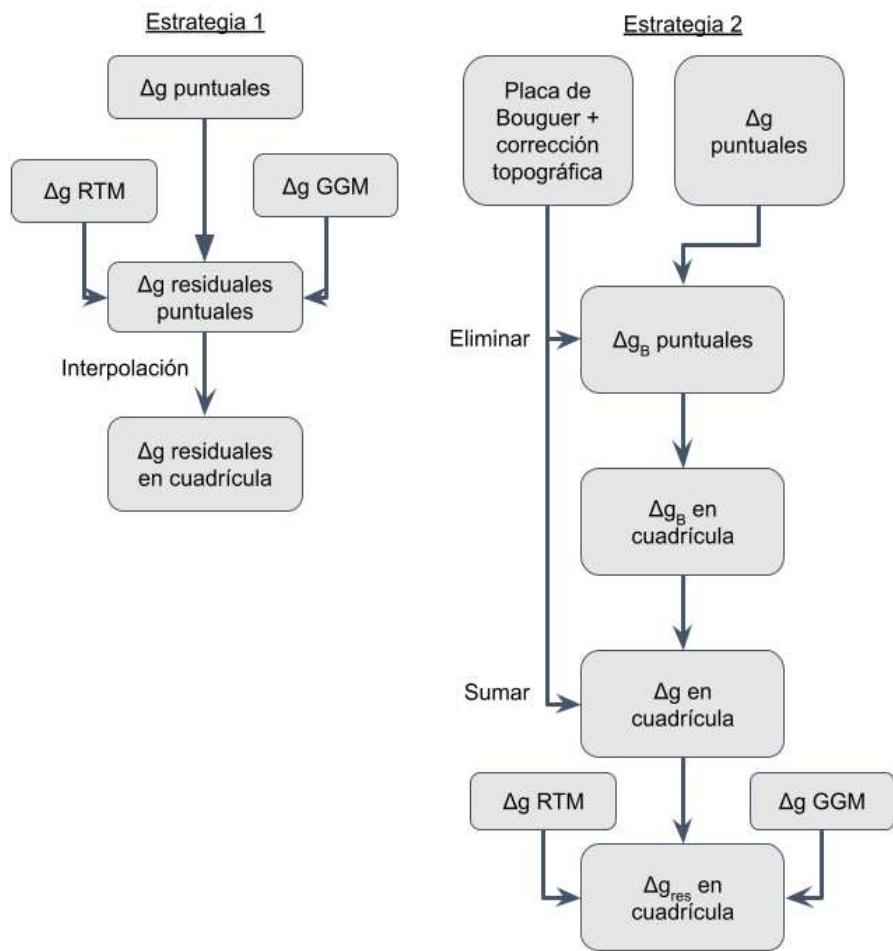
Finalmente, a las anomalías de altura debemos sumar el término de orden cero, dado como

$$\zeta_0 = \frac{GM - GM^{\text{GRS80}}}{\gamma(Q)r} - \frac{W_0 - U_0^{\text{GRS80}}}{\gamma(Q)}, \quad (22)$$

donde  $M_{\text{GRS80}}$  y  $U_0^{\text{GRS80}}$  son la masa y el valor de la superficie equipotencial de referencia del elipsoide GRS80 respectivamente, y  $W_0$  es el valor de una equipotencial de referencia del campo de gravedad de la Tierra (Sánchez et al., 2021). Las anomalías de altura quedan determinadas como

$$\zeta = \zeta_{\text{res}} + \zeta_{\text{GGM}} + \zeta_{\text{RTM}} + \zeta_0, \quad (23)$$

El valor de la constante  $W_0$  determina el datum vertical al cual las anomalías de altura derivadas del modelo están referidas. En este trabajo se tomó la equipotencial con valor  $W_0 = U_0^{\text{GRS80}}$ , puesto que el valor de  $W_0$  no afecta a la precisión de los modelos, de manera que el segundo término de la ec. (22) es cero.



**Figura 3.** Diagramas de flujo de las dos estrategias para la determinación de cuadrículas de anomalías de gravedad residuales.

### Interpolación de anomalías de gravedad residuales a una cuadrícula regular

Los métodos FFT requieren necesariamente que las anomalías de gravedad residuales estén dispuestas en una cuadrícula. Sin embargo, en la práctica se cuenta con datos gravimétricos puntuales, distribuidos irregularmente en la región de estudio. Estos datos deben interpolarse a una cuadrícula de  $N \times M$  nodos  $P_{ij}$  con coordenadas  $(\varphi_i, \lambda_j)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ ,  $j = 1, 2, \dots, M$ , regularmente distribuidos sobre la región de estudio, con un intervalo de muestreo  $\Delta\varphi$  en latitud y  $\Delta\lambda$  en longitud.

En este trabajo, se plantearon dos estrategias distintas para la construcción de cuadrículas de anomalías de gravedad residuales. Las estrategias propuestas siguen los diagramas de flujo presentados en la Figura 3.

La primera cuadrícula se determinó calculando las anomalías de gravedad residuales  $\Delta g_{res}$  sobre los puntos con gravedad conocida (anomalías residuales puntuales), y posteriormente interpolando dichas anomalías sobre los nodos de la cuadrícula.

La segunda cuadrícula se determinó mediante una estrategia descrita por [Featherstone & Kirby \(2000\)](#). El primer paso consiste en calcular las anomalías de Bouguer completas en las estaciones gravimétricas (anomalías de Bouguer puntuales). La anomalía de Bouguer completa se define como

$$\Delta g_B(P) = g(P) - \delta g_B(P) - \gamma(Q), \quad (24)$$

donde  $P$  es el punto correspondiente a la estación gravimétrica y  $\delta g_B(P)$  es el efecto gravimétrico de las masas topográficas, que se determina mediante

$$\delta g_B(P) = 2\pi G\rho H^*(P) + TC(H^*(P)), \quad (25)$$

donde  $\rho = 2.67 \text{ kg m}^{-3}$  es la densidad topográfica y  $H^*(P)$  es la altura del punto  $P$ . El primer término corresponde al efecto gravimétrico de una placa de Bouguer de altura  $H^*(P)$ . El término  $TC(P)$  es la corrección topográfica, que calcula el efecto gravimétrico asociado a los excesos y déficits de masa respecto de la placa de Bouguer, y está dado como (ec. (8-5) de [Sansò & Sideris \(2013\)](#))

$$TC(H^*(P)) = G\rho \iint_E \int_{H^*(P)}^{H^*(x',y')} \frac{z - H^*(P)}{[(x_p - x')^2 + (y_p - y')^2 + (z_p - H^*(P))^2]^{\frac{3}{2}}} dx' dy' dz', \quad (26)$$

La corrección topográfica fue determinada a través del método de integración por prismas en el dominio espacial ([Forsberg, 1984](#)) utilizando un MDE. Al estar corregidas por el efecto gravimétrico de la topografía, las anomalías de Bouguer completas son mucho más suaves que las anomalías de aire libre, lo que facilita su interpolación.

El segundo paso consiste en interpolar las anomalías de Bouguer completas puntuales a cada uno de los  $N \times M$  nodos de la cuadrícula para obtener anomalías de Bouguer completas interpoladas, denotadas  $\Delta g_B^g$ . El efecto gravimétrico de la placa de Bouguer y la corrección topográfica son calculados en cada uno de los nodos y restaurados para convertir la cuadrícula de anomalías de Bouguer a una de aire libre mediante

$$\Delta g^g(P_{ij}) = \Delta g_B^g(P_{ij}) + 2\pi G\rho H_{\text{MDE}}^*(P_{ij}) + TC(H_{\text{MDE}}^*(P_{ij})), \quad (27)$$

donde el subíndice MDE indica que las alturas normales de los puntos  $P_{ij}$  fueron obtenidas de un modelo digital de elevaciones.

Finalmente, en cada nodo el efecto del GGM y RTM es determinado y removido de las anomalías de aire libre, para obtener finalmente la cuadrícula de anomalías residuales.

En ambas estrategias, la interpolación de las anomalías puntuales (residuales en el primer caso, y de Bouguer completas en el segundo) se realizó mediante el método de interpolación por mínimos cuadrados (LSC; [Moritz \(1978\)](#)). Este método de interpolación consiste en determinar en un punto arbitrario  $P$  la anomalía de gravedad a partir de las anomalías residuales determinadas en  $N$  puntos  $P_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  con gravedad conocida, mediante (ec. (9-67) de [Hofmann-Wellenhof & Moritz \(2006\)](#))

$$f(P) = C_{Pk} C_{Ik}^{-1} f_k, \quad (28)$$

donde  $C_{Pk}$  es el vector de covarianzas entre el punto  $P$  y los  $N$  puntos  $P_i$ ,  $C_{ik}$  es la matriz de covarianzas asociada a cada par de estaciones gravimétricas, y  $f_k = f(P_k)$  es la anomalía de gravedad en la estación gravimétrica del punto  $P_i$ .

La función de covarianza de las anomalías residuales y de las anomalías de Bouguer completas fue determinada a partir de, en primera instancia, calcular las covarianzas empíricas y posteriormente ajustar a dichas covarianzas un modelo de Markov de segundo orden dado como ([Moritz, 1978](#))

$$C(s) = C_0(1 + s/D) \exp(-s/D), \quad (29)$$

donde  $s$  es la distancia entre dos puntos,  $C_0$  es la estimación de la varianza de los datos y  $D$  es un parámetro relacionado con la longitud de correlación.

Las dos cuadrículas construidas de acuerdo con las estrategias descriptas fueron utilizadas en los

métodos FFT esférico y FFT 1D, dando lugar a cuatro modelos de cuasigeoide gravimétricos puros.

### Integración por métodos FFT

Si las anomalías de gravedad residuales están dispuestas en una cuadrícula de  $N \times M$  puntos, la integral de Molodensky discretizada está dada como (Cap. 10 de [Sansò & Sideris \(2013\)](#))

$$\zeta_{\text{res}}(\varphi_i, \lambda_k) = \frac{R}{4\pi\gamma(Q)} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} \Delta g_{\text{res}}(\varphi_i, \lambda_j) S(\varphi_i, \lambda_j, \varphi_i, \lambda_k) \cos \varphi_i \Delta \varphi \Delta \lambda, \quad (30)$$

donde  $\Delta\varphi$  y  $\Delta\lambda$  son los espaciamientos en latitud y longitud entre nodos de la cuadrícula respectivamente,  $i = 0, 1, \dots, N - 1$  y  $k = 0, 1, \dots, M - 1$ . La ec. (30) es una convolución discreta 2D entre las anomalías de gravedad residuales y el núcleo de Stokes. Esta convolución puede evaluarse mediante métodos basados en el algoritmo FFT. La importancia de estos métodos radica principalmente en la rapidez con la que la integral puede ser evaluada computacionalmente, comparada con otros métodos de integración (Cap. 10 de [Sansò & Sideris \(2013\)](#)).

Existen diversos métodos basados en FFT, que se diferencian por la manera en la cual se aproxima al núcleo de Stokes (Cap. 10 de [Sansò & Sideris \(2013\)](#)). Entre los más utilizados, se encuentra el método FFT de aproximación planar ([Schwarz et al., 1990](#)), en el cual se desprecian efectos de la curvatura terrestre. Sin embargo, en este trabajo se utilizaron dos métodos FFT que sí consideran la curvatura de la Tierra. El primero se denomina FFT de núcleo esférico aproximado ([van Hees, 1991](#)), o simplemente FFT esférico. En este método, el núcleo de Stokes se modifica utilizando en la ec. (11) la relación aproximada

$$\sin^2 \frac{\psi_{PP'}}{2} \approx \sin^2 \frac{\varphi_P - \varphi_{P'}}{2} + \sin^2 \frac{\lambda_P - \lambda_{P'}}{2} \cos^2 \varphi_M, \quad (31)$$

donde  $\varphi_M$  es la latitud media del área de integración. Esto da lugar a una función de Stokes aproximada, denotada  $\hat{S}(\psi_{PP'})$ . Luego, la anomalía de altura puede calcularse mediante (ec. (10.47) de [Sansò & Sideris \(2013\)](#))

$$\zeta(\varphi_i, \lambda_k) = \frac{R}{4\pi\gamma(Q)} F^{-1} \left[ F [\Delta g_{\text{res}}(\varphi_i, \lambda_j) \cos \varphi_i] \cdot F [\hat{S}(\varphi_i, \lambda_j, \varphi_i, \lambda_k)] \right], \quad (32)$$

donde  $F$  es el operador de la Transformada de Fourier 2D y  $F^{-1}$  su operador inverso.

La ec. (32) es exacta sobre todos los puntos ubicados en la latitud central del área de trabajo  $\varphi_M$ . Sin embargo, el error numérico en la determinación de la anomalía de altura generado por la aproximación de la ec. (31) aumenta para puntos más alejados de la latitud central. Para minimizar este efecto, [Forsberg & Sideris \(1993\)](#) propusieron dividir el área de trabajo en  $N$  bandas latitudinales y aplicar la ec. (32) en cada banda, donde ahora  $\varphi_M$  es la latitud central de cada sector. La solución surge de aplicar la ec. (32) sobre la latitud central de cada banda y luego realizar una interpolación. La anomalía de altura de un punto  $P$  ubicado entre las latitudes  $\varphi_{M_i}$  y  $\varphi_{M_{i+1}}$  está dada como

$$\zeta(\varphi) = \frac{\varphi - \varphi_M^i}{\varphi_M^i - \varphi_M^{i+1}} \zeta_i + \frac{\varphi_M^{i+1} - \varphi}{\varphi_M^i - \varphi_M^{i+1}} \zeta_{i+1}, \quad (33)$$

donde  $\zeta_i$  y  $\zeta_{i+1}$  son las anomalías de altura calculadas mediante la ec. (32) en las latitudes  $\varphi_M^i$  y  $\varphi_M^{i+1}$  respectivamente.

El segundo método FFT, basado en el trabajo de [Haagmans \(1993\)](#), se conoce como *método FFT 1D*

o de *núcleo exacto*. Este método se fundamenta en la validez de la ecuación (25) sin la necesidad de aproximar el núcleo de Stokes cuando los puntos en los que se calcula la anomalía de altura están situados en la latitud central del área de estudio. Como resultado, la anomalía de altura puede determinarse mediante la ec. (10.51) de [Sansò & Sideris \(2013\)](#).

$$\zeta(\varphi, \lambda_k) = \frac{R}{4\pi\gamma(Q)} F_1^{-1} \left[ F_1 [\Delta g_{\text{res}}(\varphi_i, \lambda_k) \cos \varphi_i] \cdot F_1 [\hat{S}(\varphi_i, \varphi, \lambda_k)] \right], \quad (34)$$

donde  $F_1$  es el operador de la Transformada de Fourier 1D y  $F_1^{-1}$  su operador inverso.

Como su nombre indica, la ventaja de esta técnica sobre la de núcleo aproximado es que esta expresión es exacta, con lo cual ninguna aproximación sobre el núcleo de Stokes es necesaria ([Sansò & Sideris, 2013](#)).

### Modificación del núcleo de Stokes

Como fue mencionado anteriormente, el hecho de que los datos gravimétricos utilizados solo se encuentren disponibles en una superficie limitada introduce un error en la determinación de anomalías de altura. Para minimizar este error, es común modificar la función de Stokes.

El núcleo de Stokes admite el desarrollo en serie (ec. (2-236) de [Hofmann-Wellenhof & Moritz \(2006\)](#))

$$S(\psi) = \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{2n+1}{n-1} \right) P_n(\cos \psi) \quad (35)$$

donde  $P_n$  son los polinomios de Legendre (ec. (1-57) de [Hofmann-Wellenhof & Moritz \(2006\)](#)). Se han propuesto muchas modificaciones a la ec. (35) para minimizar el error por truncamiento ([Featherstone et al., 1998](#)). En este trabajo, se utilizó la modificación propuesta por [Wong & Gore \(1969\)](#), que consiste en utilizar en la integral de Molodensky el núcleo definido como

$$S_{WG}(\psi) = S(\psi) - \sum_{n=2}^{N_2} \alpha(n) \frac{2n+1}{n-1} P_n(\cos \psi) \quad (36)$$

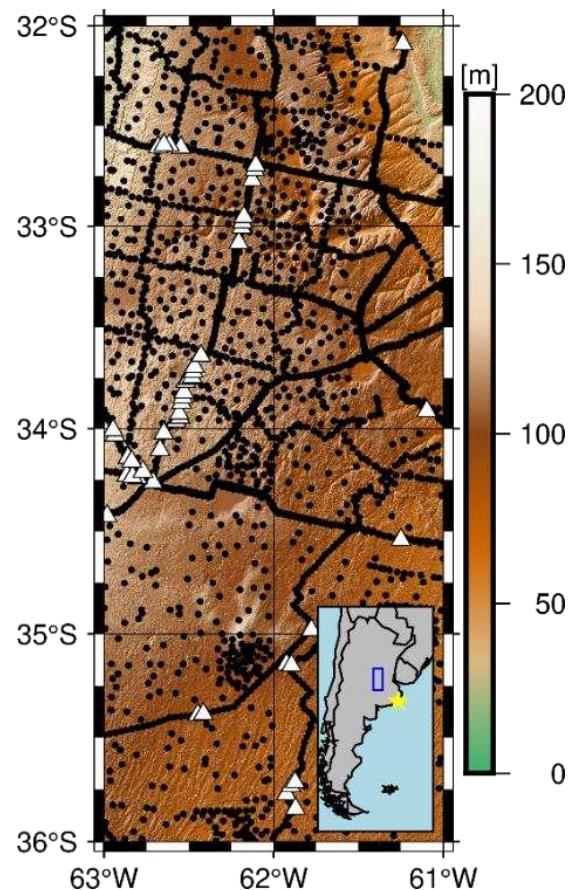
donde

$$\alpha(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } 2 \leq n \leq N_1, \\ \frac{N_2-n}{N_2-N_1} & \text{si } N_1 \leq n \leq N_2, \\ 0 & \text{si } n > N_2. \end{cases} \quad (37)$$

Los parámetros  $N_1$  y  $N_2$  deben ser determinados empíricamente. El núcleo modificado de Stokes es utilizado en las ecuaciones (32) y (34). Si las anomalías de gravedad fueron previamente reducidas por un GGM hasta un grado  $N_{GGM}$ , entonces es necesario que  $N_2 \leq N_{GGM}$  ([Wong & Gore, 1969](#)).

### Validación de los modelos de cuasigeoide con puntos de doble altura

La validación absoluta de un modelo de cuasigeoide consiste en comparar las anomalías de altura del modelo  $\zeta$  con las derivadas en puntos GNSS/Nivelación,  $\zeta_{h/H^*} = h - H^*$ , donde  $h$  es la altura elipsoidal y  $H^*$  la altura normal. La comparación se realiza calculando las diferencias de ambas anomalías de altura en cada punto GNSS/Nivelación, y ajustando dichas diferencias a un modelo de transformación. En este trabajo, se eligió un modelo de transformación de cuatro parámetros, dado como ([Fotopoulos et al., 2000](#))



**Figura 4.** Área de trabajo y distribución de datos. Puntos negros: datos gravimétricos. Triángulos blancos: estaciones de doble altura. Fondo: topografía según MDE-Ar v2.1. Estrella amarilla: datum de SRVN16.

$$\Delta\zeta(P_i) = \zeta_{h/H^*}(P_i) - \zeta(P_i) = a_0 + a_1 \cos \phi_i \cos \lambda_i + a_2 \cos \phi_i \sin \lambda_i + a_3 \sin \phi_i + v_i \quad (38)$$

donde  $P_i$  es la posición del  $i$ -ésimo punto GNSS/Nivelación. Los parámetros  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ , y  $a_3$  se determinan a partir de un ajuste por mínimos cuadrados que minimiza el cuadrado de los residuos  $v_i$ .

El modelo de transformación absorbe tanto las discrepancias en los distintos *datums* de las alturas como errores de larga longitud de onda. Por su parte, los residuos son una combinación de los errores asociados a las alturas normales, a las alturas elipsoidales y a las anomalías de altura determinadas del modelo de cuasigeoide gravimétrico puro. Al no incluir los sesgos absorbidos por el modelo de transformación, las estadísticas de los residuos  $v_i$  luego del ajuste describen más adecuadamente el acuerdo entre los datos GNSS/Nivelación y el modelo de cuasigeoide y, por ende, dan una medida de la precisión del modelo determinado ([Fotopoulos et al., 2000](#)).

## ÁREA DE TRABAJO Y PROCESAMIENTO DE LOS DATOS

El área de trabajo consiste en una región ubicada entre las latitudes de 36°S y 32°S y longitudes 63°O a 61°O (ver Figura 4). Esta zona fue seleccionada por su buena disponibilidad y distribución de datos gravimétricos y de puntos de doble altura. La topografía de la zona es plana, con alturas normales que no superan los 200 m. Con el objetivo de disminuir errores asociados a efectos de borde en la determinación de los modelos de cuasigeoide, los datos gravimétricos, el GGM y el MDE fueron seleccionados en una región un grado más grande en dirección N-S y E-O.

El conjunto de datos gravimétricos cuenta con 8018 observaciones referidas a las Redes Gravimétricas de Primer y Segundo Orden de la República Argentina ([Antokoletz, 2017](#)), con una separación promedio de 4 km. Puesto que la masa del elipsoide de referencia GRS80 contiene la masa de la

atmósfera, mientras que las observaciones de gravedad están medidas sobre la superficie topográfica, la corrección atmosférica (ec. (3) de [Hinze et al. \(2005\)](#))

$$\delta g_{\text{atm}}[\text{mGal}] = 0.874 - 9.9 \times 10^{-5} H[\text{m}] + 3.56 \times 10^{-9} H^2[\text{m}^2], \quad (39)$$

debe sumarse a los valores de gravedad observados. Se realizó una detección de *outliers* a partir de calcular las anomalías de Bouguer completas en cada punto y, posteriormente, aplicando un criterio de  $3\sigma$ . En total, 101 *outliers* fueron removidos. Los datos restantes fueron interpolados a dos cuadrículas de  $1' \times 1'$  mediante las metodologías previamente descritas.

Para la validación de los modelos de cuasigeoide se cuenta con 58 puntos GNSS/Nivelación. Las alturas elipsoidales están referidas al marco de referencia Posiciones Geodésicas Argentinas 2007 (POSGAR07; [Cimbaro et al. \(2009\)](#)), el cual es, a su vez, una densificación de IGS05 ([Johnston et al., 2017](#)). Estas alturas tienen una precisión estimada de 1.5 cm (Instituto Geográfico Nacional, com. pers., 2023). POSGAR07 adopta como elipsoide de referencia a WGS84 ([Johnston et al., 2017](#)), por lo que las alturas elipsoidales fueron convertidas al elipsoide GRS80.

Por su parte, las alturas normales fueron calculadas a partir de números geopotenciales referidos al Sistema de Referencia Vertical Nacional 2016 (SRVN16; [Instituto Geográfico Nacional \(2016\)](#)), determinados mediante un ajuste que involucra nivelación geométrica y gravimetría. Los números geopotenciales están definidos como

$$C(P) = W_0^{\text{SRVN16}} - W(P) \quad (40)$$

donde  $W_0^{\text{SRVN16}}$  es el valor de la equipotencial de referencia realizada por el *datum* local de SRVN16 ([Tocho & Vergos, 2015](#)), y la relación entre números geopotenciales y alturas normales es

$$H^*(P) = \frac{C(P)}{\gamma_0} \left[ 1 + (1 + f + m - 2f \sin^2 \phi) \frac{C(P)}{a\gamma_0} + \left( \frac{C(P)}{a\gamma_0} \right)^2 \right], \quad (41)$$

donde  $\gamma_0$  es la gravedad normal en el elipsoide GRS80.

El MDE utilizado para la determinación de anomalías de aire libre, la determinación de las anomalías de Bouguer completas, y el cálculo del efecto RTM fue el Modelo Digital de Elevaciones de la Argentina versión 2.1 (MDE-Ar v2.1; [Instituto Geográfico Nacional \(2021\)](#)). Este modelo cuenta con una resolución de 30 m y una precisión estimada de 1.6 m en la región de trabajo. El *datum* al cual refieren las alturas derivadas de MDE-Ar v2.1 coincide con el de SRVN16.

El GGM elegido fue XGM2019e ([Zingerle et al., 2020](#)), cuyo grado máximo es 2159. La elección de este GGM se basó en los resultados obtenidos por [Tocho et al. \(2022\)](#), que demostraron que XGM2019e presenta el mejor acuerdo con datos de doble altura de Argentina cuando se lo compara con otros GGMs de alta resolución. El grado óptimo del GGM utilizado fue determinado a partir de calcular anomalías de gravedad residuales utilizando el GGM hasta los grados 300, 760 y 2159, y verificar qué grado da como resultado las anomalías residuales con menor valor medio y desviación estándar. Una vez determinado el grado óptimo, los efectos del GGM sobre las anomalías de gravedad y las anomalías de altura fueron calculados mediante las ecuaciones (16) y (17) respectivamente, utilizando las alturas normales obtenidas de MDE-Ar v2.1.

El GBVP de Molodensky asume que no hay masas por fuera de la superficie topográfica. Sin embargo, los distintos tipos de datos pueden incorporar el efecto de la componente estacionaria de los efectos de marea (marea permanente). Para mantener la validez del GBVP y evitar inconsistencias entre distintos tipos de datos, todos los conjuntos de datos y modelos (gravedad observada, alturas elipsoidal y normal, GGM y MDE) deben transformarse al concepto de marea permanente *tide-free* (TF) o *zero-tide*

(ZT).

En este trabajo, los modelos de cuasigeoide fueron determinados en el sistema ZT, por lo que todos los datos y modelos utilizados fueron previamente convertidos al concepto ZT. Tanto las gravedades observadas como el GGM utilizado están dados en este concepto, por lo que no se aplicaron correcciones adicionales. Las alturas normales derivadas de MDE-Ar v2.1, que fueron utilizadas para el cálculo de las anomalías de gravedad, están dadas en el concepto *mean-tide* (MT), por lo que fueron convertidas a ZT sumándoles la expresión (ec. (21) de [Mäkinen \(2021\)](#))

$$\Delta H_T^*[\text{mm}] = -99.40 + 295.41 \sin^2 \phi + 0.42 \sin^4 \phi. \quad (42)$$

Para la validación de los modelos, es necesario que las alturas elipsoidales de los puntos GNSS/Nivelación estén dadas en el concepto ZT. Estas fueron convertidas a ZT mediante la expresión (ec. (23) de [Mäkinen \(2021\)](#))

$$h_{\text{ZT}}[\text{mm}] = h_{\text{TF}}[\text{mm}] + 60.34 - 179.01 \sin^2 \phi - 1.81 \sin^4 \phi, \quad (43)$$

donde  $h_{\text{ZT}}$  y  $h_{\text{TF}}$  son las alturas elipsoidales dadas en los sistemas ZT y TF respectivamente.

Los modelos de cuasigeoide fueron determinados utilizando el paquete de rutinas GRAVSOFT ([Forsberg & Tscherning, 2008](#)). Los efectos del GGM en las anomalías de gravedad y de altura (ecs. (16) y (17)) fueron calculados mediante la rutina GEOCOL. Los efectos RTM fueron determinados mediante la rutina TC, y la superficie de elevación media utilizada para calcular estos efectos se obtuvo mediante TCGRID. Los métodos FFT 1D y FFT esférico se implementaron mediante las rutinas SP1D y SPFOUR, respectivamente.

## RESULTADOS

### Determinación del grado óptimo del GGM

El grado óptimo del GGM XGM2019e fue elegido removiendo de las anomalías de aire libre calculadas en todas las estaciones gravimétricas el efecto del GGM truncado en los grados 300, 760 y 2159. Los resultados se observan en la Tabla 1. En la primera fila, se presenta la estadística de las anomalías de gravedad. Entre la segunda y séptima fila, se muestran las anomalías determinadas mediante XGM2019e (ec. (16)) en los grados elegidos.

Puede observarse que el grado que más disminuye la desviación estándar es 760, por lo que este grado fue utilizado para la determinación de las anomalías de gravedad residuales. Por su parte, el grado máximo utilizado, 2159, no reduce más las anomalías de gravedad. Esto puede deberse a que las anomalías de gravedad en las estaciones gravimétricas, debido a la baja variabilidad topográfica de la región de trabajo, ya son lo suficientemente suaves sin la necesidad de incluir grados muy altos. De esta forma, la inclusión de grados muy altos en la reducción de las anomalías puede introducir un error de comisión que afecte negativamente las estadísticas.

### DETERMINACIÓN DE CUADRÍCULAS DE ANOMALÍAS RESIDUALES

Para la cuadrícula determinada a partir de la primera estrategia, se determinaron previamente los valores de anomalías de aire libre residuales en cada una de las estaciones gravimétricas. Para esto, se calculó el efecto del GGM hasta grado y orden 760 y el efecto RTM sobre cada punto de las estaciones gravimétricas, y fueron removidos de las anomalías de aire libre. La Figura 5 muestra la dispersión de las anomalías residuales en función de la altura normal de la estación.

**Tabla 1.** Estadísticas de anomalías de aire libre reducidas por XGM2019e utilizando  $n_{max}$  hasta 300, 760 y 2159. Unidad: [mGal].

Anomalías	Mínimo	Máximo	Media	Desviación estándar
$\Delta g$	-17.57	48.38	7.62	10.46
$\Delta g_{300}^{GGM}$	-10.80	30.94	7.25	7.73
$\Delta g - \Delta g_{300}^{GGM}$	-29.68	27.34	0.37	7.70
$\Delta g_{760}^{GGM}$	-15.06	34.75	7.82	9.12
$\Delta g - \Delta g_{760}^{GGM}$	-24.54	22.97	-0.20	5.09
$\Delta g_{2159}^{GGM}$	-13.44	44.05	7.99	9.72
$\Delta g - \Delta g_{2159}^{GGM}$	-29.18	25.92	-0.37	5.54

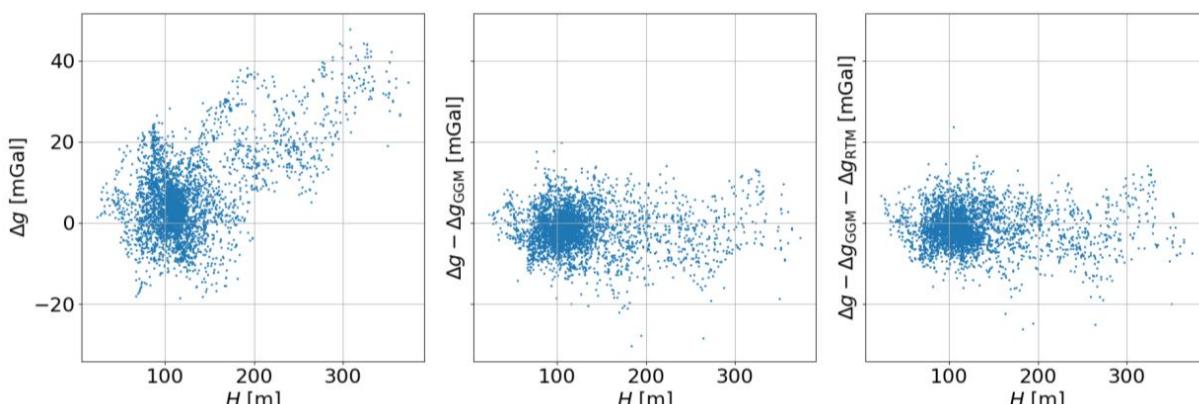
Por un lado, se observa que, al remover el efecto del GGM, la correlación de las anomalías de gravedad con la altura se reduce considerablemente. Por otro lado, debido a la baja topografía del área de trabajo, el efecto RTM no es tan significativo, pero igualmente reduce la dispersión de las anomalías de gravedad. Las anomalías residuales fueron interpoladas mediante el método LSC a los nodos de una cuadrícula con espaciamiento de  $1' \times 1'$ . Las estadísticas de las anomalías residuales puntuales e interpoladas se presentan en la Tabla 2.

**Tabla 2.** Estadísticas de las anomalías de gravedad residuales. Unidad: [mGal].

Anomalías	Mínimo	Máximo	Media	Desviación estándar
$\Delta g$ puntuales	-18.47	45.74	6.28	10.11
$\Delta g_{GGM}$ puntuales	-15.00	34.85	7.83	9.11
$\Delta g_{RTM}$ puntuales	-5.35	8.79	0.32	1.39
$\Delta g - \Delta g_{GGM}$ puntuales	-24.18	23.59	-1.56	5.09
$\Delta g_{res}$ puntuales	-26.23	23.58	-1.24	5.01
$\Delta g_{res}$ interpoladas (primera estrategia)	-20.99	21.45	-1.20	4.84

En la segunda estrategia, las anomalías de Bouguer completas, que previamente fueron determinadas en los puntos con gravedad conocida, fueron interpoladas a los nodos de la cuadrícula. Al igual que en la estrategia anterior, la interpolación se realizó mediante el método LSC, y la cuadrícula resultante tiene una resolución de  $1' \times 1'$ . La Tabla 3 presenta las estadísticas de las distintas anomalías calculadas en cada etapa de la segunda estrategia.

La primera y segunda fila muestran las anomalías de Bouguer completas sobre las estaciones gravimétricas y sobre los nodos de la cuadrícula, respectivamente. La tercera fila muestra las estadísticas



**Figura 5.** Anomalías de gravedad residuales en función de la altura.

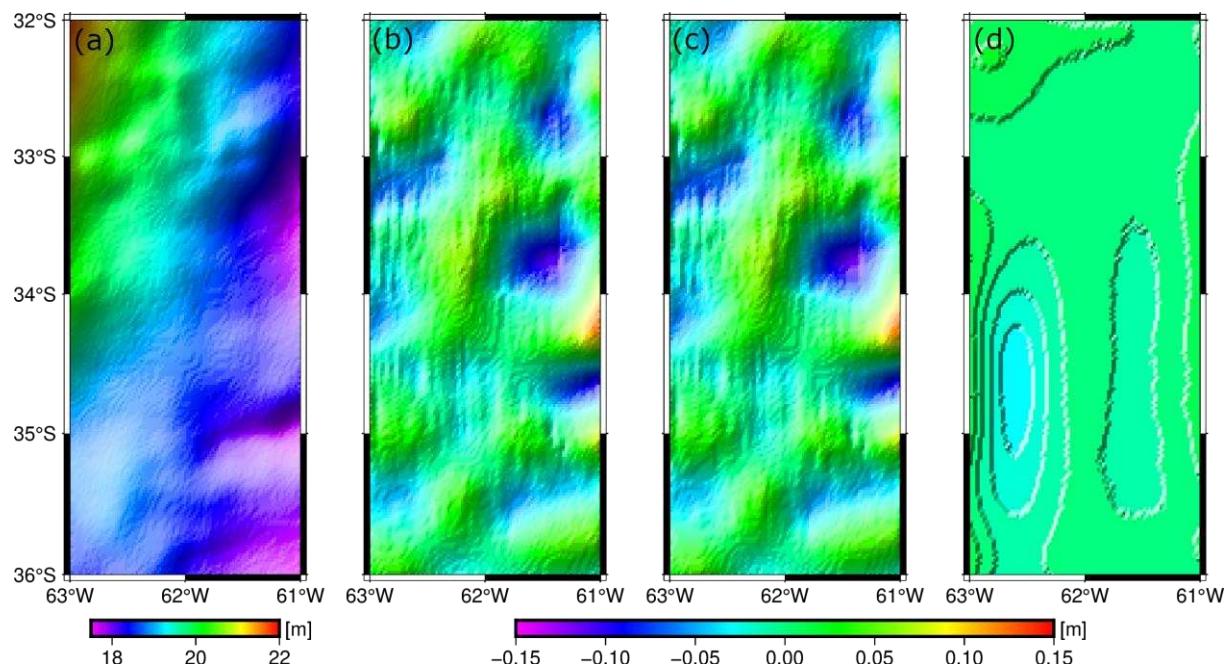
**Tabla 3.** Estadísticas de las anomalías de Bouguer. Unidad: [mGal].

Anomalías	Mínimo	Máximo	Media	Desviación estándar
$\Delta g_B$ puntuales	-31.77	15.45	-5.57	6.55
$\Delta g_B$ interpoladas	-30.12	15.57	-6.52	6.28
$\Delta g_B$ (ec. (25))	-0.67	39.38	10.94	5.89
$\Delta g$	-16.97	45.07	4.42	8.92
$\Delta g_{GGM}$	-15.20	35.01	6.07	6.92
$\Delta g_{RTM}$	-4.27	7.75	0.90	1.39
$\Delta g - \Delta g_{GGM}$	-31.45	17.17	-1.65	5.82
$\Delta g_{res}$ interpoladas (segunda estrategia)	-30.88	15.86	-1.56	4.74

del efecto gravimétrico topográfico  $\delta g_B$  calculado sobre la cuadrícula de acuerdo con la ec. (25). En la cuarta fila, se tienen las anomalías de aire libre de cuadrícula, calculadas a partir de restaurar los efectos topográficos a las anomalías de Bouguer completas interpoladas. En la quinta y sexta fila, se cuentan con los efectos del GGM y RTM, respectivamente, los cuales fueron removidos de la cuadrícula de anomalías de aire libre. Finalmente, en la séptima y octava fila, se presentan las anomalías de aire libre reducidas por el GGM, y las anomalías residuales de la cuadrícula.

## DETERMINACIÓN Y VALIDACIÓN DE LOS MODELOS DE CUASIGEOIDE

Se determinaron cuatro modelos de cuasigeoide. Los modelos  $A_{SP}$  y  $A_{1D}$  fueron determinados con la cuadrícula de anomalías construida mediante la primera estrategia, utilizando los métodos FFT esférico y FFT 1D, respectivamente.



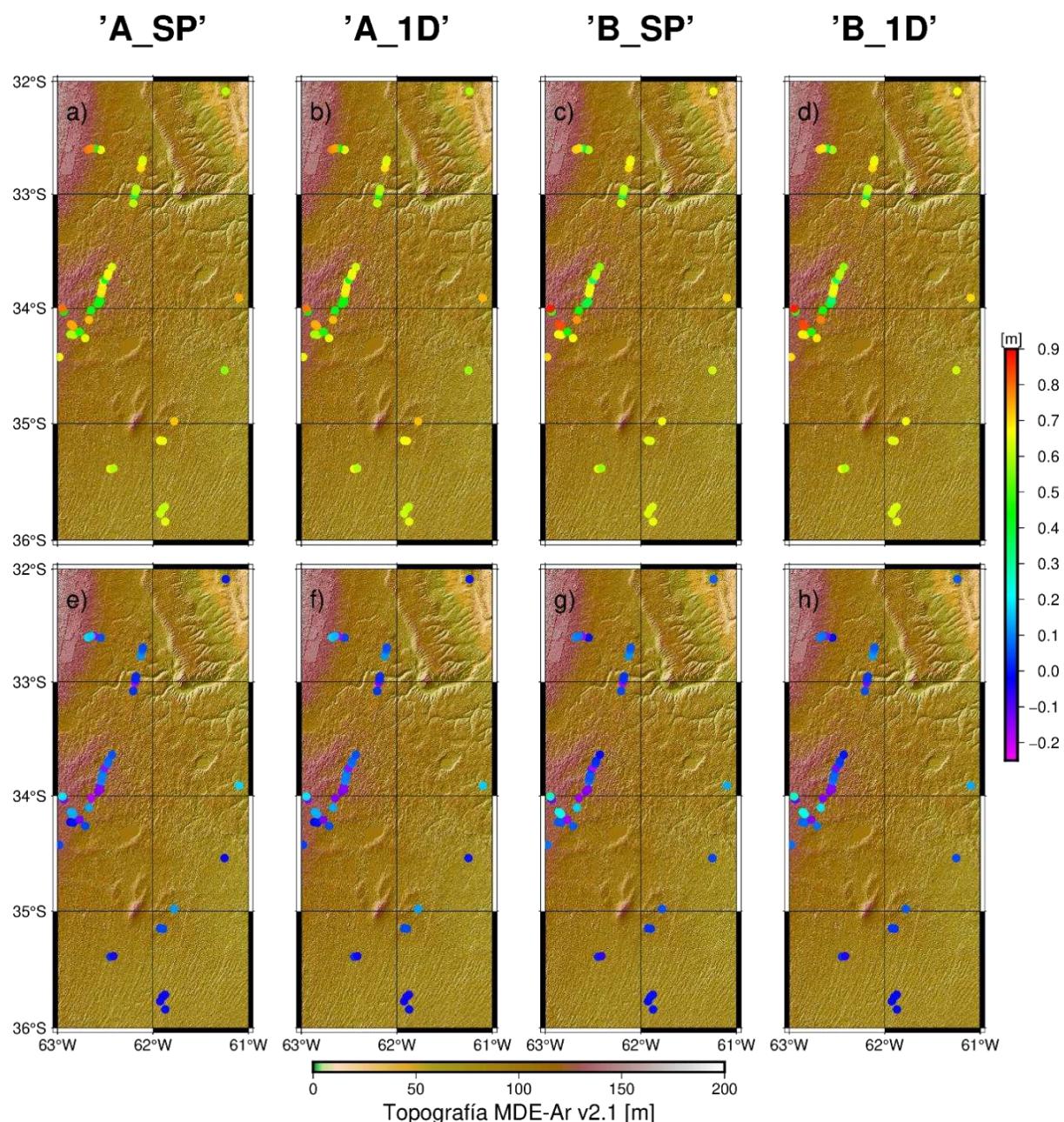
**Figura 6.** a) Modelo de cuasigeoide gravimétrico  $B_{1D}$ . b) Diferencias de los modelos  $A_{SP}$ , c)  $A_{1D}$  y d)  $B_{SP}$ , respecto de  $B_{1D}$ .

Los modelos  $B_{SP}$  y  $B_{1D}$  se generaron con la cuadrícula de anomalías residuales correspondiente a la segunda estrategia, mediante los métodos FFT esférico y FFT 1D, respectivamente. Para todos los modelos generados, se aplicó una transformación de Wong-Gore (ec. (36)) con  $N_1 = 300$  y  $N_2 = 310$ . Estos parámetros fueron determinados empíricamente analizando distintos valores de  $N_1$  y  $N_2$  entre 0 y 760, y dependen del tamaño del área de trabajo, de la calidad del GGM en el área de trabajo, y

de la calidad de los datos gravimétricos.

En la Figura 6, se observa el modelo gravimétrico  $B_{1D}$  (Figura 6a), y las diferencias respecto a este modelo de  $A_{SP}$ ,  $A_{1D}$ , y  $B_{SP}$  (Figura 6b, c y d, respectivamente), de manera que  $B_{1D}$  se utilizó como referencia para comparar el resto de los modelos. Las diferencias entre  $B_{1D}$  y ambos modelos determinados con la primera cuadrícula es del orden de 0.1 m, mientras que la diferencia máxima entre  $B_{1D}$  y  $B_{SP}$  es un orden de magnitud menor.

Los cuatro modelos fueron validados de forma absoluta en los puntos GNSS/Nivelación de acuerdo con la ec. (38), y los resultados de la validación se presentan en la Tabla 4 antes y después del ajuste del modelo de transformación de cuatro parámetros. En la Figura 7, se presentan los residuos antes (Figura 7a, b, c y d) y después del ajuste (Figura 7e, f, g y h) para cada uno de los modelos, y para XGM2019e hasta grado y orden 760.



**Figura 7.** Diferencias entre anomalías de alturas determinadas mediante GNSS y nivelación geométrica con gravimetría y derivadas de los modelos  $A_{SP}$ ,  $A_{1D}$ ,  $B_{SP}$ , y  $B_{1D}$ , respectivamente.

## DISCUSIÓN

### Precisión de los modelos de cuasigeoide

La precisión de los modelos de cuasigeoide está limitada por la calidad del GGM en la zona de trabajo, la precisión y resolución del MDE utilizado, la calidad y distribución de los datos gravimétricos, y cómo estos modelos y datos son combinados en el esquema RCR. Para estimar la precisión, los modelos fueron validados mediante puntos GNSS/Nivelación utilizando un modelo de transformación de cuatro parámetros. El modelo de transformación utilizado absorbe los posibles errores de larga longitud de onda del modelo de cuasigeoide y elimina las discrepancias entre los *datums* de los distintos tipos de alturas, aunque la precisión estimada de esta manera sí incluye los errores asociados a las alturas elipsoidales y normales ([Fotopoulos et al., 2000](#)).

Las alturas elipsoidales generalmente tienen errores del orden de cm e incluso del mm, por lo que no impactan significativamente en la estimación de la precisión de los modelos. Sin embargo, las alturas normales pueden tener errores del orden de 10 cm. En este sentido, la desviación estándar de las diferencias es una combinación de los errores del modelo y de las alturas normales.

Los modelos  $A_{SP}$  y  $A_{1D}$  tienen precisiones estimadas de 0.141 m y 0.139 m, respectivamente, mientras que tanto  $B_{SP}$  como  $B_{1D}$  alcanzan precisiones de 0.128 m (Tabla 4).

**Tabla 4.** Estadísticas de las diferencias entre las alturas elipsoidales, alturas normales y anomalías de altura obtenidas con los modelos de cuasigeoide y XGM2019e antes y después del ajuste del modelo de transformación de cuatro parámetros. Las desviaciones estándar más bajas se muestran en negrita. Unidad: [m].

Diferencia	Condición	Media	Desviación estándar	Mínimo	Máximo
$\Delta\zeta_{GGM}$	Sin ajustar	0.686	0.161	0.328	1.025
	Ajustado	0.000	0.155	-0.361	0.329
$\Delta\zeta_{A_{SP}}$	Sin ajustar	0.669	0.146	0.433	0.948
	Ajustado	0.000	0.141	-0.237	0.278
$\Delta\zeta_{A_{1D}}$	Sin ajustar	0.669	0.142	0.428	0.948
	Ajustado	0.000	0.128	-0.196	0.276
$\Delta\zeta_{B_{SP}}$	Sin ajustar	0.674	0.131	0.464	0.956
	Ajustado	0.000	0.128	-0.216	0.276
$\Delta\zeta_{B_{1D}}$	Sin ajustar	0.671	0.131	0.481	0.954
	Ajustado	0.000	0.128	-0.196	0.276

### Estrategias de interpolación de anomalías de gravedad

Los resultados de la validación absoluta de los modelos  $A_{SP}$  y  $B_{SP}$  muestran una diferencia en la desviación estándar de 0.013 m, indicando que  $B_{SP}$  es un modelo 1.3 cm más preciso que  $A_{SP}$  (Tabla 4). Entre  $A_{1D}$  y  $B_{1D}$  las diferencias son análogas, con una diferencia entre desviaciones estándar de 0.012 m, indicando que  $B_{1D}$  es 1.2 cm más preciso que  $A_{1D}$ .

Estos resultados indican que la estrategia utilizada para la determinación de la cuadrícula de anomalías de gravedad residuales influye significativamente en la precisión de los modelos, independientemente del método de integración numérica utilizado posteriormente. Esto también puede observarse en la Figura 6, donde se tiene la comparación de los modelos  $A_{SP}$ ,  $A_{1D}$  y  $B_{SP}$  con  $B_{1D}$ . Las diferencias entre los modelos desarrollados con distintas estrategias (Figura 6b y c) tienen diferencias máximas del orden de 0.1 m.

Los modelos generados con la segunda estrategia, la cual requiere una determinación previa de una cuadrícula de anomalías de Bouguer completas a la que luego se le restaura el efecto topográfico de

la placa de Bouguer y la corrección topográfica, muestran un mejor acuerdo con los puntos de doble altura que la primera estrategia. Esto puede deberse a que la segunda estrategia tiende a ser más eficaz cuando la distribución de datos gravimétricos no es lo suficientemente regular. En el área de trabajo, la distribución de datos gravimétricos en la región sur es mucho menor con respecto a la de la región norte, con lo cual es esperable que esta metodología de interpolación de lugar a modelos de cuasigeoide más precisos.

### **Efecto del método de integración sobre los modelos de cuasigeoide**

Para estudiar el impacto de cada método de integración numérica utilizado para la determinación de anomalías de altura residuales, se compararon las precisiones obtenidas para los modelos  $A_{SP}$  con  $A_{1D}$  por un lado y  $B_{SP}$  con  $B_{1D}$  por otro lado (Tabla 4).

La precisión del modelo  $A_{SP}$  es 0.02 m menor que  $A_{1D}$ , luego de la aplicación de la transformación de cuatro parámetros. En el caso de  $B_{SP}$ , su precisión coincide con la de  $B_{1D}$ . Es esperable que la precisión de los modelos determinados mediante el método FFT 1D sea mayor, puesto que el FFT esférico introduce una aproximación en la función de Stokes (ec. (31)). Sin embargo, la mejora en la precisión es milimétrica, y por lo tanto menor a la precisión de las alturas elipsoidales y normales determinadas mediante nivelación.

## **CONCLUSIONES**

En este trabajo se determinaron cuatro modelos de cuasigeoide gravimétricos puros mediante los métodos FFT esférico y FFT 1D. Cada método fue aplicado sobre cuadrículas de anomalías de gravedad residuales construidas mediante dos estrategias distintas. La primera estrategia consistió en calcular en los puntos con gravedad conocida las anomalías de gravedad residuales. Posteriormente, estas anomalías fueron utilizadas para determinar el valor de las anomalías residuales en cada nodo mediante interpolación. La segunda estrategia consistió en calcular en cada estación gravimétrica las anomalías de Bouguer completas. Luego, estas anomalías fueron interpoladas sobre una cuadrícula, y convertidas a anomalías de aire libre restaurando el efecto gravimétrico y la corrección topográfica en cada nodo. Finalmente, la cuadrícula de anomalías residuales fue construida removiendo el efecto GGM y RTM de los nodos.

Los resultados demuestran que la estrategia utilizada para la construcción de la cuadrícula de anomalías residuales tiene un efecto importante sobre la precisión del modelo de cuasigeoide. Se observa que la segunda estrategia mejora la precisión del modelo en el orden de 1 cm respecto de la primera estrategia. Por lo tanto, se recomienda esta estrategia para la construcción de cuadrículas de anomalías de gravedad residuales.

Por su parte, la elección del método FFT utilizado es irrelevante en cuanto al impacto sobre la precisión de los modelos. Si bien el método FFT 1D, a diferencia de FFT esférico, no involucra aproximaciones matemáticas, esta ventaja teórica no se vio reflejada de forma significativa en los resultados de los modelos determinados con cada método.

Los resultados de este trabajo tienen una gran importancia para la determinación de modelos de cuasigeoide regionales mediante el esquema RCR. Para la construcción de cuadrículas de anomalías de gravedad residuales, se recomienda utilizar la estrategia de interpolación basada en las anomalías de Bouguer completas. Como trabajo a futuro, se utilizarán estos resultados para la determinación de un modelo de cuasigeoide para todo el territorio argentino, que permita la determinación de coordenadas IHRF en las estaciones argentinas.

**Agradecimientos** Al Instituto Geográfico Nacional (IGN), que proveyó los datos gravimétricos, los datos GNSS/Nivelación y el modelo MDE-Ar v2.1 utilizados en este trabajo. Los autores quisieran

extender su agradecimiento por los comentarios y correcciones que los revisores han realizado a este trabajo, que sirvieron para mejorar significativamente la calidad del mismo.

## REFERENCIAS

- Antokoletz, E. D.** (2017). *Red Gravimétrica de Primer Orden de la República Argentina*. <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/60950>. Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, Universidad Nacional de La Plata
- Cimbaro, S., Lauría, E., & Piñón, D.** (2009). Adopción del nuevo marco de referencia geodésico nacional. Reporte técnico, Instituto Geográfico Militar, Buenos Aires, Argentina. [https://ramsac.ign.gob.ar/posgar07\\_pg\\_web/documentos/POSGAR\\_07\\_RAMSAC.pdf](https://ramsac.ign.gob.ar/posgar07_pg_web/documentos/POSGAR_07_RAMSAC.pdf)
- Drewes, H., Kuglitsch, F. G., Adám, J., & Rózsa, S.** (2016). The Geodesist's Handbook 2016. *Journal of Geodesy*, 90(10), 907–1205. <https://doi.org/10.1007/s00190-016-0948-z>
- Featherstone, W. E., Evans, J. D., & Olliver, J. G.** (1998). A Meissl-modified Vaníček and Kleusberg kernel to reduce the truncation error in gravimetric geoid computations. *Journal of Geodesy*, 72, 154–160. <https://doi.org/10.1007/s001900050157>
- Featherstone, W. E. & Kirby, J. F.** (2000). The reduction of aliasing in gravity anomalies and geoid heights using digital terrain data. *Geophysical Journal International*, 141(1), 204–212. <https://doi.org/10.1046/j.1365-246X.2000.00082.x>
- Forsberg, R.** (1984). *A study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity field modelling*, volumen 5. Ohio State University, Department of Geodetic Science and Surveying.
- Forsberg, R. & Sideris, M. G.** (1993). Geoid computations by the multi-band spherical FFT approach. *Manuscripta Geodaetica*, 18, 82–82.
- Forsberg, R. & Tscherning, C. C.** (2008). An overview manual for the GRAVSOFT geodetic gravity field modelling programs. Reporte técnico, DTU Space. [http://cct.gfy.ku.dk/publ\\_cct/cct19\\_36.pdf](http://cct.gfy.ku.dk/publ_cct/cct19_36.pdf)
- Fotopoulos, G., Kotsakis, C., & Sideris, M. G.** (2000). A new Canadian geoid model in support of levelling by GPS. *Geomatica*, 54(1), 53–62. <https://doi.org/10.5623/geomat-2000-0006>
- Haagmans, R. E.** (1993). Fast evaluation of convolution integrals on the sphere using 1d FFT, and a comparison with existing methods for Stokes' integral. *Manuscripta Geodaetica*, 18, 227–241.
- Heiskanen, W. A. & Moritz, H.** (1967). Physical Geodesy. *Bulletin Géodésique (1946-1975)*, 86(1), 491–492.
- Hinze, W. J., Aiken, C., Brozena, J., Coakley, B., Dater, D., Flanagan, G., et al.** (2005). New standards for reducing gravity data: The North American gravity database. *Geophysics*, 70(4), J25–J32. <https://doi.org/10.1190/1.1988183>
- Hofmann-Wellenhof, B. & Moritz, H.** (2006). *Physical Geodesy*. Springer Science & Business Media. <https://doi.org/10.1007/978-3-211-33545-1>
- Ihde, J., Sánchez, L., Barzaghi, R., Drewes, H., Foerste, C., Gruber, T., et al.** (2017). Definition and proposed realization of the International Height Reference System (IHRS). *Surveys in Geophysics*, 38, 549–570. <https://doi.org/10.1007/s10712-017-9409-3>
- Instituto Geográfico Nacional** (2016). Sistema de Referencia Vertical Nacional de la República Argentina. Reporte técnico, Buenos Aires, Argentina. [https://ramsac.ign.gob.ar/posgar07\\_pg\\_web/documentos/Informe\\_Red\\_de\\_Nivelacion\\_de\\_la\\_Republica\\_Argentina.pdf](https://ramsac.ign.gob.ar/posgar07_pg_web/documentos/Informe_Red_de_Nivelacion_de_la_Republica_Argentina.pdf)
- Instituto Geográfico Nacional** (2021). Modelo Digital de Elevaciones de la República Argentina. Reporte técnico, Buenos Aires, Argentina. [https://www.ign.gob.ar/archivos/Informe\\_MDE-Ar\\_v2.1\\_30m.pdf](https://www.ign.gob.ar/archivos/Informe_MDE-Ar_v2.1_30m.pdf)
- Johnston, G., Riddell, A., & Hausler, G.** (2017). The International GNSS Service. *Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems*, Springer Handbooks. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-42928-1\\_33](https://doi.org/10.1007/978-3-319-42928-1_33)
- Moritz, H.** (1978). Least-squares collocation. *Reviews of Geophysics*, 16(3), 421–430. <https://doi.org/10.1029/RG016i003p00421>
- Moritz, H.** (1980). *Advanced Physical Geodesy*. Advances in Planetary Geology.
- Moritz, H.** (2000). Geodetic reference system 1980. *Journal of Geodesy*, 74(1), 128–133. <https://doi.org/10.1007/BF02521480>
- Mäkinen, J.** (2021). The permanent tide and the International Height Reference Frame (IHRF). *Journal of Geodesy*, 95(9), 106. <https://doi.org/10.1007/s00190-021-01541-5>
- Piñón, D.** (2016). *Development of a precise gravimetric geoid model for Argentina*. Universidad RMIT, Alemania. [https://researchrepository.rmit.edu.au/view/pdfCoverPage?instCode=61RMIT\\_INST&filePid=13248372990001341&download=true](https://researchrepository.rmit.edu.au/view/pdfCoverPage?instCode=61RMIT_INST&filePid=13248372990001341&download=true). Tesis de doctorado

- Sansò, F. & Sideris, M. G., editores (2013). *Geoid Determination: Theory and Methods*. Springer Science & Business Media. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-74700-0>
- Schwarz, K. P., Sideris, M. G., & Forsberg, R.** (1990). The use of FFT techniques in physical geodesy. *Geophysical Journal International*, 100(3), 485–514. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1990.tb00701.x>
- Sánchez, L., Ågren, J., Huang, J., et al.** (2021). Strategy for the realisation of the International Height Reference System (IHRS). *Journal of Geodesy*, 95, 33. <https://doi.org/10.1007/s00190-021-01481-0>
- Tocho, C. & Vergos, G. S.** (2015). Estimation of the Geopotential Value  $W_0$  for the Local Vertical Datum of Argentina using EGM2008 and GPS/Levelling Data. *IAG 150 Years*, volumen 143 of *International Association of Geodesy Symposia*. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/1345\\_2015\\_32](https://doi.org/10.1007/1345_2015_32)
- Tocho, C. N., Antokoletz, E. D., Gómez, A. R., Guagni, H., & Piñon, D. A.** (2022). Analysis of high-resolution global gravity field models for the estimation of International Height Reference System (IHRS) coordinates in Argentina. *Journal of Geodetic Science*, 12(1), 131–140. <https://doi.org/10.1515/jogs-2022-0139>
- van Hees, G. S.** (1991). Stokes formula using Fast Fourier Techniques. *Determination of the Geoid*, volumen 106 of *International Association of Geodesy Symposia*. Springer, New York, NY. [https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3104-2\\_47](https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3104-2_47)
- Wong, L. & Gore, R.** (1969). Accuracy of geoid heights from modified Stokes kernels. *Geophysical Journal International*, 18(1), 81–91. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1969.tb00264.x>
- Yıldız, H., Forsberg, R., Ågren, J., Tscherning, C., & Sjöberg, L.** (2012). Comparison of remove-compute-restore and least squares modification of Stokes' formula techniques to quasi-geoid determination over the Auvergne test area. *Journal of Geodetic Science*, 53–64. <https://doi.org/10.2478/v10156-011-0024-9>
- Zingerle, P., Pail, R., Gruber, T., & Oikonomidou, X.** (2020). The combined global gravity field model XGM2019e. *Journal of Geodesy*, 94, 1–12. <https://doi.org/10.1007/s00190-020-01398-0>

# Estudio de la emisión acústica de la fractura de rocas basálticas en ensayo de compresión uniaxial

## *Study of the acoustic emission of basaltic rock fracture in uniaxial compression test*

Alejandra Vesga-Ramírez<sup>1,2</sup>, Dino Filipussi<sup>1,3</sup>, Emilio Camilión<sup>4</sup> & Martín Gómez<sup>1,2</sup>

**Resumen** La emisión acústica (EA) es un fenómeno útil para estudiar materiales estructurales bajo condiciones de carga variables. A partir de vincular el comportamiento mecánico y algunos parámetros de la EA se puede obtener información sobre los procesos de nucleación y crecimiento de fisuras. En el monitoreo de estructuras volcánicas es de interés el estudio de las ondas elásticas generadas por la fractura de rocas. En este trabajo se realizaron ensayos de compresión uniaxial hasta la rotura en rocas basálticas extraídas del volcán Peteroa de Argentina y se registró la EA generada con el objetivo de comprender los mecanismos de fractura y obtener parámetros indicadores que permitan interpretar la dinámica de las fallas en rocas, en muchos casos por compresión. La carga, controlada por desplazamiento, fue aplicada por etapas de aumento lineal y otras de carga constante en función del tiempo. La amplitud y también los hits, las cuentas y la energía acumulada fueron los parámetros más representativos para evaluar el avance del daño en la roca. El modo de fractura predominante durante cada etapa de carga se midió mediante un método gráfico que vincula la FM y el valor RA. En las etapas iniciales de carga el modo predominante de fractura fue el ténsil, mientras que en la última etapa aumentó la cantidad de señales provenientes de fracturas de tipo corte. También se calculó el valor b-value, el cual fue disminuyendo mientras el daño y la energía de la EA aumentaban. Los resultados obtenidos permiten una caracterización a tiempo real del avance del daño de la roca.

**Palabras clave** Emisión acústica, basalto, volcán Peteroa, fractura tipo tensil, fractura tipo corte.

**Abstract** Acoustic emission (AE) is a useful phenomenon to study structural materials under varying loading conditions. By linking mechanical behavior with certain AE parameters, information about nucleation processes and crack growth can be obtained. In the monitoring of volcanic structures, the study of elastic waves generated by rock fracture is of interest. In this work, uniaxial compression tests were carried out until rupture in basaltic rocks extracted from the Peteroa volcano in Argentina, and the generated AE was recorded with the aim of understanding the fracture mechanisms and obtaining indicator parameters that allow interpreting the dynamics of rock faults, often under compression. The load, controlled by displacement, was applied in stages of linear increase and others of constant load as a function of time. The amplitude, hits, counts, and accumulated energy were the most representative parameters to evaluate the damage progress in the rock. The predominant fracture mode during each loading stage was measured by a graphical method linking the FM and the RA value. It was calculated that in the initial stages, the predominant mode was tensile, while in the last stage, the number of signals from shear cracks was higher. The b-value was also calculated and found to decrease as the damage and AE energy increased. The results obtained allow a real-time characterization of the rock damage progress.

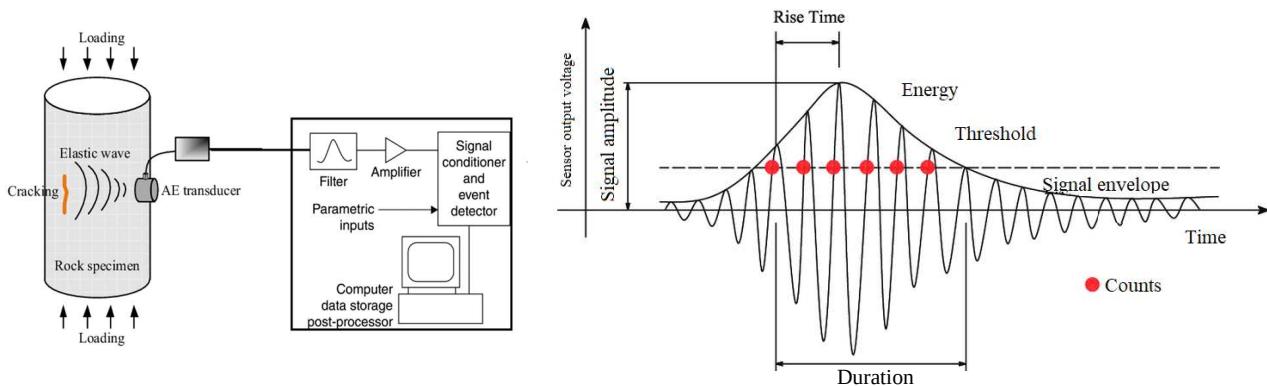
**Keywords** Acoustic emission, basalt, Peteroa volcano, tensile crack, shear crack.

<sup>1</sup>Grupo de Ondas Elásticas, ICES, Centro Atómico Constituyentes, CNEA, Argentina. Email: alejandravesga@cnea.gov.ar

<sup>2</sup>Grupo de Emisión Acústica, FRD, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina.

<sup>3</sup>Departamento de Física, ECyT-UNSAM, Universidad Nacional de San Martín, Argentina.

<sup>4</sup>YPF-Tecnología, Berisso, Argentina.



**Figure 1.** Acoustic Emission detection principle and typical parameters of the received AE signal.

## INTRODUCTION

Acoustic Emission (AE) is a widely studied phenomenon that occurs when a material releases energy in the form of elastic waves in response to a stimulus (Ono, 2011; Calabrese & Proverbio, 2020; Casals et al., 2021). These waves, generated by an AE source, can be attributed to microfracture formation, fracture reactivation, fracture propagation, among other processes (Carrasco et al., 2021; Zhao et al., 2022; Li et al., 2022; Niu et al., 2023). Various studies utilizing AE have enhanced our understanding of the formation, growth, and prediction of damage in a variety of materials and rocks (Rodríguez & Celestino, 2019; Zhang et al., 2021; Dong et al., 2023; Cao et al., 2023). Furthermore, advancements in AE research have led to the application of this technique in additional research areas. Recently, AE detection has been employed to analyze fractures induced by changes in fluid pressure in pores and fluid injection (Wu et al., 2022; Shi et al., 2023). These findings have expanded the possibilities of AE and provided new insights into material responses to different loading stress.

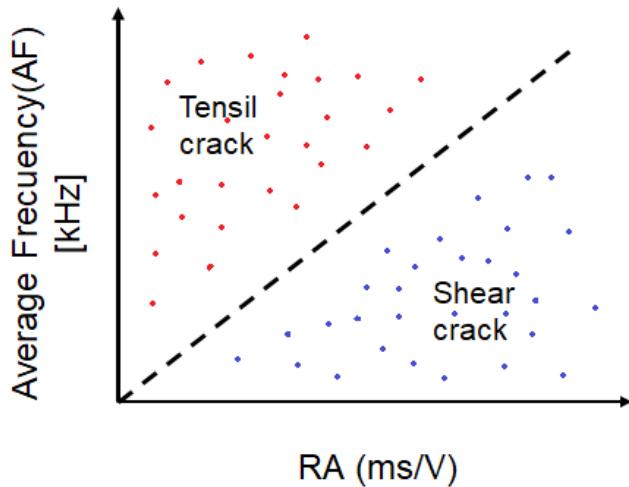
Most AE studies are concerned with analyzing rock fracture under a single stressed state (Wieser et al., 2015; Wang et al., 2019). However, in practical engineering scenarios, rocks frequently undergo complex stress conditions. The aim of this work is to advance towards a better understanding of fracture mechanisms and failures prediction by investigating the mechanical characteristics and properties of Acoustic Emission (AE) sources in rocks subjected to compression tests under varying load conditions. The resulting failure model from such complexity plays a pivotal role. This knowledge is particularly relevant in areas where surrounding rocks to critical geological and geotechnical structures, such as mountain tunnels, oil well walls, or volcanoes, are subjected to different stress conditions.

## THEORETICAL FOUNDATIONS

### Principle of Acoustic Emission detection

To detect AE, sensors or transducers are used, placed on the surface of the material to be inspected. These devices are designed to capture the elastic waves generated by the material during its normal operation or when subjected to loads or changes in its state. These waves are converted into an electrical signal by the sensor, amplified by the preamplifier, and transmitted to a computer for processing and recording, as shown in Figure 1.

Among the primary features of AE are the Amplitude (A), expressed in dB, indicating the maximum magnitude reached by the AE signal; the Rise Time (RT), in microseconds, representing the time at which occurs that Amplitude and the “energy”, in voltage-time units, defined as the measured area under the rectified AE signal envelope (MARSE). Also, secondary parameters such as the RA value (RA), describing the ratio between RT and Amplitud, as the inverse of the slope at which the maximum amplitude is reached from the beginning of the event; and the Average Frequency (AF), representing



**Figure 2.** Schematic diagram of the mean frequency (AF) vs. RA graph for discriminating tensile and shear fractures.

a mean frequency value of the acoustic waves generated during the event. Additionally, the event duration, indicating the time interval during which the acoustic waves were detected, total released energy, counts, among other parameters, are recorded.

### Classification of fracture modes based on AE

The classification of AE events plays a crucial role in the analysis of this phenomenon. A commonly used technique for classifying these events is based on the AF vs RA graph (Jiao, 2019; Wang, 2021). Typically, tensile mode fracture AE signals have higher amplitude and shorter rise time than shear fracture signals. Furthermore, the AE average frequency is higher in tensile mode than in shear mode.

The RA value (RA) parameter is obtained from the ratio of Rise Time divided by the Amplitude:

$$RA = \frac{\text{RiseTime [ms]}}{\text{Amplitude [V]}} = \text{units} \in \text{ms/V}. \quad (1)$$

The Average Frequency (AF) parameter is obtained from the ratio of Counts/Duration:

$$AF = \frac{\text{Counts}}{\text{Duration [ms]}} = \text{units} \in \text{kHz}. \quad (2)$$

The AF vs RA graph is a visual representation that allows the evaluation and differentiation of different fracture modes in AE events. In this graph, AE events are represented by dots as depicted in Figure 2.

By interpreting the position of points on the graph, it is possible to classify events into different fracture categories. For example, in Figure 2, events located in a region of the graph, with a high AF ratio and a relatively low RA value, typically correspond to tensile fracture events. On the other hand, events situated in a region with a low AF and a high RA could be associated with shear fracture events.

### b-value

In the field of seismology, the Gutenberg-Richter law (1954) establishes a relationship between seismic signals of magnitude  $A$  and the cumulative number of seismic events  $N$  with amplitudes equal to or greater than  $A$  (Filipussi, 2018). This relationship follows a potential-type dependency pattern:

$$N = C \cdot A^{-b} \quad (3)$$

And is usually expressed on a logarithmic-logarithmic scales as:

$$\log N = a - b \cdot \log A \quad (4)$$

This relationship is presented as a linear function, where  $a$  and  $b$  are constants. The exponent  $b$  (b-value) represents the relative proportion of fracture events of different sizes advancing during material damage and corresponds to the slope in this linear relationship.

In the context of our AE signal analysis,  $N$  represents the cumulative number of AE events with amplitudes greater than or equal to  $A$  (Shi, 2023). Data acquisition from the AE equipment plate is described by the following relationship:

$$A_{dB} = 20 \cdot \log \left( \frac{A}{A_0} \right) \quad (5)$$

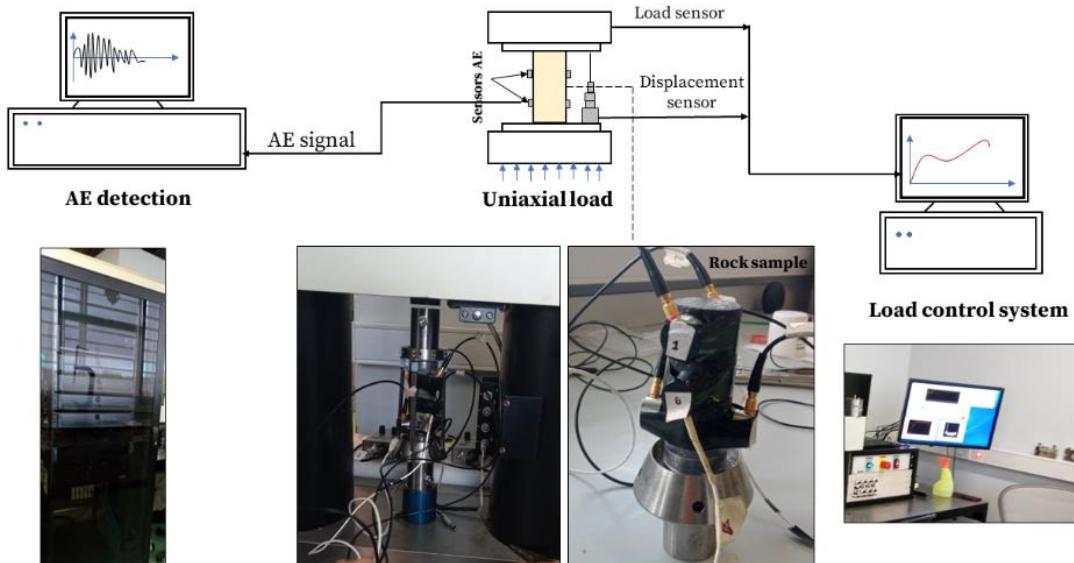
where  $A_{dB}$  is the amplitude measured in decibels;  $A$  is the amplitude measured in volts at the output of the piezoelectric sensor (without signal amplification) and  $A_0 = 1 \mu V$  is the reference unit of amplitude. Finally, by replacing Eq. 5 into Eq. 4, the expression used in this work is:

$$\log N = a - b \cdot \left( \frac{A_{dB}}{20} \right) \quad (6)$$

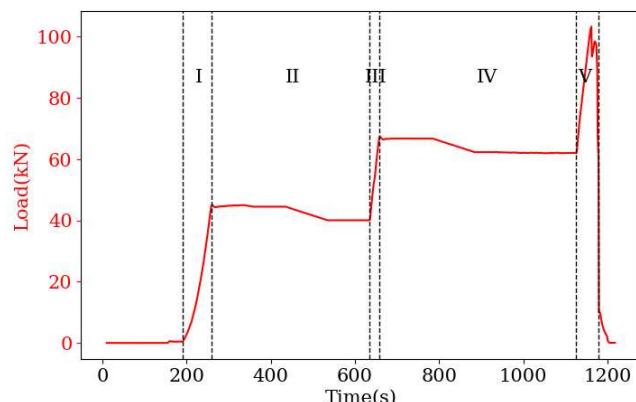
The discernible shifts in b-values are considered to condense crucial precursor information, offering valuable insights into the intricate dynamics of seismic activity. This analytical approach has found widespread application in the exploration of the intricate relationship between seismic magnitude and frequency within the realm of seismology. Anomalous variations in b-values could be a key tool for unraveling the nuanced patterns and predictive cues associated with seismic events, enhancing our understanding of the behavior of the fracture process, and contributing to the advancement of earthquake prediction methodologies. Hence, examining the fluctuation of b-values within AE signals is essential to grasp the underlying mechanisms behind the evolution of the rock damage ([Rao & Lakshmi, 2006](#); [Xie et al., 2023](#)).

## METHODOLOGY

Simple uniaxial compression tests were performed to three basalt rock specimens from the Peteroa volcano (Argentina). Specimen dimension of this tests was 89.94 mm in length and 37.93 mm in diameter. The load was applied with a servo hydraulic mechanical testing machine with a maximum load capacity of 440 kN. The tests were performed until specimen failure. Data recorded in this study were acquired using a two-channel Physical Acoustic Corporation AE equipment. The AE parameters were measured during loading process. AE signals were conditioned with a 40 dB preamplifier and filtered through a 20 kHz high-pass filter and a 1 MHz low-pass filter. Two WD PAC sensors were used. The sampling rate was 5 Msamples per second. The detection threshold was set at a value of 42 dB to reject the ambient noise. Digital signal parameters and data were continuously stored in the PC based AE System for subsequent processing. The schematic diagram and photos of the acquisition system are illustrated in Figure 3.



**Figure 3.** Experimental design for Acoustic Emission signal acquisition during uniaxial load-controlled rock fracture test.



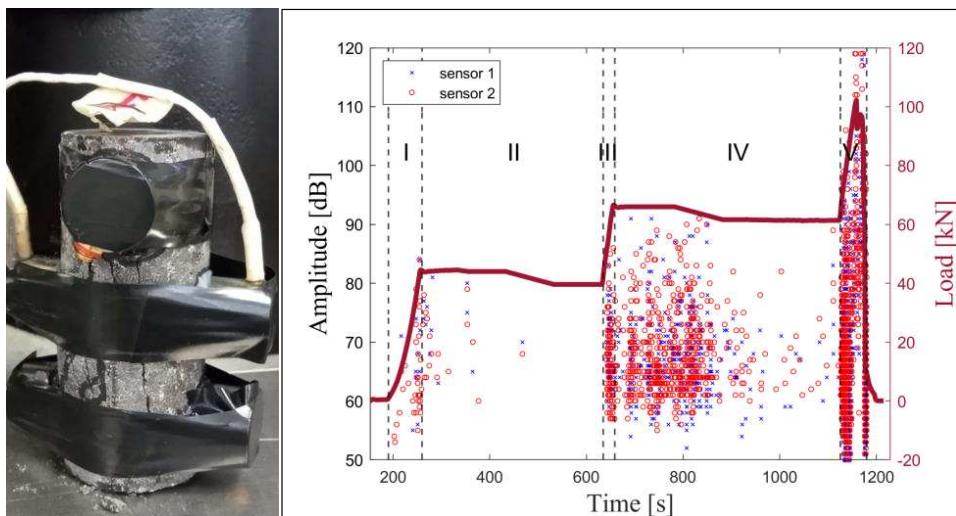
**Figure 4.** AE amplitude and load stages during the compression test.

### Staged division of the test

The load evolution was programmed as five clearly defined stages, depicted in Figure 4. Initially, the load was incrementally raised until reaching 45.5 kN. Subsequently, the second stage maintained a constant load and decrease until 40.6 kN. The third stage witnessed a load transition from 40.6 kN to 67.4 kN. Following this in the four stages, the load was once again held constant until 790s and decrease until 61.8 kN. Finally, in the fifth stage, the load escalated from 61.8 kN to 103.5 kN, marking the point at which specimen fracture occurred. Throughout each of these stages, constant loading between positive slope loading steps was performed to monitor the damage evolution across different stress levels.

## RESULTS

The results presented herein showcase the outcomes of testing for one of the three specimens. These results are consistently replicated for all specimens tested and measured across both channels. AE waveforms and parameters were re-processed by AE Win software. To avoid the ambient noise the AE signals were refiltered with an amplitude threshold of 50 dB. Also, parametric filters for Energy, and Rise Time were applied. Then 2749 hits of AE were identified for both channels during the experiment.



**Figure 5.** Applied load on the rock (red line) and amplitude of AE hits (blue and red markers) recorded during the test over time.

In the following section an analysis of the most representative AE parameters will be presented. These parameters were selected for their ability to show indications when the fracture of the rock sample evolves until rupture during the test.

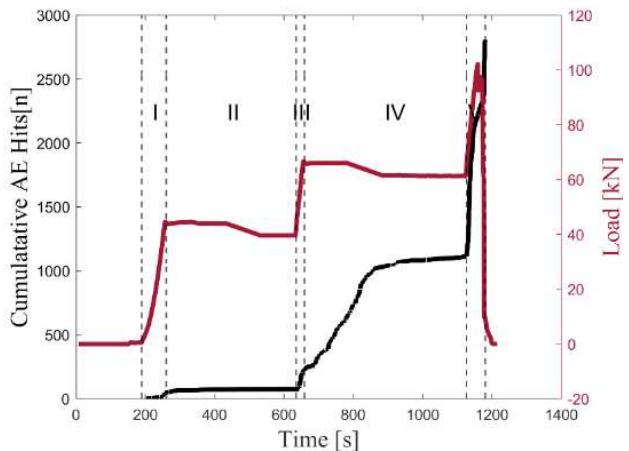
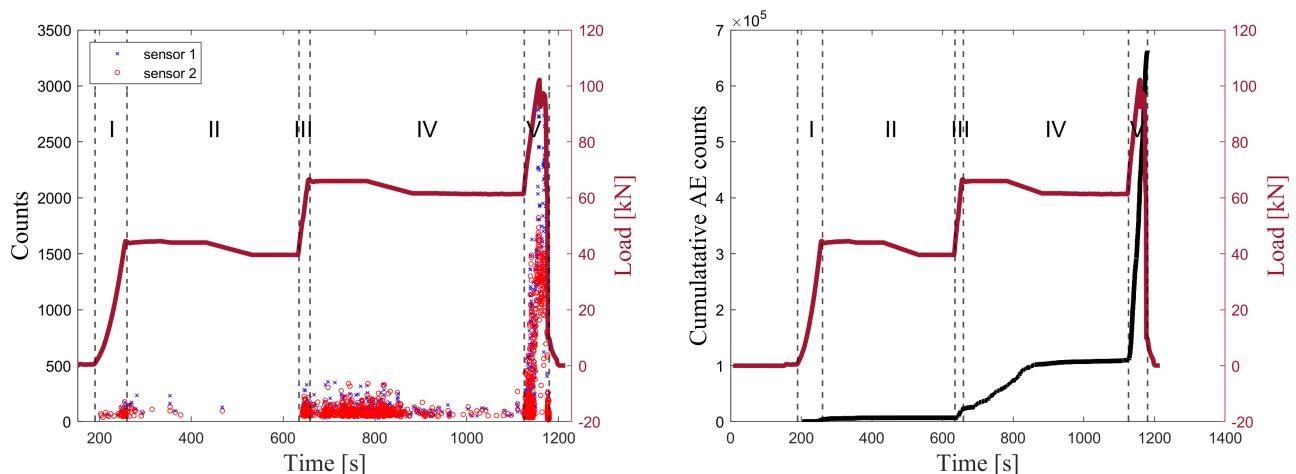
### Amplitude

This parameter refers to the maximum amplitude value of the AE signal for each hit, represented in dB. Figure 5 displays the recorded amplitudes at each sensor for each detected AE event. The highest amplitude occurred at the time of unstable crack propagation coinciding with the maximum applied load. By overlaying in the graph of Figure 5 the applied load on the specimen and the amplitude of AE hits, it can be observed how the occurrence and amplitude of AE hits increases in correlation with the load increment (stage I, III, V). Similarly, in the same graph, a decrease in the number of the recorded AE hits is observed when the load remains constant (stage II and IV).

### Accumulated hits vs time

The hit occurrence time (“hit time”) refers to the moment when an AE event is deemed to commence. This happens when the signal of each hit first surpasses the threshold. Figure 6 illustrates the accumulated hits (the cumulative sum of hits over time) from both acquisition channels, demonstrating their correlation with applied load. It can be observed that towards the end of stage I, there is a rise in hits, causing a slight elevation in the slope of accumulated hits. However, as the load remains constant in stage II, the hits remain steady. Only in stage III, when the load reaches 60%, do the hits begin to increase, indicating that considerable damage to the specimen may occur beyond 40%. In stage IV, the hits continue to grow if the load remains constant; however, if the load decreases, as observed around 900 s, the accumulated hits cease to increase, suggesting susceptibility to damage occurs around 60%. This is consistent with stage V, where the load returns to 60%, and the accumulated hits spike, reaching their maximum peak near the load’s maximum peak and the total fracture of the samples rocks.

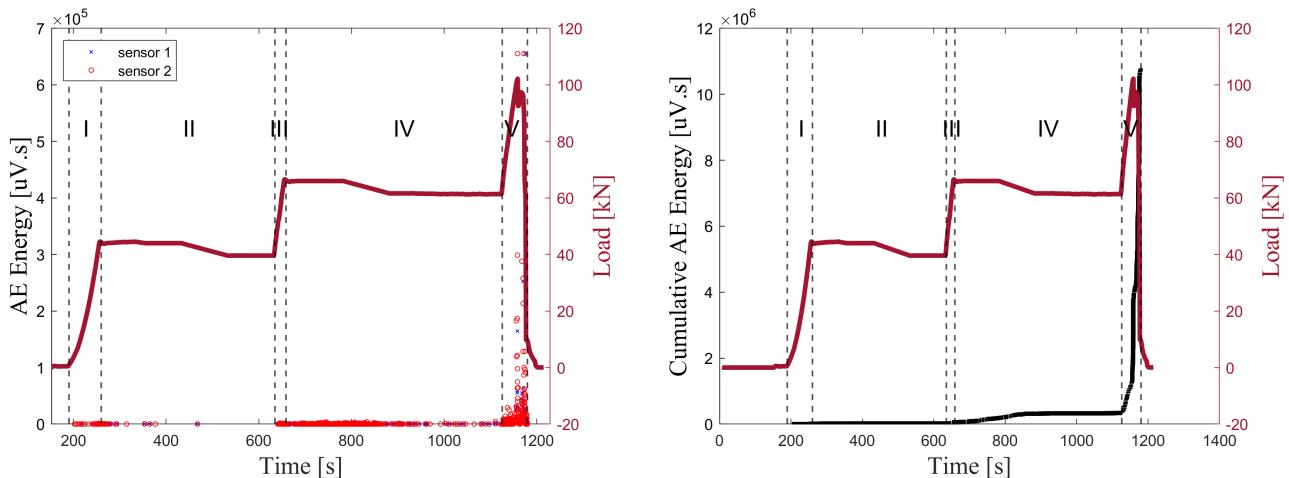
Counts The parameter “counts” denotes the frequency of signal amplitudes exceeding a predefined voltage threshold for each AE hit. On the left side of Fig. 7, the count of occurrences recorded for each AE channel is observed throughout the test duration. On the right side of Figure 7, the cumulative count is depicted, overlaying the applied load curve during the test. During stages I and II, the cumulative counts remain at a constant and low value. In stage III, a significant increase in the slope of cumulative counts is evident, signifying the onset of damage for the first time to the specimens. In stage IV,

**Figure 6.** AE cumulative hits and load vs time.**Figure 7.** Left: Counts recorded by each sensor over time. Right: Cumulative counts from both sensors. The red line represents the applied load curve in the test.

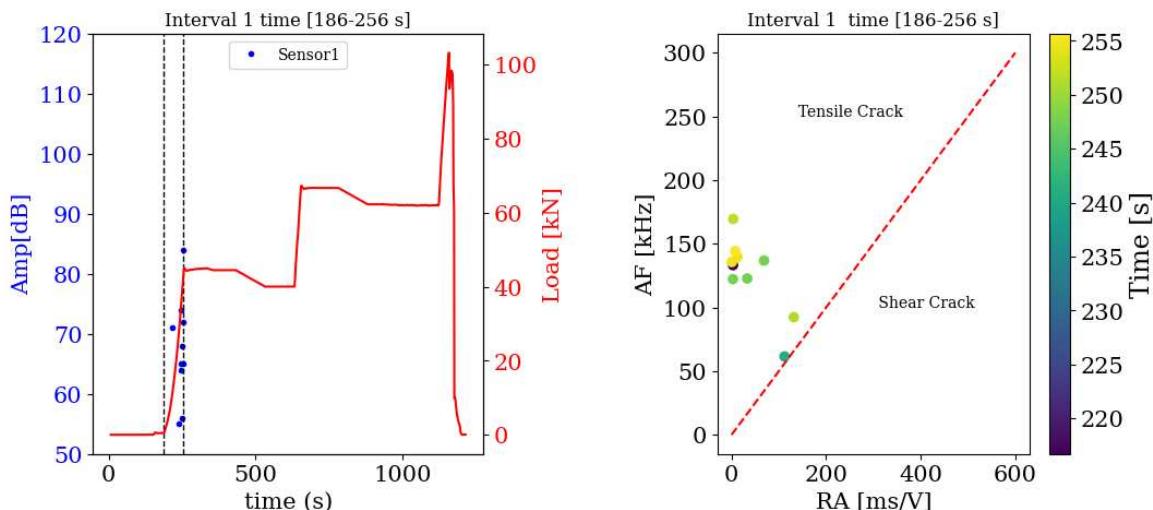
this damage initiated in stage III continues if the load remains constant; however, when the load is decreased, the cumulative AE counts stabilize, indicating that the specimen is susceptible in this part to damage around the 60% of previous peak load. Subsequently, in stage V, when the load returns to its previous maximum, the cumulative counts resume their consistent rise in accordance with the maximum applied load.

### MARSE Energy

This parameter, known as “Energy”, is defined as the measured area under the rectified AE signal envelope (MARSE), represented in voltage-time units. The left graph in Figure 8 illustrates the hit energy for channels 1 and 2 during the test. On the right graph, the accumulated energy displays a significant increase towards the end of the test, especially in the final stage when the specimen fractures near the limit of the maximum applied load. Throughout stages I and II, the AE Energy remained at a low level. It's only after the peak load in stage III that a slight increase in energy is observed in comparison; however, in stage V, when the load decreases, the energy remains stable. Finally, as we enter the last stage, V, the energy experiences a sharp increase, reaching its maximum at the peak load moment. These abrupt changes in energy are linked, according to other studies, to fracture processes, damage, and energy dissipation within the specimen [(Du, 2020); (Ou, 2024)].



**Figure 8.** Left: Energy received by both channels over time. Right: Cumulative energy from all sensors over time.

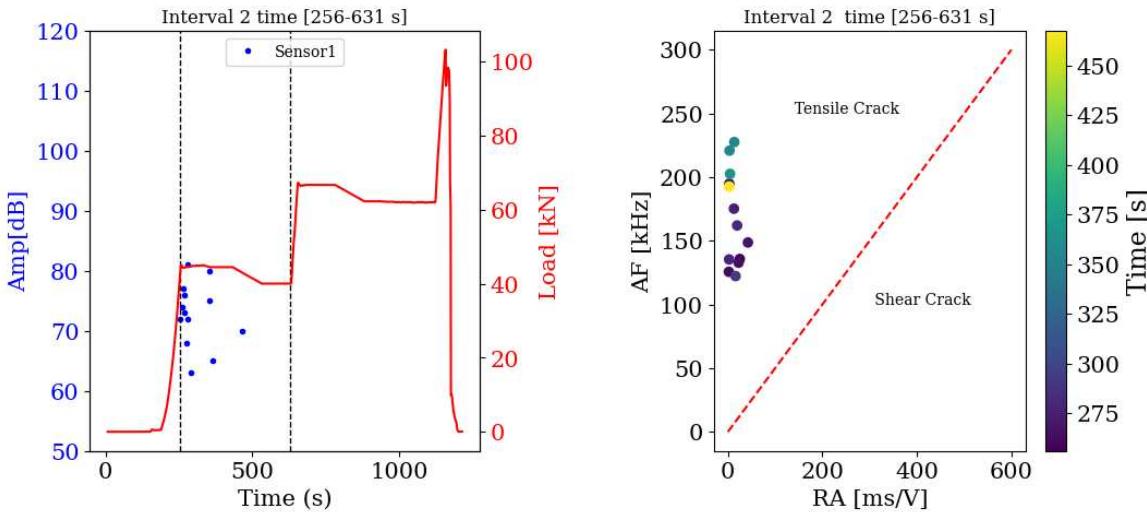


**Figure 9.** Left: AE events detected by sensor 1 in the time interval 186-256 s based on their amplitude. The applied load on the rock is shown in red. Right: AF vs RA, exposing the predominant fracture modes (tensile or shear).

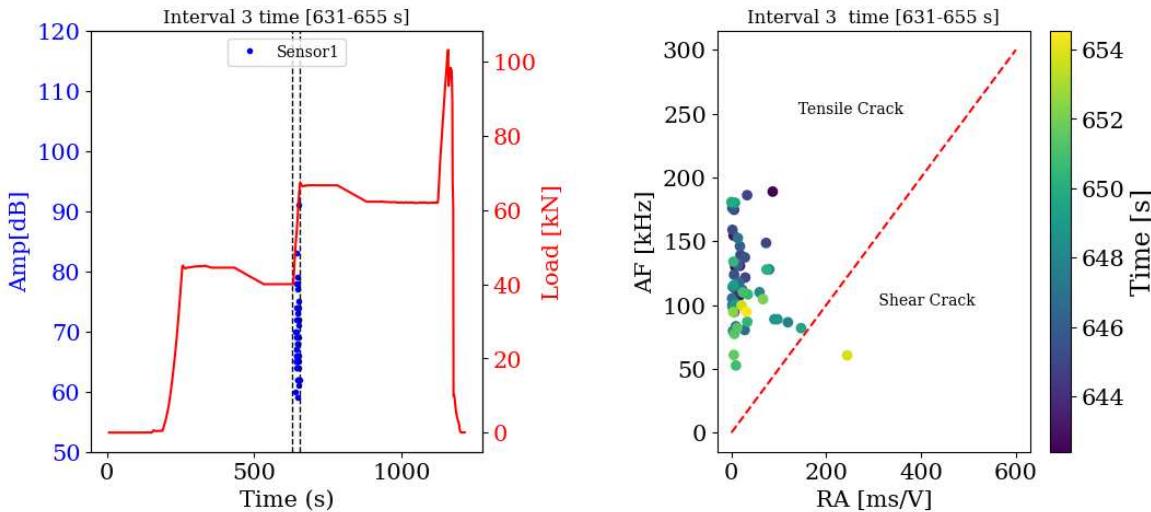
### Evolution tensil and shear fracture

The following are the time intervals corresponding to the different stages of the test, along with the respective analysis of the results obtained. During each interval, trends in the secondary parameters RA and AF were examined to determine the predominant fracture modes (tensile or shear). In the crack classification method based on two indices of AF value and RA value, a manual line of 45° is usually adopted to classify the tensile, shear and mixed mode cracks (Niu et al., 2020; Li et al., 2022). According to the research of Niu et al. (2020) on the classification of rock crack types, we choose the ratio of RA-AF of 2:1 as the transition line between tension and shear cracks in the next figures.

**Stage I (186-256 s) - Load increase** In this interval, a total of 41 hits were recorded, with 10 AE hits detected in channel 1 and 31 AE hits in channel 2. During this interval, the applied load on the basalt rock sample increased for the first time, reaching 40 kN. Figure 9 illustrates the maximum amplitude of the events identified in channel 1, as well as the classification of hits in terms of tensile or shear fracture modes, based on the AF vs RA graph. Out of the 10 events recorded in channel 1, all events were identified as tensile events.



**Figure 10.** Left: AE events detected in the 280-623 s time interval in terms of their amplitude. The applied load on the rock is shown in red. Right: AF vs RA, illustrating the predominant fracture modes (tensile or shear).

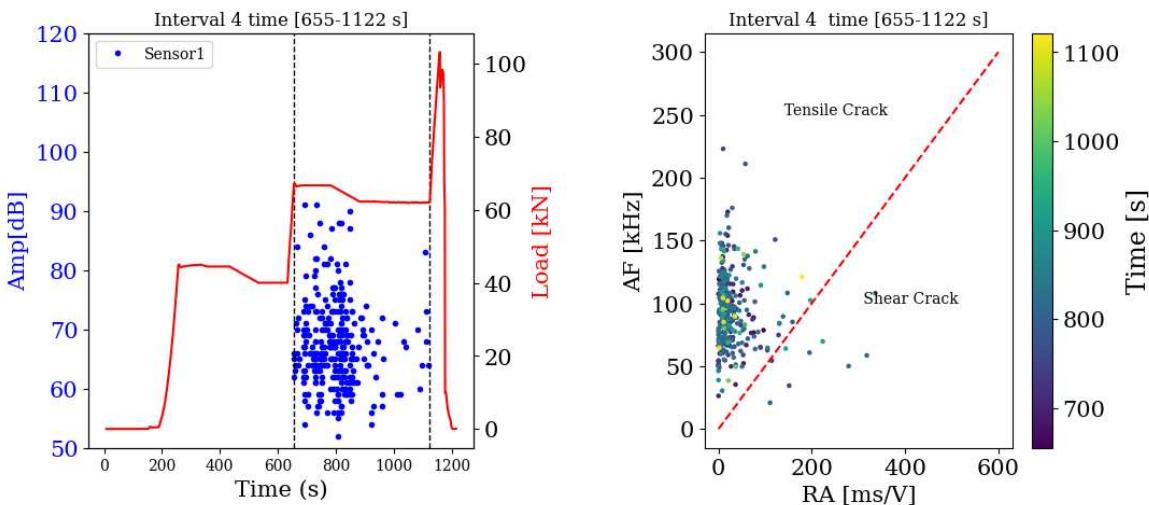


**Figure 11.** Left: AE events detected in the time interval 631-655 s based on their amplitude. The applied load on the rock is shown in red. Right: AF vs RA, exposing the predominant fracture modes (tensile or shear).

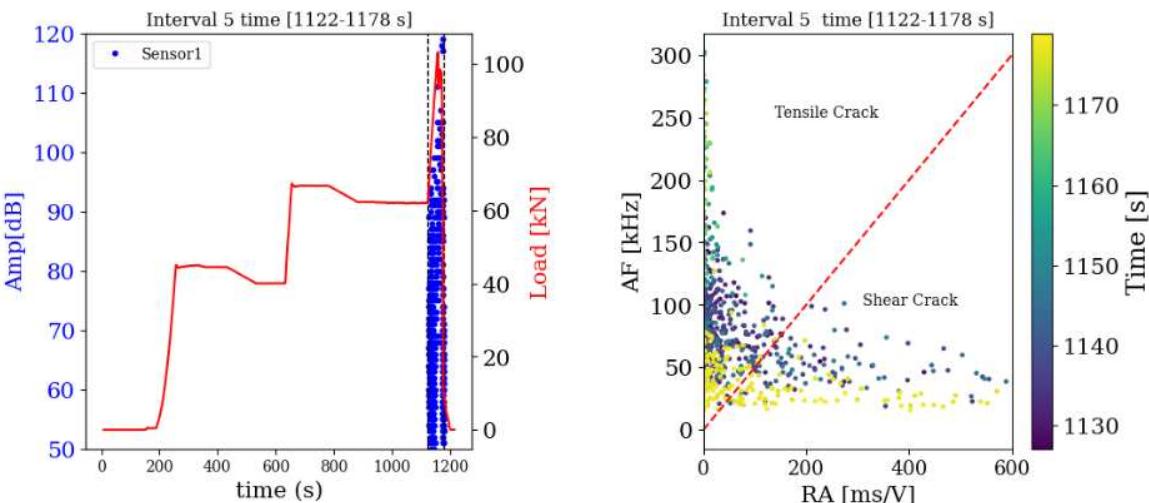
**Stage II (256-631 s) - Constant load and decrease** In this interval, the load remained constant and decreased in the final part. A total of 34 hits were recorded, with 13 AE hits detected in channel 1 and 21 hits in channel 2. Figure 10 illustrates the maximum amplitude of the events identified in channel 1, as well as the classification of hits in terms of tensile or shear fracture modes, based on the AF vs RA graph. Out of the 13 hits recorded in channel 1, all 13 hits were identified as tensile events.

**Stage III (631-655 s) - Increased load** In this interval, the applied load on the basalt rock sample increased for the second time, reaching 65 kN. A total of 146 hits were identified, with 54 AE hits in channel 1 and 92 AE hits in channel 2. Figure 11 illustrates the maximum amplitude of the events detected in channel 1 and the events classified as tensile or shear fractures based on the AF vs RA graph. Out of the 54 events in channel 1, 53 were classified as tensile events, and 1 as shear events.

**Stage IV (655-1122 s) - Constant load-decreased** During this interval, the load remained constant, decreased, and then returned to a constant state in the final segment. A total of 891 events were identified between channel 1 (313 AE events) and channel 2 (578 AE events). Figure 12 shows the maximum amplitude of the events detected in channel 1 and the events classified as tensile or shear



**Figure 12.** Left: AE events detected within the time interval of 650-1110 s as a function of their amplitude. The applied load on the rock is highlighted in red. Right: AF vs RA, illustrating the predominant fracture modes (tensile or shear).



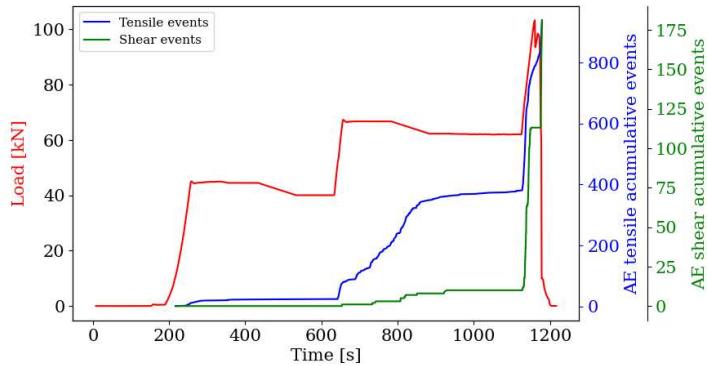
**Figure 13.** Left: AE events detected in the time interval 1122-1178 s based on their amplitude. The applied load on the rock is shown in red. Right: AF vs RA, exposing the predominant fracture modes (tensile or shear).

fractures based on the AF vs RA graph. Out of the 313 events in channel 1, 304 were classified as tensile events, and 9 as shear events.

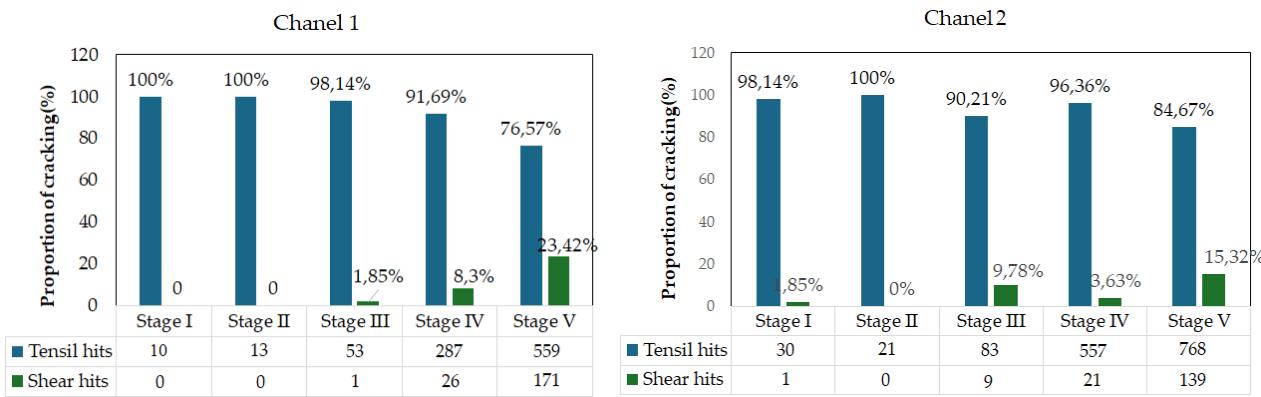
**Stage V (1122-1178s) - Increased load until rock fracture** In this stage, the applied load on the basalt rock sample increased for the third time, from 62 kN to 110 kN, resulting in the fracture of the rock. A total of 1637 events were identified between channel 1 (730 AE events) and channel 2 (907 AE events). Figure 13 shows the maximum amplitude of the events detected in channel 1 and the events classified as tensile or shear fractures based on the AF vs RA graph. Out of the 730 events in channel 1, 569 were classified as tensile events, and 171 as shear events. Towards the end of the stage (yellow color dots), there is a significant increase in shear-type events with low AF and high RA values.

#### Proportion of classified cracks under different stress levels

The correlation between cumulative tensile events, cumulative shear events, and the applied load is illustrated in Figure 14. Notably, the cumulative tensile events throughout the loading process notably



**Figure 14.** Accumulated AE tensile events and shear events over time.



**Figure 15.** Proportion of cracking of tensile and shear for sensor 1 and sensor 2 in each stage.

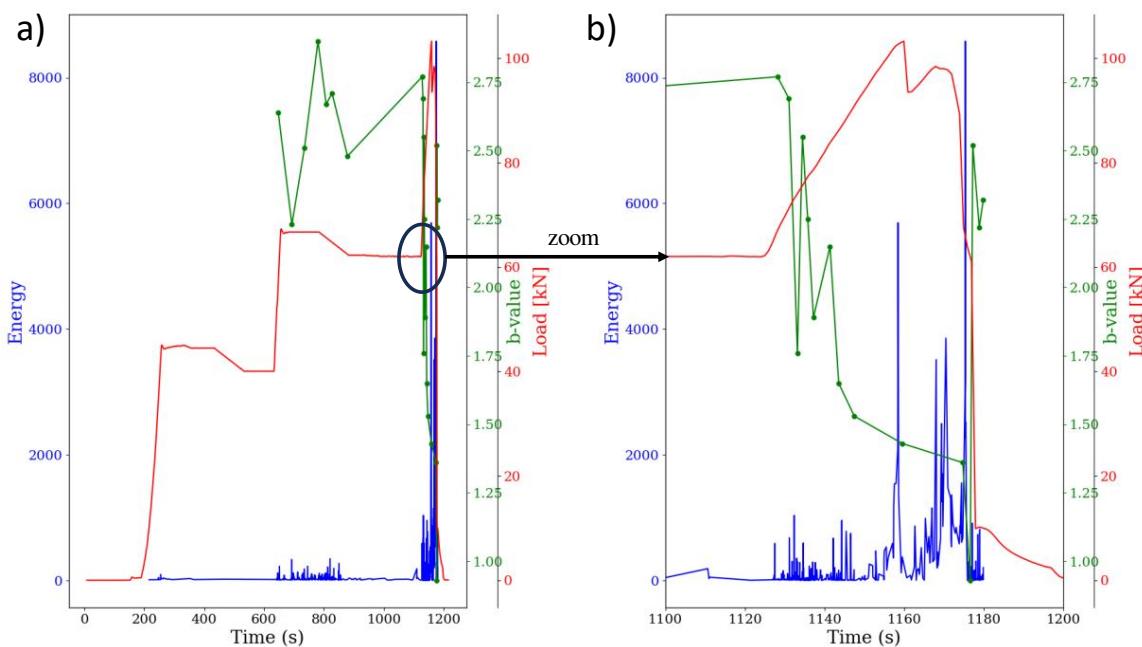
surpass the corresponding shear events. The progression pattern of cumulative tensile events closely mirrors that of cumulative shear events. Clearly, there is a sudden increase in the number of events near the peak stress and in the post-peak stage. Nevertheless, the overall prevalence of tensile events over shear events aligns with the macroscopic failure characteristics of the rock, as depicted in Figure 8.

Employing the previously outlined crack classification method, a thorough statistical analysis of proportion of tensile and shear events was conducted across the five stages, as illustrated in Figure 15. Upon scrutinizing the total number of events generated throughout the five stages, a clear trend emerges – most AE events manifest after the third stage ( $> 40\%$  load). In all instances, tensile fractures dominate; however, there is a substantial increase in shear-type fractures during the final stage.

### b-value

We've undertaken a detailed analysis by processing the peak amplitude data from 50 subsets of AE in sequential, non-overlapping time and stress windows. Several investigations have indicated that the selection of the window size does not significantly alter the overall trend of the b-value (Colombo et al., 2003; Liu et al., 2019). This approach provides a comprehensive examination of the variations in AE signals, allowing us to discern patterns and trends across distinct temporal and stress intervals. By systematically evaluating these subsets, we aim to derive valuable insights into the behavior and characteristics of acoustic emissions under varying conditions, contributing to a deeper understanding of the underlying phenomena. Considering the correlation between b value and energy, the AE energy and b value are plotted together in this section to facilitate the analysis. The characteristics of the AE energy and b value are shown in Figure 16.

In a comprehensive examination, an upward shift in the b-value serves as a distinctive indicator,



**Figure 16.** *b*-values obtained by using the Gutenberg-Richter relationship.

denoting an increase in the frequency of small-scale events and underscoring the prevalence of such fractures within rock materials. This elevation in the *b*-value implies a dynamic state where smaller fractures play a more prominent role in the overall fracture process. Subsequently, when the *b*-value stabilizes, it signifies a harmonious balance between large-scale and small-scale events. This stabilization indicates a phase of steady expansion in the fracture state of rock materials, where both larger and smaller fractures coexist in a relatively proportionate manner.

Conversely, a decrease in the *b*-value introduces a contrasting scenario, implying a shift towards an increasing proportion of large-scale events. This reduction in the *b*-value suggests the growing dominance of larger fractures within the rock materials, potentially influencing the overall stability and integrity of the rock matrix. These variations in the *b*-value offer valuable insights into the evolving dynamics of rock fractures, providing a nuanced understanding of the underlying mechanisms influencing rock behavior under different stress conditions (Rao & Lakshmi, 2006; Xie et al., 2023).

The abrupt increase in acoustic emission (AE) energy corresponds to a sudden decrease in the *b*-value in Figure 16. The early loading stage is characterized by a relatively low number of AE events, and a prolonged period features the absence of an AE *b*-value. The high AE *b*-value in the initial loading stage (I, II and III) is linked to the limited load applied and the development of small-scale cracks in rock materials. As the load approaches its peak (stage IV), the expansion of large-scale cracks in the rock results in a sudden increase in AE energy, accompanied by a decrease in the AE *b*-value. This sudden energy surge aligns consistently with the decline in the AE *b*-value. *b*-value variations and AE energy offers insights into the evolving fracture dynamics of rock materials during different loading stages.

## DISCUSSION

The test comprised five distinct load stages, as illustrated in Figures 7 and 8. The initial phase, referred to as the quiet stage (Stage I), corresponds to the early loading period with relatively low stress levels. During this phase, the AE event rate in rocks under different stress states remains at a low level, and the cumulative AE events exhibit a relatively flat growth. This subdued activity is attributed to the AE signals generated primarily by the closed compaction of primary defects such as pores and fractures

in the rock, resulting in a limited number of AE signals.

Transitioning to Stage II, where the load remains constant and decreases, a few events are observed. With further stress escalation in Stage III up to 66 kN of applied load, the AE event rate experiences a pronounced increase, indicating the onset of rapid growth. At this stage, the sample undergoes damage. Although the load remains constant at 65 kN in the initial part of Stage IV, the AE event rate increases due to microfracturing incurred in Stage III. In the latter part of Stage IV, as the applied load decreases from 65 kN to 61 kN, the AE rate decreases significantly until it ceases emitting altogether.

In Stage V, the load increases again and surpasses 61 kN. It is observed that the AE rate increases abruptly, reaching its peak value near the maximum applied load. This surge is attributed to crack expansion, connection, and mutual penetration within the rock.

The b-value also exhibits significant changes throughout the fracture process. In the initial stages of the fracture process (I, II, III), the b-value varied from 2.5, displaying temporal fluctuations between 2.25 and 2.75 in the IV stage. Subsequently, it decreased with an increase in load, reaching a minimum value of 1.5 at the peak load, and further descended to 1.0 thereafter. All these changes align with the peak energy values in the corresponding stages.

For the tested basalt specimens, cracking events characterized by low RA (mainly ranging from 20 to 50 ms/v) and high AF values (mainly distributed from 40 to 300 kHz) suggest a tensile cracking mode. Conversely, cracking events featuring high RA (mainly ranging from 50 to 600 ms/v) and low AF values (mostly distributed from 25 to 50 kHz) indicate a triggered shear cracking mode. Tensile fracture modes dominate throughout the process, but gradually, From the third stage onward, there is a progressive increase in shear cracking, leading to a considerable rise of shear cracks in the final stage.

Furthermore, while AE signals provide valuable information about the internal deformation and damage evolution of the rocks, they may not fully capture all aspects of the fracture process. Other complementary techniques, such as microscopy or mechanical testing, could provide additional insights into the underlying mechanisms of rock failure.

Despite these limitations, this study contributes to our understanding of rock fracture processes and provides a basis for further research in this field. By recognizing these constraints, future studies can refine experimental methodologies and expand the scope of investigation to enhance our understanding of rock mechanics and engineering applications.

## **CONCLUSIONS**

A uniaxial compression test was conducted on various basaltic rocks until failure. This study provides added value as it examines the fracture process under different loading conditions. Constant loading between each positive slope loading step was performed to check the damage evolution for different stress levels. The basalt samples fractured near the maximum applied load, approximately at 100 kN.

AE signals were detected, and the most representative parameters for evaluating damage were Amplitude, Cumulative Hits, Counts, and Energy. The highest Acoustic Emission (AE) rate is observed in the final loading stage (V), beyond a value of 61 kN of the maximum applied load, leading the material from microfracture to collapse. This is associated with the increasing damage initiated in stage III, observed in stage IV by the emission of elastic waves under constant load. A decrease in the AE event rate is noticeable when the load remains constant.

The predominant fracture mode is determined by analyzing the AF-RA scatter plot, and the evolving characteristics of tensile and shear events during the loading process are examined. In stages I, II, and III, most AF-RA points were situated in the upper part of the plot, indicating a predominantly tensile mode during these stages. However, after stage III and nearing the peak load, there was a

considerable increase in the proportion of shear events.

In this study, AE b-values were calculated for each set of 50 hits amplitudes over time. The analysis of AE, particularly in terms of b-values, conducted at stress levels approaching failure, distinctly revealed the initiation of unstable cracking and the subsequent coalescence of cracks leading to the dynamic failure of the tested rock. These findings hold crucial implications for monitoring the stability and integrity of rock formations across various scales. The AE b value under different stress states share a similar law. At the initial stage of loading, the AE b value is high, load is close to the peak range, AE energy increases significantly, and the b value decreases significantly before dropping to the lowest point before the peak. The lowest point of the b value exhibits a good correspondence to the point of sudden increase in AE energy.

Analyzing the load descent stages not only showed crucial moments of increased rock damage but also offered detailed insights into the changing fracture dynamics. After the initial load ascent, the second stage indicated a lack of acoustic emission events, suggesting a relatively stable condition. However, in the third stage, as the load reached around 60% of its maximum, the specimen experienced significant damage, continually microfracturing during the subsequent constant load stage. In the final stage, nearing the peak load, a noticeable decrease in the b-value and a simultaneous substantial increase in AE energy indicated a consistent expansion of cracks within the rock. This multi-stage observation highlights the complex relationship between load descent, acoustic emission events, and changes in the b-value, providing valuable insights into the progressive failure mechanisms of the tested rock specimen.

## REFERENCES

- Calabrese, L. & Proverbio, E.** (2020). A review on the applications of acoustic emission technique in the study of stress corrosion cracking. *Corrosion and Materials Degradation*, 2(1), 1–30.
- Cao, K., Xu, Y., Khan, N. M., Li, X., Cui, R., Hussain, S., & Alarifi, S. S.** (2023). A comprehensive model for evaluating infrared radiation and acoustic emission characteristics of sandstone fracture. *Engineering Fracture Mechanics*, 283, 109217.
- Carrasco, A., Méndez, F., Leaman, F., & Molina Vicuña, C.** (2021). Short review of the use of acoustic emissions for detection and monitoring of cracks. *Acoustics Australia*, 49, 273–280.
- Casals, B., Dahmen, K. A., Gou, B., Rooke, S., & Salje, E. K.** (2021). The duration-energy-size enigma for acoustic emission. *Scientific Reports*, 11(1), 5590.
- Colombo, I. S., Main, I. G., & Forde, M. C.** (2003). Assessing damage of reinforced concrete beam using “b-value” analysis of acoustic emission signals. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 15(3), 280–286.
- Dong, L., Chen, Y., Sun, D., Zhang, Y., & Deng, S.** (2023). Implications for identification of principal stress directions from acoustic emission characteristics of granite under biaxial compression experiments. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 15(4), 852–863.
- Filipussi, D. A.** (2018). Caracterización de daño por “b-value” de eventos de emisión acústica en ensayos de rotura de roca andesita. *Matería (Rio de Janeiro)*, 23, e12068.
- Li, S., Yang, D., Huang, Z., Gu, Q., & Zhao, K.** (2022). Acoustic emission characteristics and failure mode analysis of rock failure under complex stress state. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 122, 103666.
- Liu, X. L., Liu, Z., Li, X. B., & Han, M. S.** (2019). Acoustic emission b-values of limestone under uniaxial compression and brazilian splitting loads. *Rock and Soil Mechanics*, 40(S1), 267–274.
- Niu, Y., Hu, Y. J., & Wang, J. G.** (2023). Cracking characteristics and damage assessment of filled rocks using acoustic emission technology. *International Journal of Geomechanics*, 23(4), 04023013.
- Niu, Y., Zhou, X. P., & Berto, F.** (2020). Evaluation of fracture mode classification in flawed red sandstone under uniaxial compression. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 107, 102528.
- Ono, K.** (2011). Acoustic emission in materials research-a review. *Journal of Acoustic Emission*, 29.
- Rao, M. V. M. S. & Lakshmi, K. J.** (2006). Amplitude distribution analysis of acoustic emissions and investigation of the development of brittle fracture in rock. *Unpublished*.
- Rodríguez, P. & Celestino, T. B.** (2019). Application of acoustic emission monitoring and signal analysis to the qualitative and quantitative characterization of the fracturing process in rocks. *Engineering Fracture Mechanics*, 210, 54–69.

- Shi, X., Xu, H., Che, M., Xiao, C., Ni, H., & Gao, Q.** (2023). Investigations of fracture behavior and pore structure change in pulse fracturing for cement block. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 166, 105366.
- Wang, Q., Chen, J., Guo, J., Luo, Y., Wang, H., & Liu, Q.** (2019). Acoustic emission characteristics and energy mechanism in karst limestone failure under uniaxial and triaxial compression. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 78, 1427–1442.
- Wieser, C., Käsling, H., Raith, M., Richter, R., Moser, D., Gemander, F., & Thuro, K.** (2015). Acoustic emission technique to detect micro cracking during uniaxial compression of brittle rocks. *Engineering Geology for Society and Territory—Volume 6: Applied Geology for Major Engineering Projects*, 465–468. Springer International Publishing.
- Wu, S., Qin, G., & Cao, J.** (2022). Deformation, failure, and acoustic emission characteristics under different lithological confining pressures. *Materials*, 15(12), 4257.
- Xie, Y., Hou, M. Z., & Li, C.** (2023). Anisotropic characteristics of acoustic emission and the corresponding multifractal spectrum during progressive failure of shale under cyclic loading. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 165, 105364.
- Zhang, Z., Liu, X., Zhang, Y., Qin, X., & Khan, M.** (2021). Comparative study on fracture characteristics of coal and rock samples based on acoustic emission technology. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 111, 102851.
- Zhao, S., Chao, Q., Yang, L., Qin, K., & Zuo, J.** (2022). A review on application of acoustic emission in coal—analysis based on citospace knowledge network. *Processes*, 10(11), 2397.

# Proyecto educativo universitario mesa topográfica digital interactiva

Mónica A Torrejón<sup>1,2</sup>, Carlos A López Angulo<sup>1,2</sup>, Luis E Lenzano Andia<sup>1,2</sup>, María A Videla<sup>1,2</sup>, Andrés LoVecchio<sup>1</sup> & Daniel Falaschi<sup>1</sup>

La Carrera de Geografía en la Facultad de Filosofía y Letras de la UNCuyo, y en particular el abordaje del estudio dentro del Campo de las Ciencias de la Tierra, necesitaba desde el punto cognitivo, un cambio en el proceso de enseñanza-aprendizaje vinculado a la realidad aumentada virtual.

La mesa topográfica digital fue inaugurada el día 21 de noviembre de 2017, coincidiendo con el día del Geógrafo, demostrando la potencialidad de las geoherramientas como mecanismo para el aprendizaje teniendo en cuenta las tendencias de BIG DATA y DATA MINING en las ciencias espaciales.

Uno de los atractivos más importantes de la incorporación de la mesa topográfica digital tiene que ver con la posibilidad de modelar en tiempo real y dinámico la topografía terrestre, siendo esto posible por la integración de sensores de alta tecnología. El análisis alcanza todavía más riqueza cuando es posible modelar y simular eventos de lluvia, nevadas y erupciones volcánicas y sus efectos, a partir de la topografía modelada previamente.

Este proyecto educativo nace de la necesidad de contar con herramientas tecnológicas y didácticas indispensables para la enseñanza de la Geografía, pone en contexto todo el despliegue de la topografía y estudia la representación gráfica de la superficie terrestre. Es una herramienta educativa flexible que puede ser utilizada para explorar la importancia del agua, a través de las líneas de investigación en hidrología y geología y estudios ambientales, por ejemplo, relación entre el ser humano y el ambiente, lectura y comprensión de mapas topográficos, curvas de nivel, cuencas hidrográficas, etc.

En otras palabras, la posibilidad de modelar procesos naturales como los antes descriptos supone poder generar escenarios y conocer las zonas tendientes a inundaciones o no por intensas lluvias, comportamiento de la escorrentía superficial por control topográfico, superficies inundadas por la presencia de represamientos naturales y humanos, entre otras tantas aplicaciones.

Cabe destacar que la mesa topográfica digital fue la primera en desarrollarse en una universidad de la Argentina.

Básicamente es una caja de arena que utiliza el concepto de realidad aumentada en la que los objetos en el mundo físico pueden ser alterados o manejados por una computadora (Figura 1). Un proyector y un sensor Kinect 3D montados encima de la caja de arena hacen que el alumno o el visitante interactúe en todo momento con la exposición.

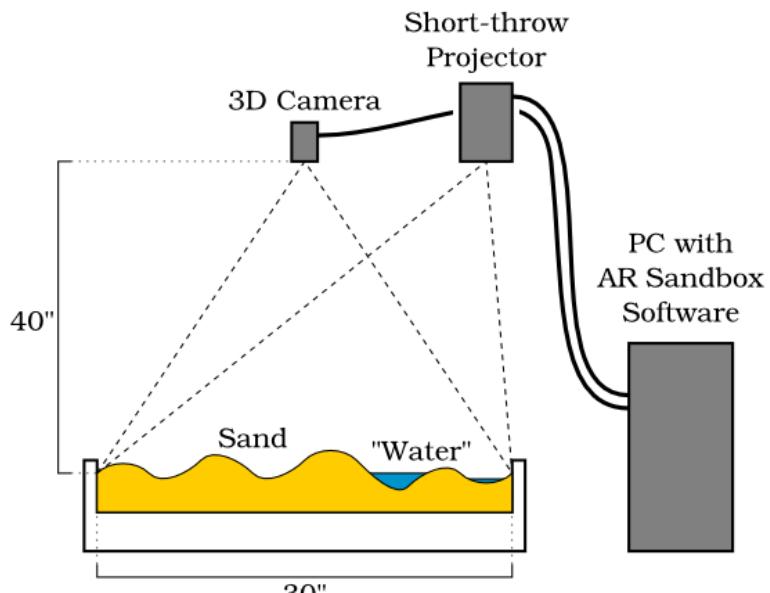
## FUNDAMENTOS DE LA MESA TOPOGRÁFICA

El software de conducción se basa en el kit de herramientas de desarrollo Vrui VR y el marco de procesamiento de vídeo 3D de Kinect, y está disponible para su descarga bajo la Licencia Pública General de GNU (todo de uso libre).

Como parte de este proyecto, se desarrollaron principalmente las aplicaciones de visualización 3D para enseñar conceptos de ciencias de la tierra, pero también construcción práctica en la exposición de la combinación de una caja de arena real, topografía virtual y agua creada mediante un circuito cerrado con una cámara Microsoft Kinect 3D, un potente software de simulación y visualización, y un proyector de datos.

<sup>1</sup>Laboratorio de técnicas en geografía física, FFYL – UNCUYO. Email: [torrejon13@gmail.com](mailto:torrejon13@gmail.com)

<sup>2</sup>Instituto del ambiente y los recursos naturales (idearn), FFYL – UNCUYO.



**Figura 1.** Esquema de armado de la mesa topográfica.

## REQUISITOS DEL HARDWARE

CPU de 2 GB de RAM como mínimo para ejecutar el software AR en Linux, una tarjeta gráfica Nvidia GeForce GTX 970, 1060 o 1070. La PC otorgada al proyecto fue una PC usada, con una placa base marca Gigabyte, modelo GA-H97-HD3, con un procesador modelo i7 4790, con una velocidad de 3,8GHz y 8Mb de caché. La memoria RAM DDR3 de un solo slot de 8Gb y 1333MHz de velocidad. La memoria ROM estaba compuesta por un disco duro mecánico marca Western Digital WD, de 1Tb de almacenamiento y 7.200 rpm.

Al principio se trabajó con la placa de video integrada que trae la motherboard, pero se comprobó que su capacidad de procesamiento era pobre para poder hacer la simulación de precipitaciones sobre el terreno. Esta simulación se efectuaba, pero a una muy lenta velocidad y se tildaba el programa. Por esto, sumado a los consejos de la UC Davis, se decidió dotar a la PC de una placa de video externa dedicada. Se optó por una marca Gigabyte GTX 1050 Ti con tecnología NVidia y 4Gb de memoria RAM. Después de esta modificación, los procesos se ejecutaban con total normalidad en tiempo real.

Una cámara de Microsoft Kinect 3D (Kinect para la Xbox 1414 y 1473 y Kinect para Windows). Idealmente, de tiro corto (por razones de costo se utilizó uno de tiro largo y se adaptó a la distancia requerida) y una relación de aspecto 4:3 nativa para que coincida con el campo de visión de la cámara Kinect. El espíritu de este proyecto está realizado sobre la libertad de difusión que da el software libre de licencia, comúnmente llamado “Sistema Operativo Open Source Gratuito”. Por este motivo, se eligió el sistema operativo LINUX. Después de probar innumerable cantidad de versiones, entre ellas UBUNTU, se optó por el entorno LINUX Mint 19 “Tara” en español por su gran estabilidad. Hay que destacar que la UC Davis otorga la programación básica, la cual está hecha en lenguaje C, en la variante utilizada por el compilador GCC, junto a unas “librerías” escritas en lenguaje ensamblador. Es de prestar especial atención a las actualizaciones de software general de este entorno para que el programa “fluya libremente”.

Con respecto a los drivers de la placa de video dedicada, no los traía de origen para Linux, sólo para Windows y MAC OS. En este aspecto se tuvo que trabajar con varios distribuidores particulares y aportar en el código un poco de experiencia propia, en especial sobre la velocidad de actuación y recuperación de los frames. Sin estas modificaciones, el sistema toma a la placa como genérica y las opciones de precipitaciones se ven anuladas.

Una vez descargado todo el software base, se procedió a instalarlo. Luego, este software requiere una calibración física. Esta calibración, extrínseca e intrínseca, se debe realizar, primero, obteniendo

```

oem@system76-pc: ~
oem@system76-pc:~$ RawKinectViewer -compress 0
Depth-space plane equation: x * (0.0017954, -0.00878242, 0.99996) = 727.847
Camera-space plane equation: x * (-0.00287155, 0.0140466, 0.999897) = -95.9598
oem@system76-pc:~$ █

```

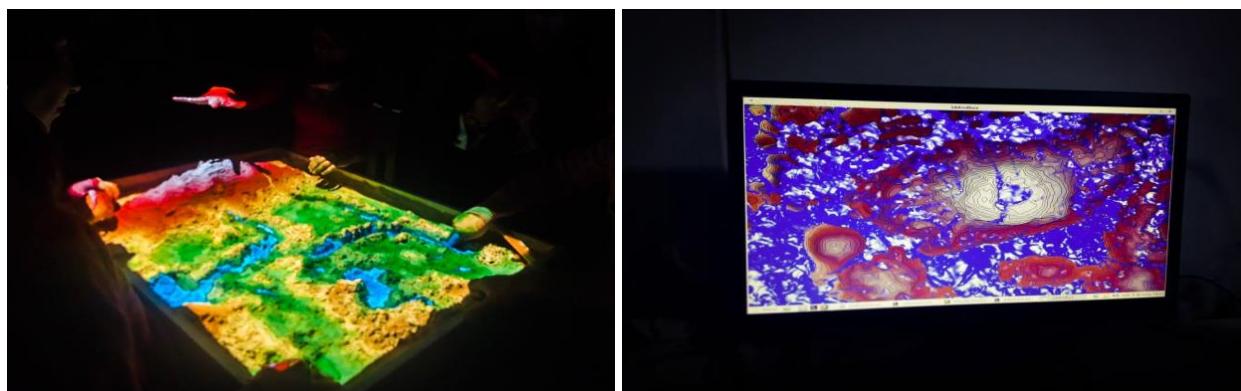
**Figura 2.** Parte del código de instalación.

las coordenadas  $x, y, z$  del entorno de la mesa (las cuatro esquinas interiores) y, posteriormente, requiere una calibración de 12 puntos diferentes, sobre la arena a 3 diferentes alturas. Se destaca que todo esto se va realizando mediante programación en dicho lenguaje y, tiene la particularidad, que lo realizado sólo se ve al final del proceso. No hay ningún tipo de advertencia si en el momento estamos haciendo las cosas bien y, sino, repetirlas.

Hay que destacar que los frutos de esta calibración se ven al final, cuando se pone a correr el programa. Como la UC Davis sólo manda los archivos primarios y, debido a que es un software que tiene una comunidad muy grande que lo hace avanzar y modificarse continuamente, son indispensables los conocimientos en programación. Y más en este lenguaje, para poder adaptar todo el sistema a las particularidades de cada caja. En nuestro caso, tuvimos que mutar varias veces el archivo GETIT y los archivos BIN y SRC para que pudiera trabajarse en línea.

Cajón de madera, con un tamaño de espacio aislado de  $40'' \times 30''$  o  $1\text{ m} \times 0.75\text{ m}$ , lo que permite una altura de montaje de la cámara Kinect de aproximadamente  $40''$  o  $1\text{ m}$ . A esta altura, la resolución horizontal nominal de la cámara es de 1.56 mm, y su resolución horizontal efectiva es lo suficientemente alta como para resolver características del orden de 5 mm. El cajón de arena se realizó con madera reciclada de tableros de dibujo obsoletos, respetando las medidas de 4:3, siendo de  $1\text{ m} \times 0.75\text{ m}$ . Se le dio una altura de  $1\text{ m}$  y un parante, en forma de L invertida, en un costado, para sostener el Kinect en el centro de la superficie. Por dentro se le colocó membrana impermeabilizante para techos (para evitar que la humedad se propague a la madera) y ángulos internos para que no se abriera y soportara la fuerza de la arena.

Con respecto al relleno, se buscó arena blanca de cuarzo muy fina, para que los colores se vieran reflejados lo más real posible. Debido a la alta volatilidad de este relleno, se llegó a la conclusión que siempre era mejor mojarlo con el rociador y trabajar con guantes de látex.



**Figura 3.** Mesa topográfica en ejecución.

## INSTALACIÓN DEL SOFTWARE

El proceso básico es instalar los paquetes de software Vrui, Kinect y SARndbox, en ese orden, además de un sistema operativo Linux (Figura 2).

El desarrollo, el armado y la programación fue realizado por los estudiantes de grado Mónica Analía Torrejón y Carlos Alberto López Angulo.

**Agradecimientos** A las autoridades de la Facultad de Filosofía y Letras de la UNCuyo, Dr. Adolfo Omar Cueto A la Directora del Departamento de Geografía, Magister Lic. Eda Claudia Valpreda.

# Calibración sensor MQ-135 para detección de gases

Carlos A López Angulo<sup>1</sup>

En el marco del proyecto SIIP 2022-2024 de la Secretaría de Investigación, Internacionales y Posgrado. UNCuyo. Exp. e-cuy: 0043957/2022, se planteó la utilización del sensor MQ-135 para medir variables ambientales como parte de un dispositivo de bajo coste. Este sensor semiconductor, sensible a diversos gases como CO<sub>2</sub>, NH<sub>3</sub> y compuestos orgánicos volátiles, requiere una calibración precisa para garantizar la fiabilidad de las mediciones. Si bien existen múltiples adaptaciones propuestas para este sensor, ninguna resultó adecuada para las condiciones específicas del proyecto.

Por este motivo, se llevó a cabo una calibración detallada del sensor MQ-135, considerando las variaciones de temperatura y humedad relativa, factores que influyen significativamente en su respuesta. La presente nota técnica describe los métodos y ecuaciones utilizados para esta calibración, enfatizando la importancia de ajustar las mediciones en función de estas variables.

La detección precisa de gases es fundamental en diversos campos, como el control ambiental y la seguridad industrial. El sensor MQ-135, debido a su capacidad para detectar múltiples gases, es ampliamente utilizado. Sin embargo, su calibración es esencial para obtener resultados confiables.

## METODOLOGÍA

A continuación, se presentan una serie de gráficos y ecuaciones que describen de forma sintética el proceso de calibrado del sensor MQ-135.

### Calibración del sensor para diferentes gases

Se muestra el caso del CO<sub>2</sub>, pero se puede aplicar para cualquiera de los gases, seleccionando la curva que representa al mismo en la gráfica.

#### Calibración para CO<sub>2</sub>

Ecuación derivada: La ecuación para CO<sub>2</sub> se obtiene a partir del gráfico  $R_s/R_0$  vs. Concentración de Gases (Figura 1):

$$\frac{R_s}{R_0} = f(\text{CO}_2).$$

Para CO<sub>2</sub>, la relación es aproximadamente lineal en la escala logarítmica:

$$\log\left(\frac{R_s}{R_0}\right) = a \cdot \log(\text{CO}_2) + b,$$

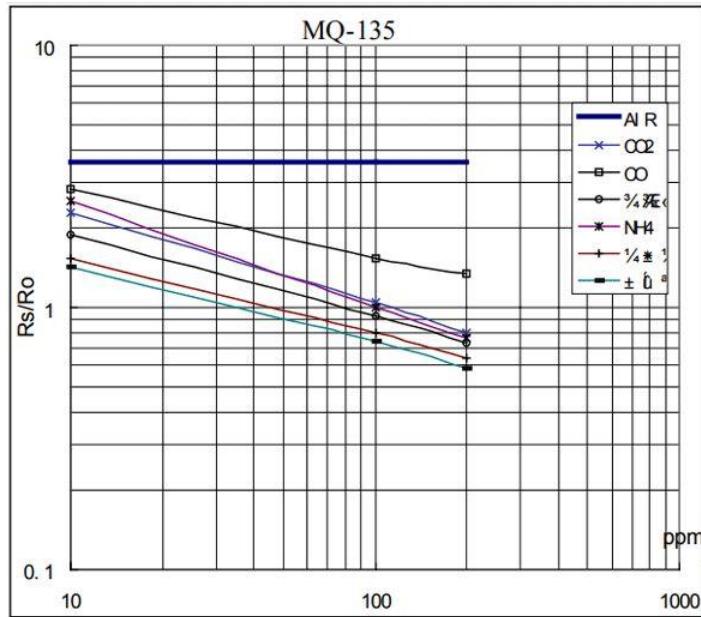
donde  $a$  y  $b$  son constantes que se obtienen a partir de la curva para CO<sub>2</sub>.

Para determinar los valores de  $a$  y  $b$ , necesitamos identificar dos puntos del gráfico para CO<sub>2</sub> y resolver el sistema de ecuaciones.

Puntos identificados:

- Punto 1 (ppm,  $R_s/R_0$ ): = (100, 1.4),
- Punto 2 (ppm,  $R_s/R_0$ ): = (1000, 0.6).

<sup>1</sup> Instituto del ambiente y los recursos naturales (idearn), FFYL – UNCUYO. Email: [albertolopez007@hotmail.com](mailto:albertolopez007@hotmail.com)



**Figura 1.** Respuesta del Sensor ( $R_s/R_0$ ) vs. Concentración de Gases (ppm). Este gráfico muestra la relación entre la resistencia del sensor ( $R_s$ ) y la resistencia base ( $R_0$ ) para diferentes gases, según su concentración en partes por millón (ppm).

Luego,

$$\log(1.4) = a \cdot \log(100) + b,$$

$$\log(0.6) = a \cdot \log(1000) + b.$$

Resolviendo el sistema,

$$\log(1.4) = a \cdot 2 + b,$$

$$\log(0.6) = a \cdot 3 + b.$$

Restamos las dos ecuaciones para eliminar  $b$ :

$$\log(0.6) - \log(1.4) = 3 \cdot a - 2 \cdot a$$

$$a = \frac{\log(0.6) - \log(1.4)}{1}$$

Calculamos  $a$ :

$$a = \log(0.6) - \log(1.4) = -0.2218 - 0.1461 = -0.3679.$$

Ahora sustituimos  $a$  en una de las ecuaciones originales para encontrar  $b$ :

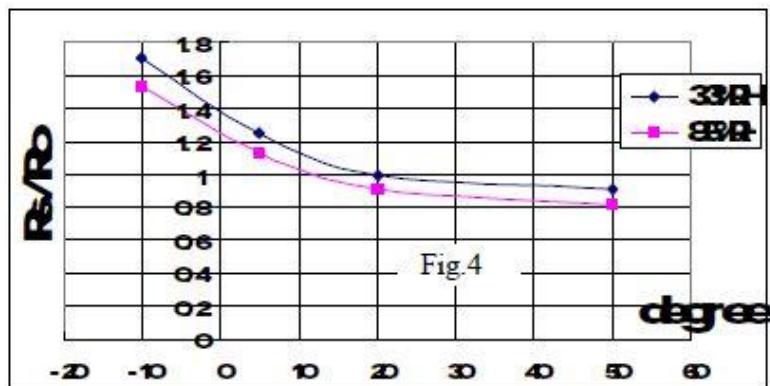
$$\log(1.4) = -0.3679 \cdot 2 + b,$$

$$0.1461 = -0.7358 + b,$$

$$b = 0.8819.$$

Entonces, la ecuación para  $\text{CO}_2$  es:

$$\log\left(\frac{R_s}{R_0}\right) = -0.3679 \cdot \log(\text{CO}_2) + 0.8819.$$



**Figura 2.** Gráfico de  $R_s/R_0$  vs. Temperatura y Humedad Relativa. Ilustra cómo la relación  $R_s/R_0$  varía con la temperatura y la humedad relativa, lo cual es crucial para ajustar las mediciones según las condiciones ambientales.

### Ajuste por temperatura y humedad

Para incorporar el ajuste por temperatura y humedad relativa en las ecuaciones derivadas para cada gas, utilizamos el gráfico  $R_s/R_0$  vs. Temperatura y Humedad (Figura 2). El procedimiento implica ajustar la relación  $R_s/R_0$  utilizando una función de corrección  $f(T, RH)$  obtenida del segundo gráfico.

#### Ecuaciones de ajuste

El ajuste por temperatura y humedad se representa de la siguiente manera:

$$\left(\frac{R_s}{R_0}\right)_{\text{ajustado}} = \left(\frac{R_s}{R_0}\right)_{\text{gas}} \times f(T, RH),$$

donde:

- $\left(\frac{R_s}{R_0}\right)_{\text{ajustado}}$  = es la relación ajustada considerando la temperatura y la humedad.
- $\left(\frac{R_s}{R_0}\right)_{\text{gas}}$  = es la relación derivada para cada gas específico.
- $f(T, RH)$  = función de ajuste basada en la temperatura y la humedad relativa.

#### Derivación de $f(T, RH)$

Basado en el gráfico  $R_s/R_0$  vs. Temperatura y Humedad, identificamos puntos y derivamos una función de ajuste. Consideraremos que el gráfico muestra cómo la relación  $R_s/R_0$  varía con la temperatura y la humedad. Podemos aproximar  $f(T, RH)$  a partir de los puntos proporcionados.

Puntos identificados del gráfico:

- Para 33 % HR y 20°C,  $R_s/R_0 \approx 1$
- Para 85 % HR y 20°C,  $R_s/R_0 \approx 0.9$
- Para 33 % HR y -10°C,  $R_s/R_0 \approx 1.7$
- Para 85 % HR y -10°C,  $R_s/R_0 \approx 1.6$
- Para 33 % HR y 50°C,  $R_s/R_0 \approx 0.9$
- Para 85 % HR y 50°C,  $R_s/R_0 \approx 0.8$

Podemos interpolar estos datos para crear una función  $f(T, RH)$ . Una aproximación lineal podría ser suficiente para la mayoría de los casos prácticos.

### Función de ajuste lineal

Asumimos que  $f(T, RH)$  puede aproximarse como una función lineal de  $T$  y  $RH$ :

$$f(T, RH) = a + b \cdot T + c \cdot RH.$$

Usamos los puntos para ajustar los coeficientes  $a$ ,  $b$ , y  $c$ .

Resolviendo los coeficientes: Tomamos tres puntos para resolver el sistema de ecuaciones:

- 1)  $f(-10, 33) = 1.7$
- 2)  $f(20, 33) = 1.0$
- 3)  $f(50, 33) = 0.9$

El sistema de ecuaciones lineales sería:

- 1)  $a + b(-10) + c(33) = 1.7$
- 2)  $a + b(20) + c(33) = 1.0$
- 3)  $a + b(50) + c(33) = 0.9$

Resolvemos este sistema para  $a$ ,  $b$ , y  $c$ . Usamos una librería de Python para resolverlo:

```
import numpy as np
# Coefficients matrix
A = np.array([[1, -10, 33],
[1, 20, 33],
[1, 50, 33]])
# Constants vector
B = np.array([1.7, 1.0, 0.9])
# Solve the system of equations
coefficients = np.linalg.solve(A, B)
coefficients
```

Calculamos:

$$a \approx 3.1333, \quad b \approx -0.0333, \quad c \approx -0.0367$$

Entonces, la función de ajuste sería:

$$f(T, RH) = 3.1333 - 0.0333 \cdot T - 0.0367 \cdot RH.$$

### Ecuaciones ajustadas

1. CO<sub>2</sub>:

$$\log\left(\frac{R_0}{R_s}\right)_{\text{ajustado}} = -0.3679 \cdot \log(\text{CO}_2) + 0.8819 + \log(3.1333 - 0.0333 \cdot T - 0.0367 \cdot RH)$$

## **CONCLUSIÓN**

La calibración del sensor MQ-135 es un proceso detallado que implica ajustar las mediciones para diferentes gases y condiciones ambientales. Las ecuaciones derivadas permiten realizar calibraciones precisas, esenciales para obtener resultados fiables. Es crucial realizar la calibración en condiciones controladas y ajustar los resultados según la temperatura y la humedad relativa.

**Agradecimientos** Al Director y codirector del proyecto: Alberto Ismael Vich y Luis Lenzano.